ボルツマンハイドロコードによる空間３次元計算の進捗状況

発表者

岩上 わかな

Wakana Iwakami

長倉 洋樹、大川 博督、原田 了、古澤 峻、松古 栄夫、住吉 光介、山田 章一

Hiroki Nagakura, Hirotada Okawa, Akira Harada, Shun Furusawa,
Hideo Matsufuru, Kosuke Sumiyoshi, Shoichi Yamada

Core-Collapse Supernovae

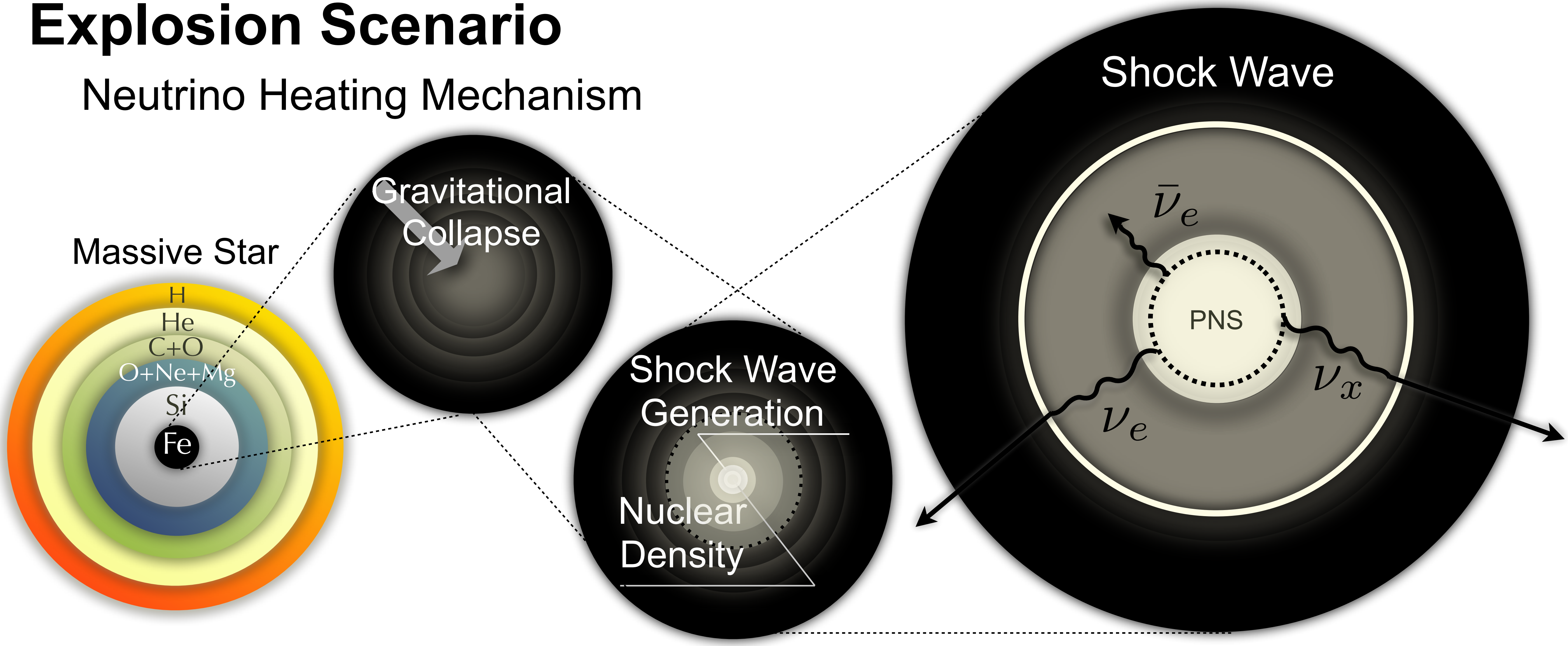
Explosions of massive stars

How do they explode ?

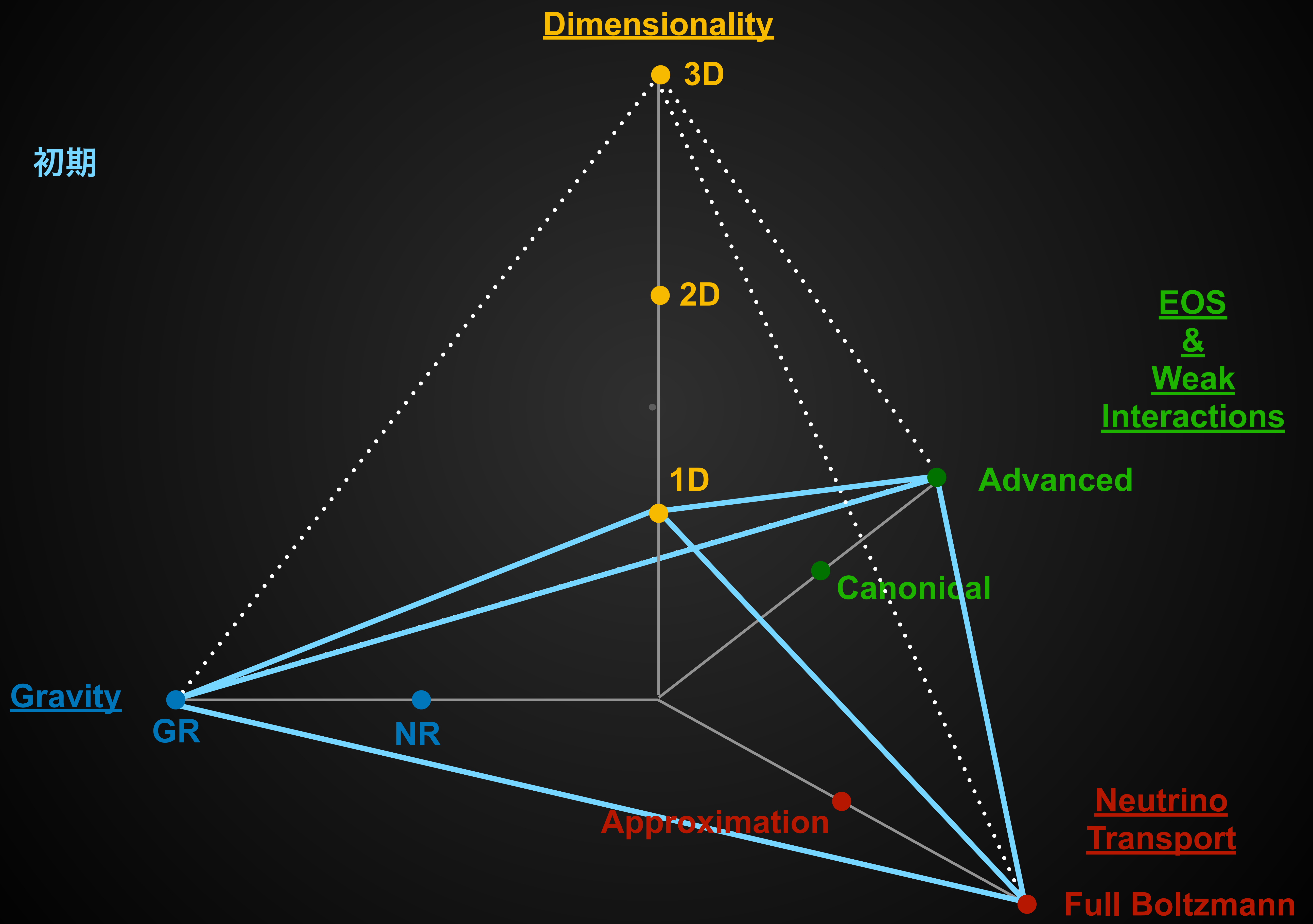
(Copyright by AAO, photographs by D. Malin)

Explosion Scenario

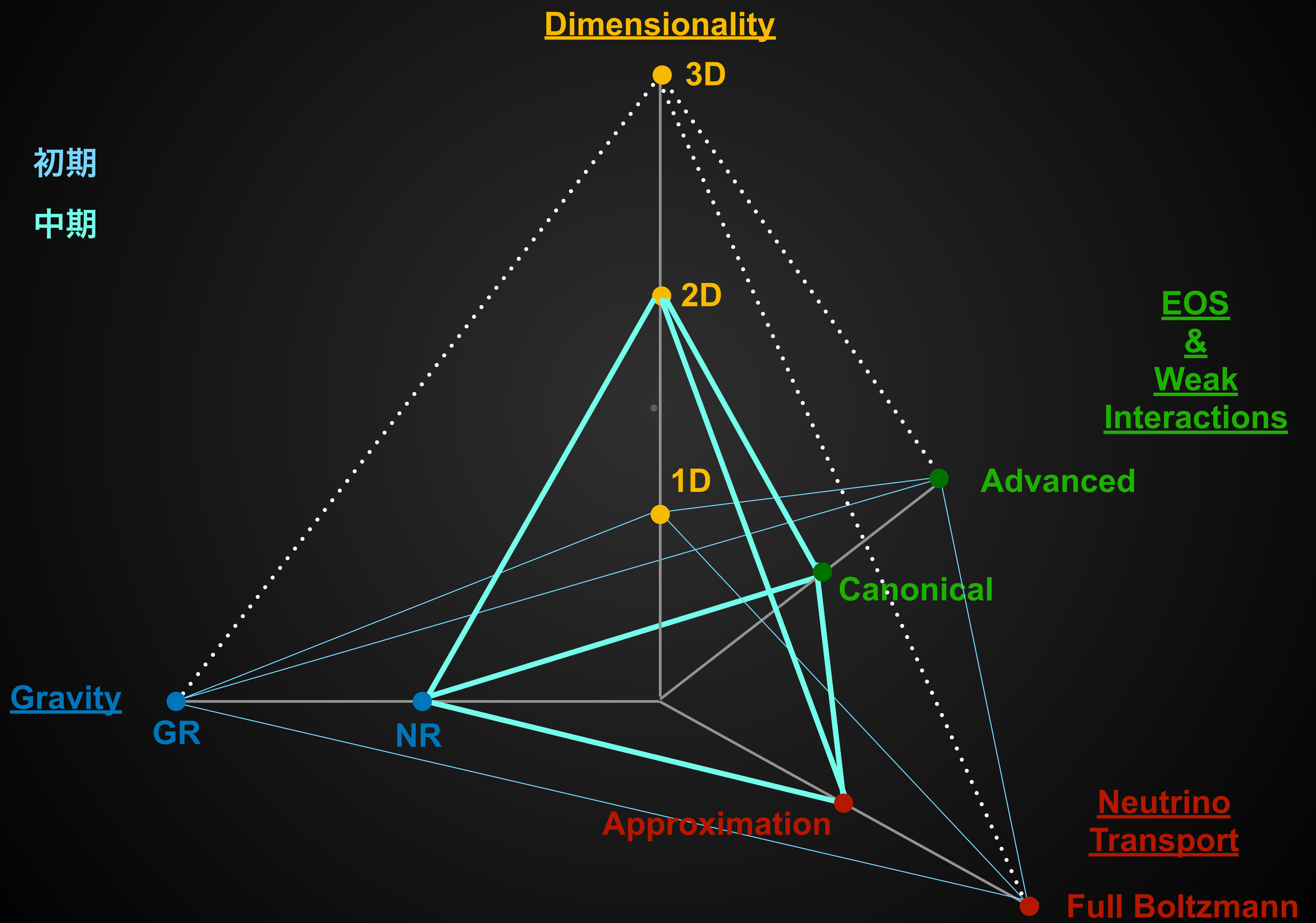
Neutrino Heating Mechanism



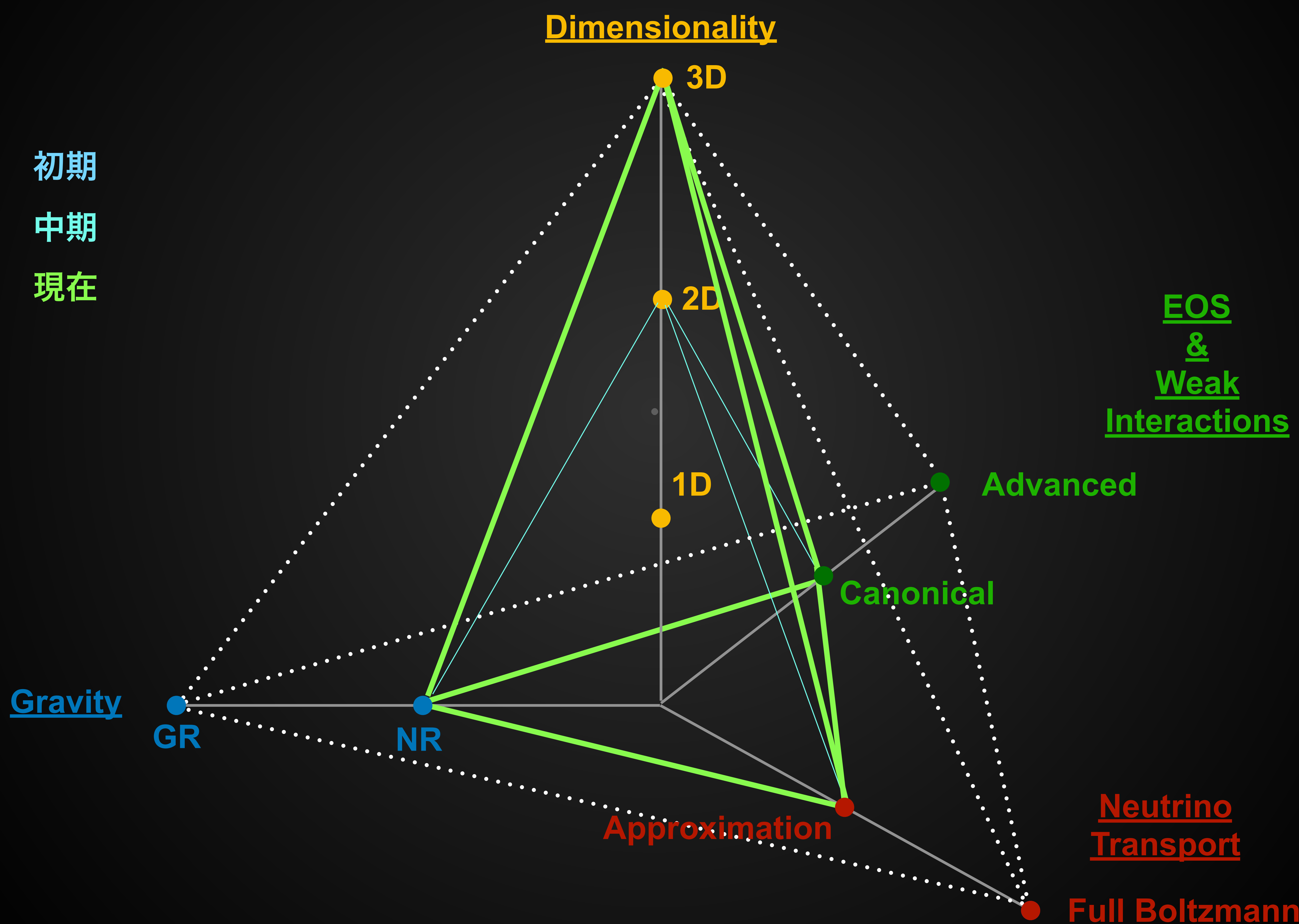
Current Status of Supernovae Simulation



Current Status of Supernovae Simulation



Current Status of Supernovae Simulation

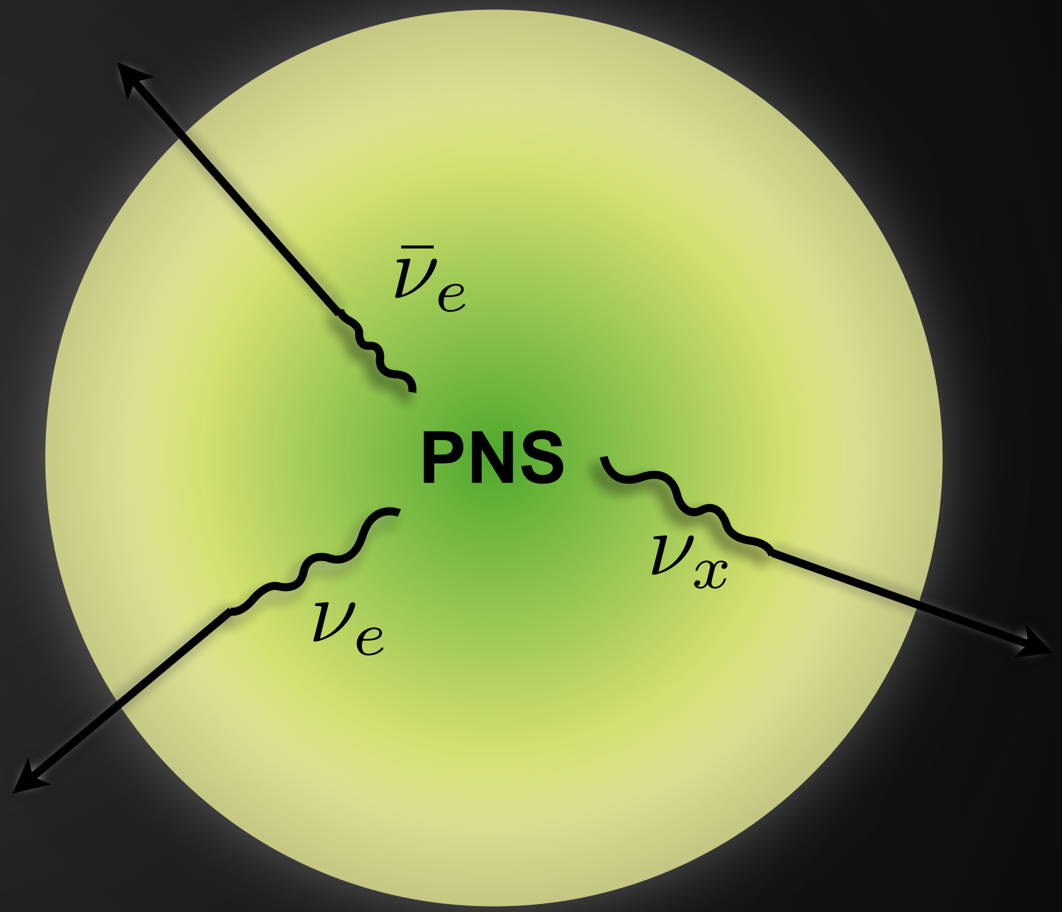


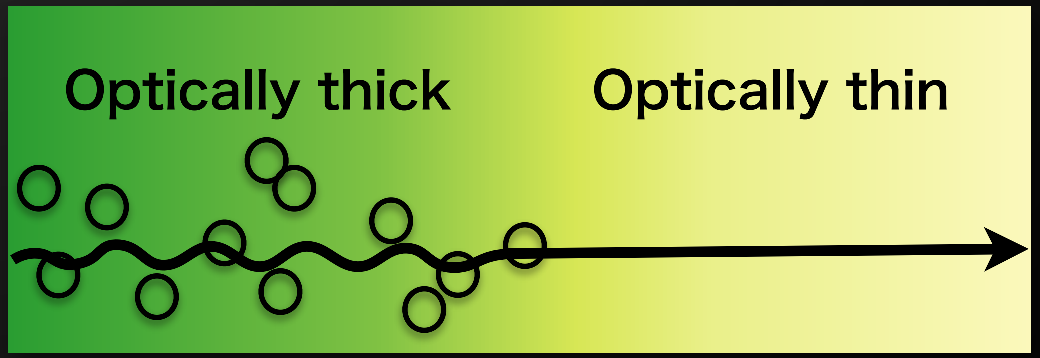
ニュートリノ輻射輸送の近似法

ボルツマン方程式

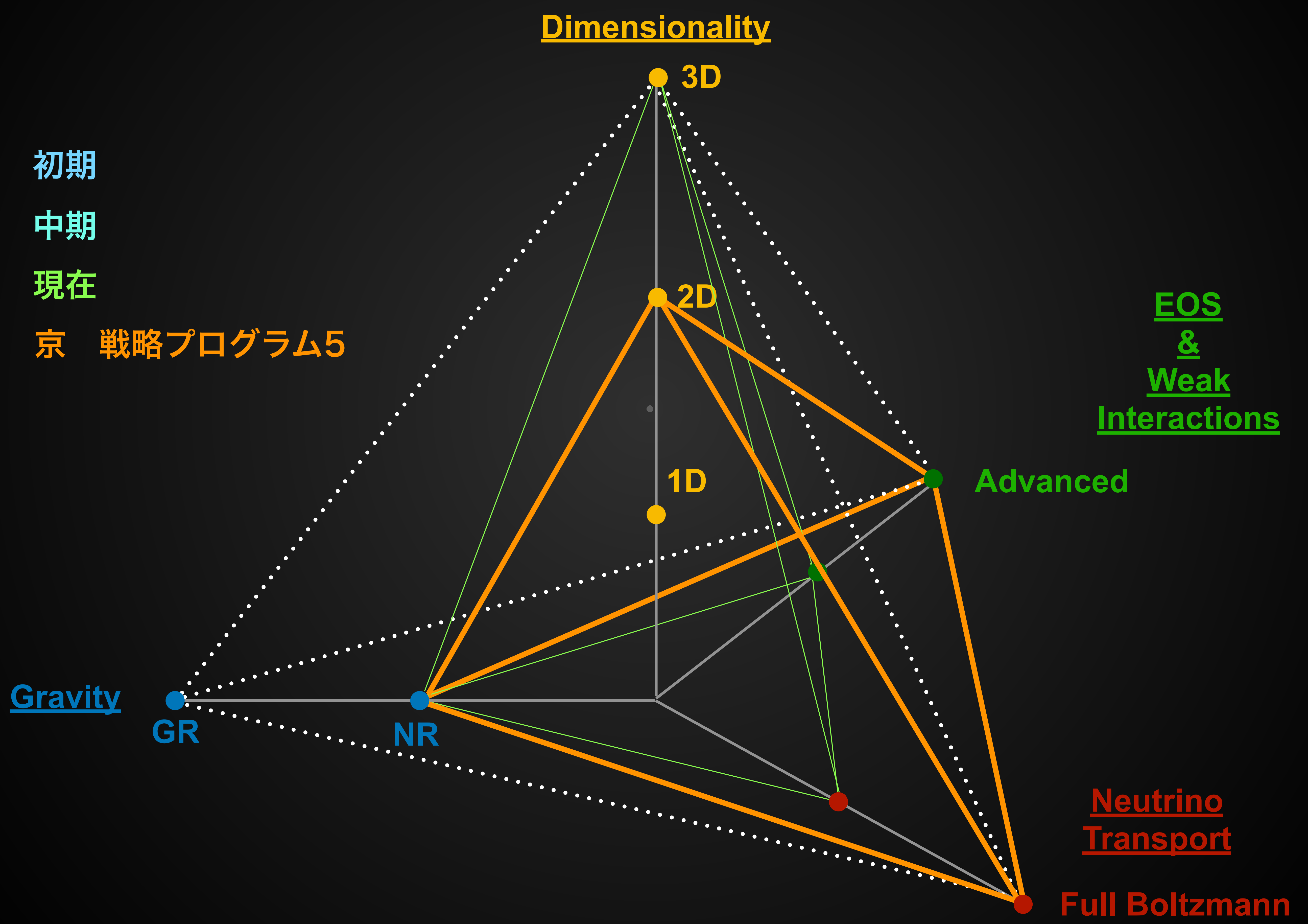
$$\frac{dx^\mu}{d\lambda}\frac{\partial f}{\partial x^\mu}+\frac{dp^i}{d\lambda}\frac{\partial f}{\partial p^i}=\left(\frac{\delta f}{\delta \lambda}\right)_{\text{collision}}$$

- Leakage Scheme
- Light Bulb Approximation
- Ray-by-Ray Approach
- IDSA (Isotropic Diffusion Source Approximation)
- Moment method
- MGFLD (Multi-Group Flux Limited Diffusion) method using moment equations





Current Status of Supernovae Simulation



Current Status of Supernovae Simulation

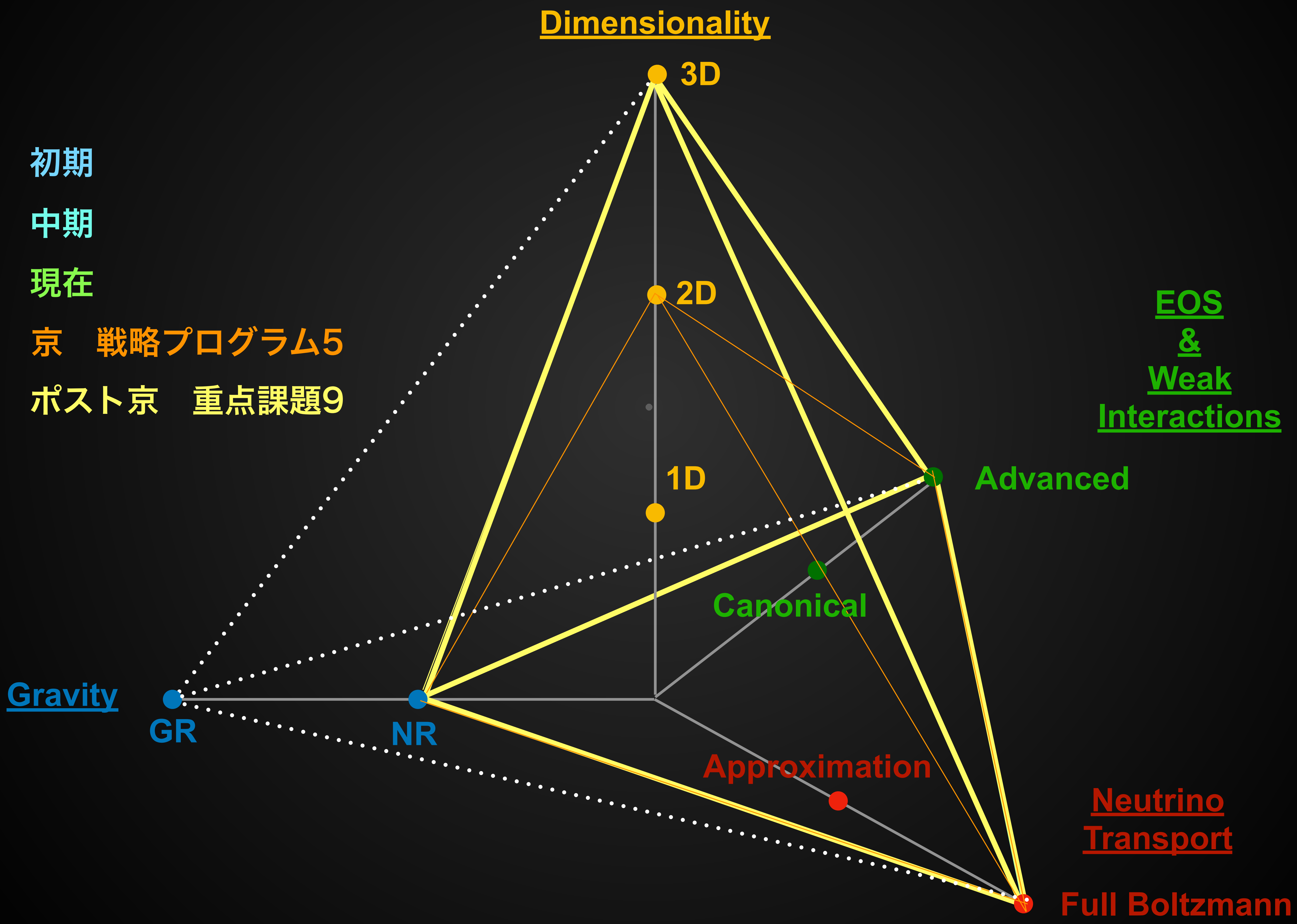
初期

中期

現在

京　戦略プログラム5

ポスト京　重点課題9



Current Status of Supernovae Simulation

初期

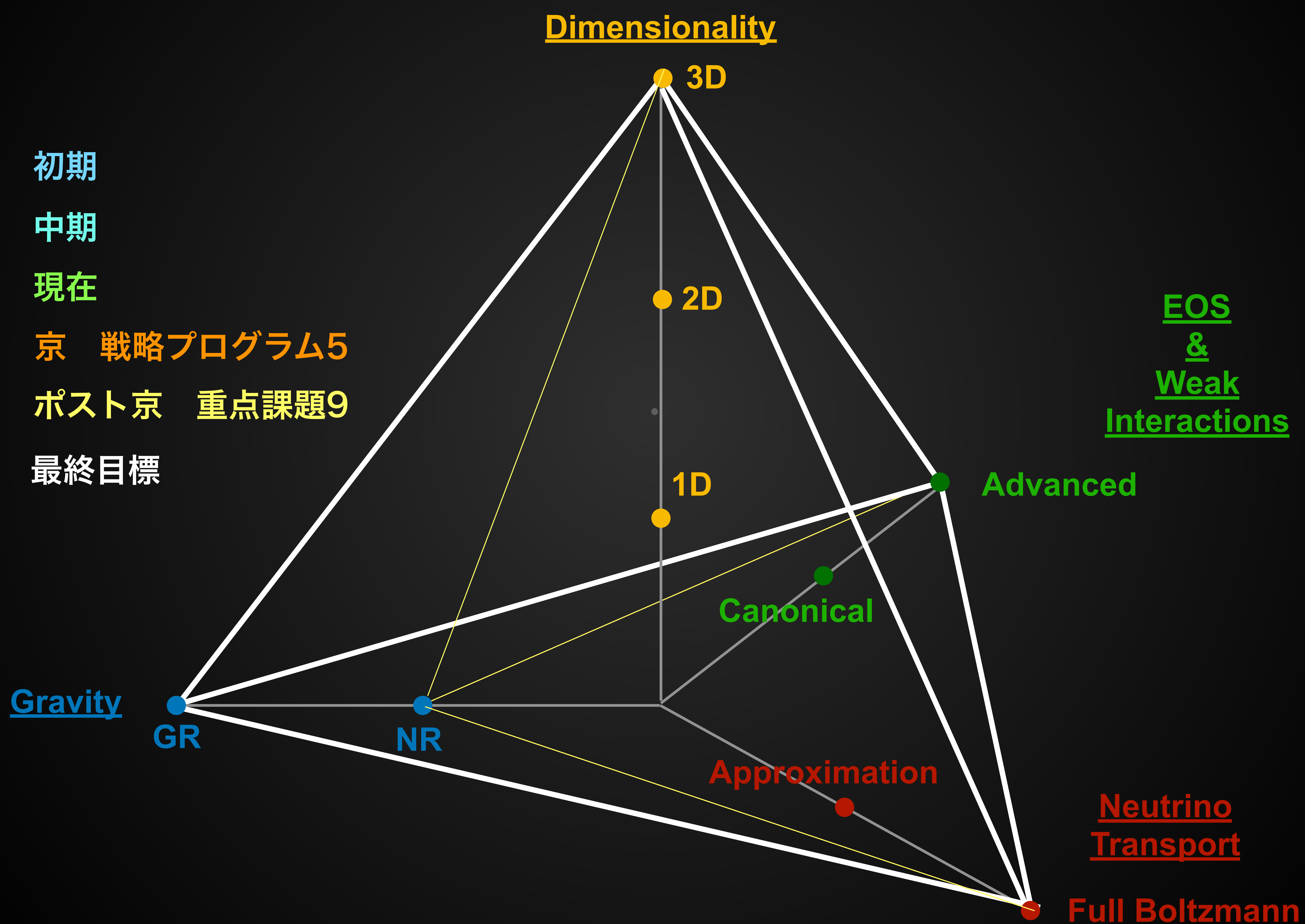
中期

現在

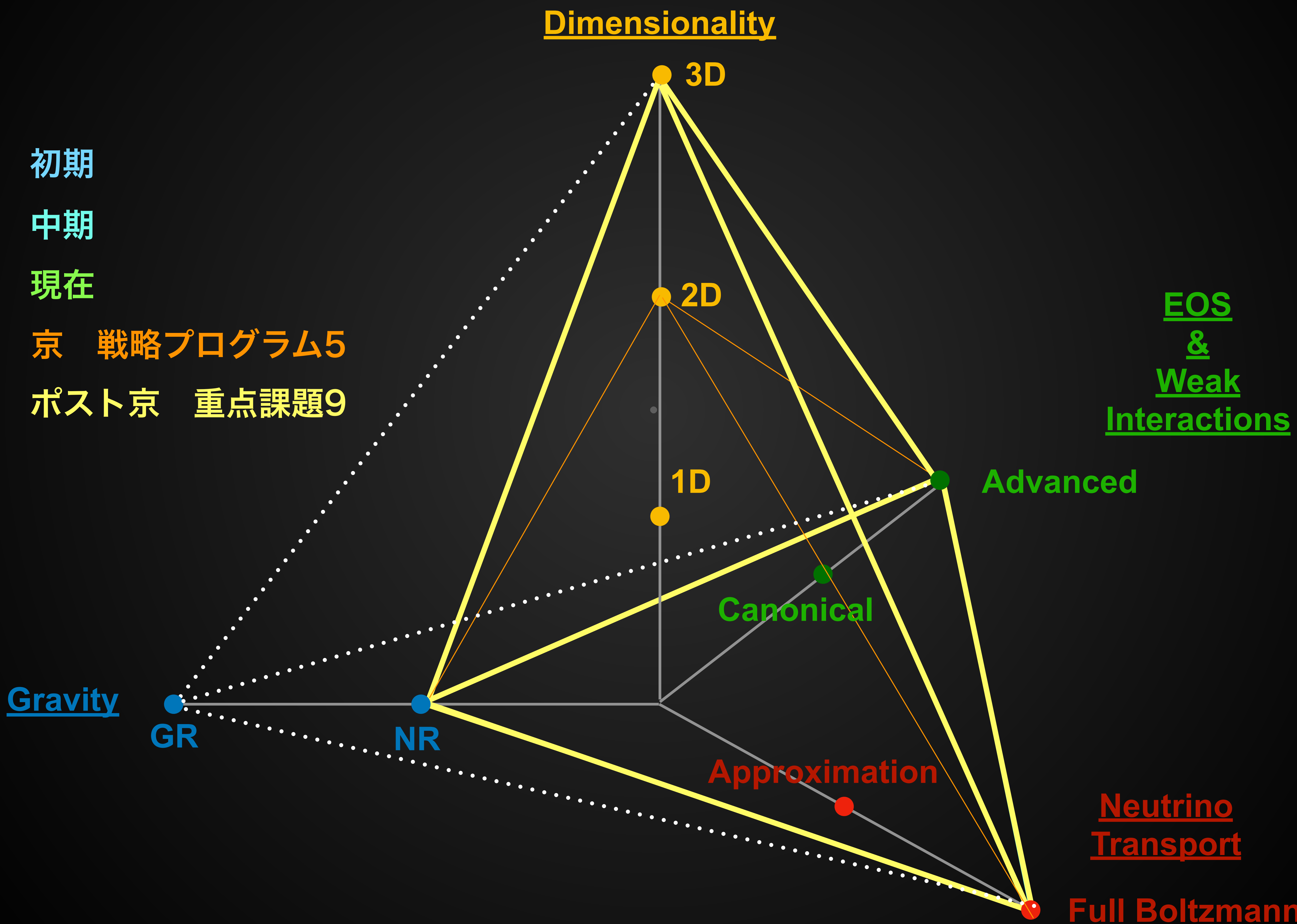
京　戦略プログラム5

ポスト京　重点課題9

最終目標



Current Status of Supernovae Simulation



発表内容

1) ３次元流体ソルバーの検証

2) ６次元ボルツマンソルバーの検証

3) ボルツマンハイドロコードの効率改善

4) 半径10km付近の軸付近の数値振動抑制とクーラン条件の緩和

5) Furusawa-Togashi EOSコードへのアップグレード

6) ボルツマンハイドロコードによる空間三次元計算の実行

1）３次元流体ソルバーの検証

Euler Equations

Hydrodynamics

Continuity Equation: $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\rho v^j\right) = 0$$

Equations of Motion: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho v_i\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\rho v_i v^j + P\delta_i^j\right) = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial x^j} - G^i$$

Energy Equation: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + e\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left[\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + e + P\right)v^j\right] = -\rho v^j \frac{\partial \psi}{\partial x^j} - G^0$$

Time-Evolution Equation of Electron Number: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho Y_e}{m_A}\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\frac{\rho Y_e}{m_A} v^j\right) = -\Gamma$$

1D Poisson's equation for gravity: $$\Delta \psi = 4\pi G \rho$$

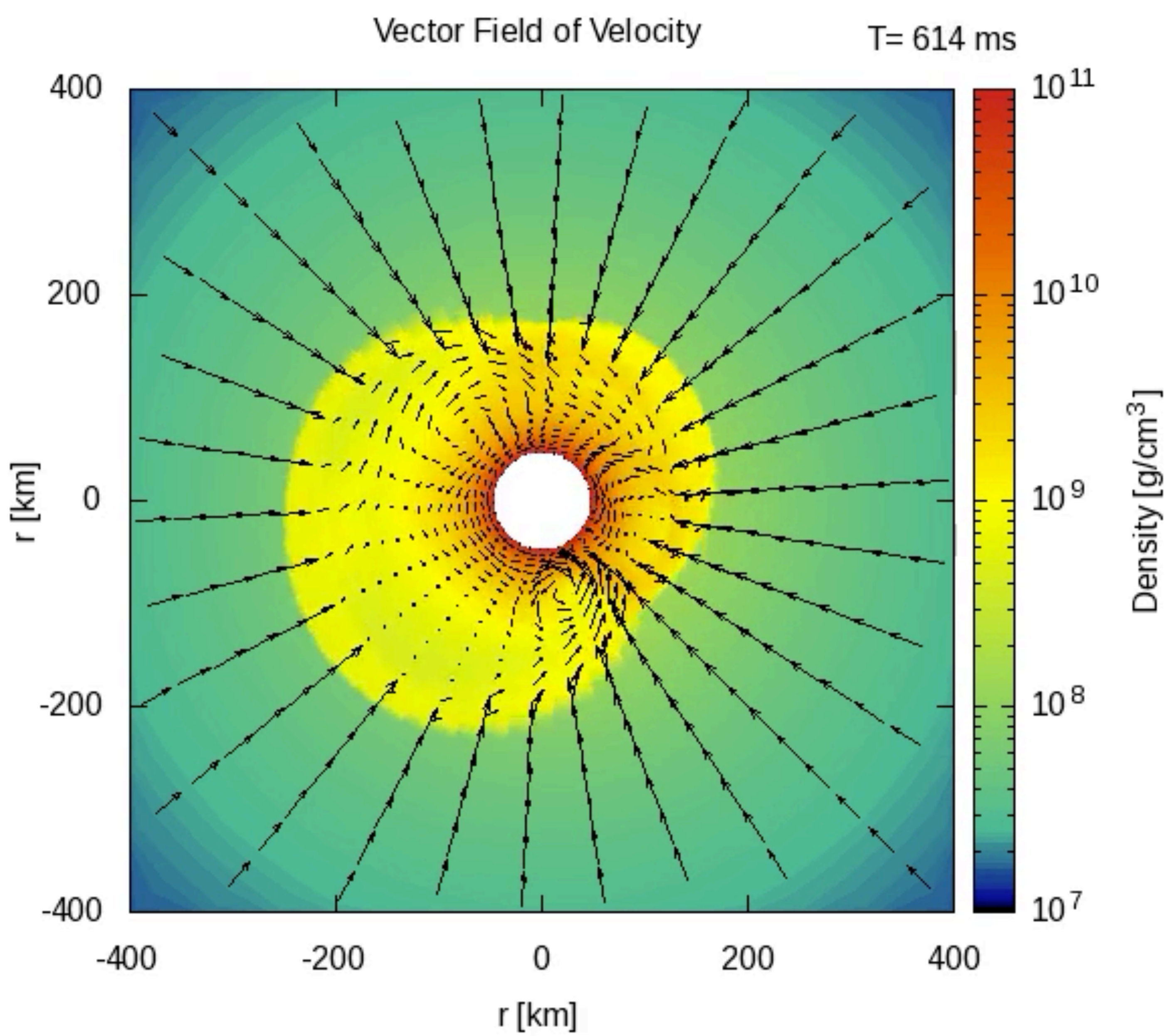
EOS table of Nuclear Matter: $$P = P(\rho, T, Y_e)$$

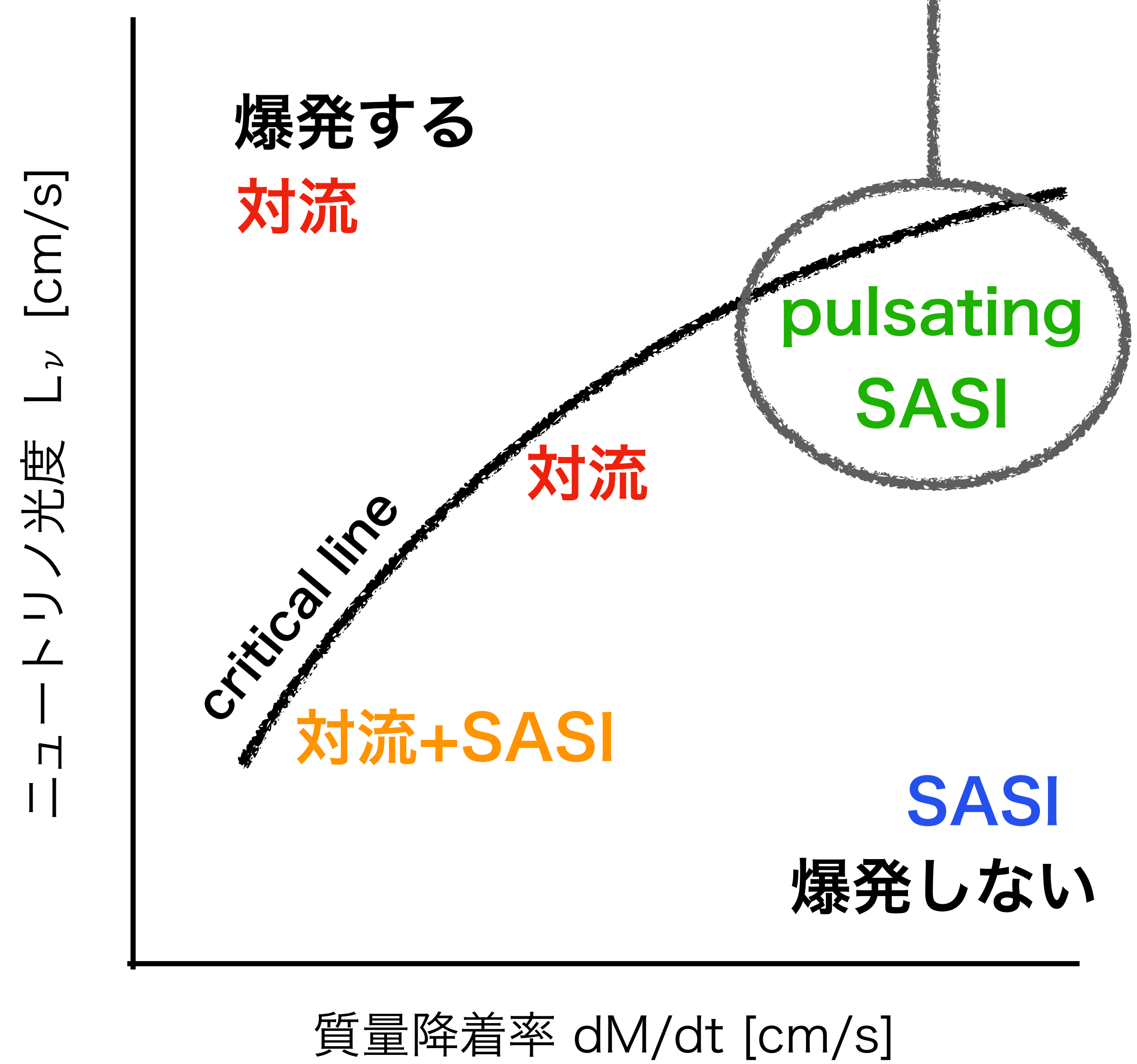
ρ : density, v: velocity, P: pressure, e: internal energy, ψ: the gravitational potential, G : the gravitational constant (=6.67×10^{-8}[$\mathrm{cm^3 g^{-1} s^2}$]), Y_e: electron fraction, T : temperature, m_A: the atomic mass unit, G^0 : neutrino heating rate, G^i : neutrino radiation pressure, Γ: deleptonization rate ($\equiv \Gamma_{\nu_e} - \Gamma_{\bar{\nu}_e}$), Γ_s : neutrino reaction rate

1）３次元流体ソルバーの検証

ZEUS-MP/2コードで計算した結果（Iwakami(2014)）と定性的に一致。

Spiral モード振幅の増幅と減少を繰り返し、増幅する度に回転方向が変化する、
複雑なパターンを再現





2) 6次元ボルツマンソルバーの検証

Boltzmann Equation

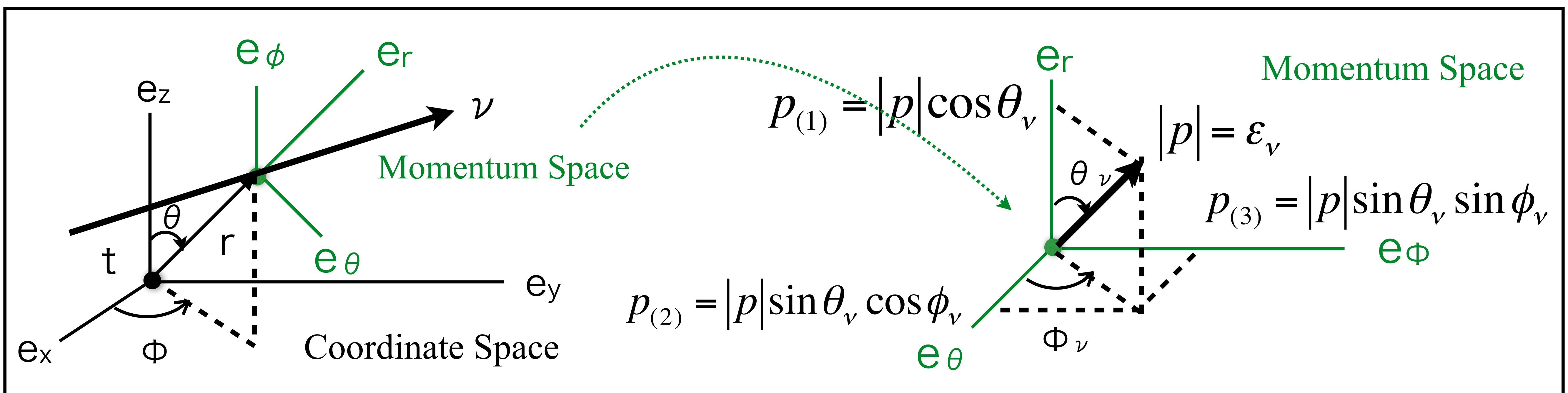
Neutrino Radiation

Neutrino distribution function

$$f(t, r, \theta, \phi, \varepsilon_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu)$$

Boltzmann Equation in the spherical coordinate

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \cos\theta_\nu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\sin\theta_\nu \cos\theta_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{\sin\theta_\nu \sin\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi} - \frac{\sin\theta_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta_\nu} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\sin\theta_\nu \sin\phi_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi_\nu} = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{\text{collision}}$$



2) 6次元ボルツマンソルバーの検証

Collision Terms

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{emis-abs}} = -R_{\text{abs}}(\varepsilon, \Omega) f(\varepsilon, \Omega) + R_{\text{emis}}(\varepsilon, \Omega)[1 - f(\varepsilon, \Omega)].$$

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{pair}} = -\int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{pair-anni}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') \times f(\varepsilon, \Omega) \overline{f}(\varepsilon', \Omega') + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{pair-emis}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') \times [1 - f(\varepsilon, \Omega)][1 - \overline{f}(\varepsilon', \Omega')],$$

$\overline{f}(\varepsilon', \Omega')$ denotes the distribution of anti-neutrinos , which is the angle-averaged distribution in the previous time step.

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{scat}} = -\int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{scat}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') f(\varepsilon, \Omega) \times [1 - f(\varepsilon', \Omega')] + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{scat}}(\varepsilon', \Omega'; \varepsilon, \Omega) \times f(\varepsilon', \Omega')[1 - f(\varepsilon, \Omega)],$$

Ω' denotes the angle variables after/before the scattering

$R\,(\varepsilon, \Omega)$: reaction rate (see Bruenn1985)

Detailed Balance

$$R_{\text{emis}}(\varepsilon, \Omega) = R_{\text{abs}}(\varepsilon, \Omega) e^{-\beta(\varepsilon - \mu_\nu)}$$

$$R_{\text{pair-emis}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') = R_{\text{pair-anni}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') e^{-\beta(\varepsilon + \varepsilon')}$$

$\beta = 1/k_B T$: inverse of temperature

$\mu_\nu = \mu_p + \mu_e - \mu_n$: chemical potential

$\Omega = (\theta_\nu, \phi_\nu)$: solid angle

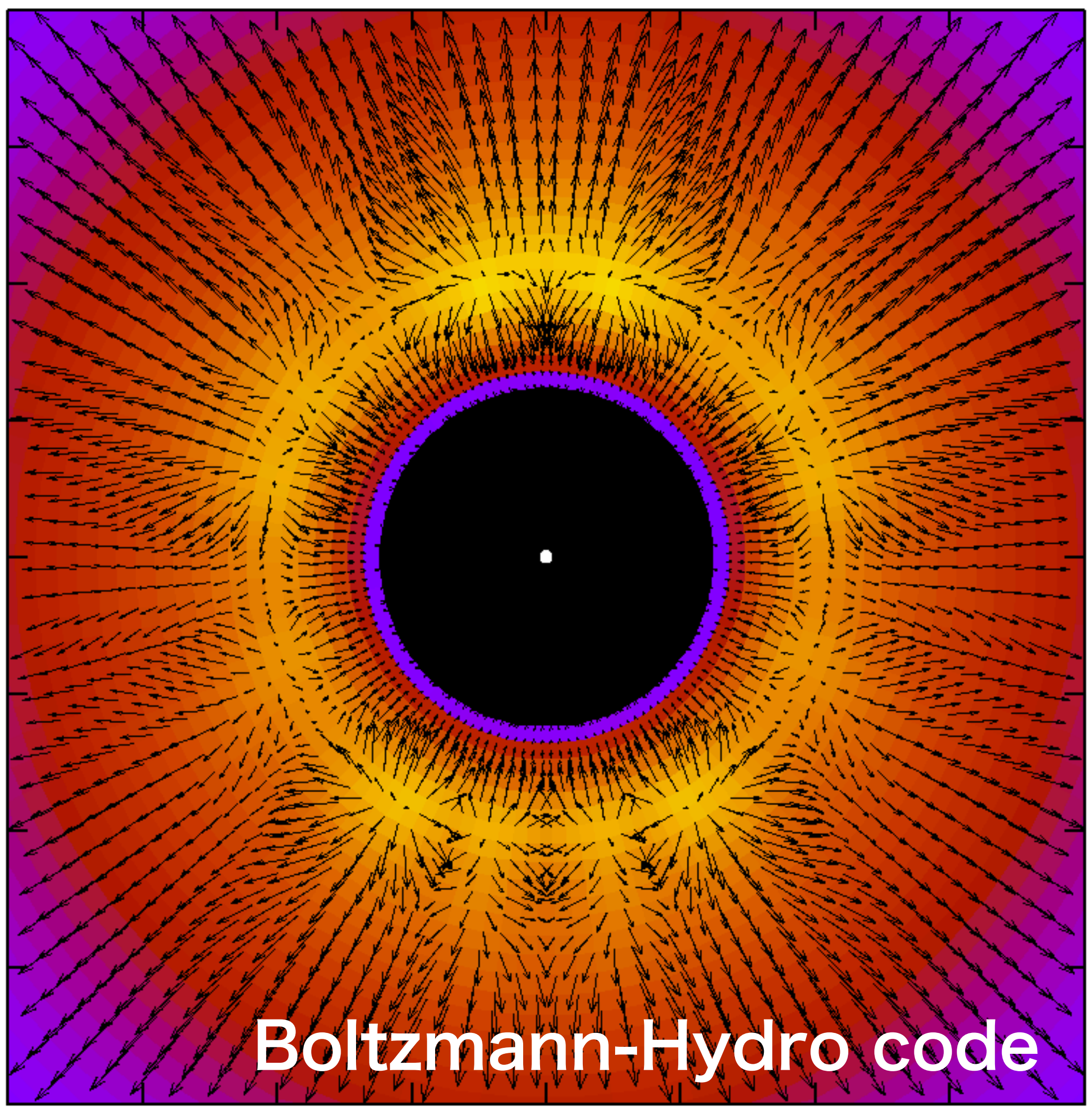
Iso-energy scattering

$$R_{\text{scat}}(\Omega'; \Omega) = R_{\text{scat}}(\Omega; \Omega')$$

2) 6次元ボルツマンソルバーの検証

Sumiyoshi(2014)のν_e、ν_{ebar}, ν_xの数密度やフラックスの分布図を比較。
定性的に一致していることを確認。

3次元流体ソルバーとの結合の際に、並列化、チューニング、改良など、
オリジナルのコードから大幅な変更あり（定量的に異なるような変更も含む）。



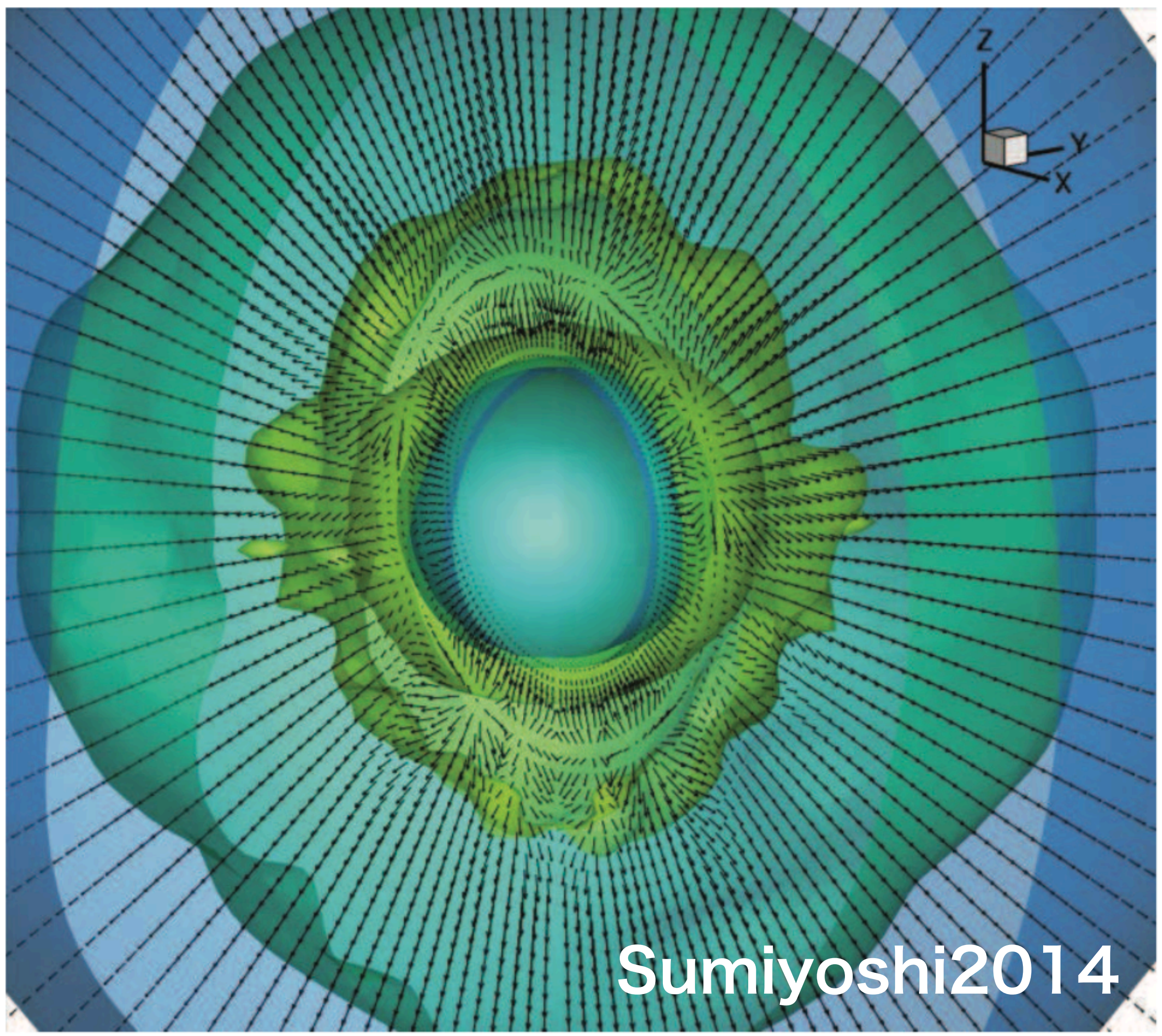


Fig. 5.— Iso-surfaces of density of electron-type anti-neutrinos ($\bar{\nu}_e$) for the 3D supernova core at 150 ms after the bounce. Arrows represent the flux vector of neutrinos.

3) ボルツマンハイドロコードの効率改善

8%程度だった効率を10%程度に改善した。

STEP1 流体の方程式のニュートリノソース項以外の時間発展を解く

A) 圧力項と屈曲項の計算

B) 重力項を計算

C) 移流項の計算

効率低

STEP2 ボルツマン方程式の時間発展を解く

A) 衝突項の計算

B) 移流項の計算

効率高

STEP3 流体の方程式のニュートリノソース項による時間発展を解く

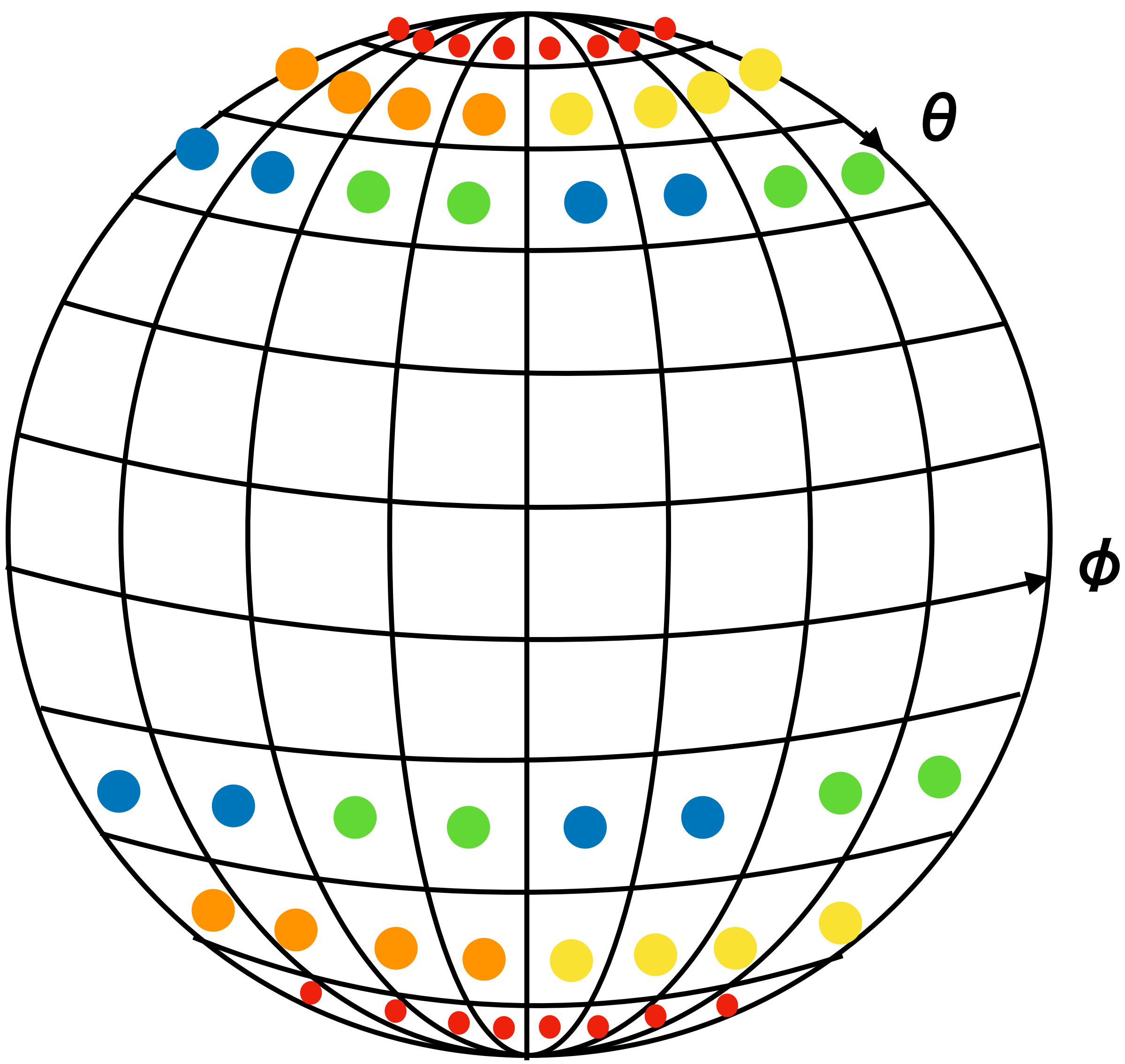
A) ニュートリノソース項の計算

$\Delta t_{_hydro}$が$\Delta t_{_boltz}$よりも
非常に小さくなっていて
STEP1の繰り返し回数が
増大していた。
タイムステップの評価を
修正し、
$\Delta t_{\_hydro}=\Delta t_{\_boltz}<\min(\Delta x)/c$
とした。

4）軸付近の数値振動抑制とクーラン条件の緩和

半径10km付近のニュートリノ加熱項の空間的変動が激しい領域 →
軸付近のみV θ やV ϕ が局所的に異常に早く成長する

軸付近のグリッドが細かい領域で複数の ϕ 方向メッシュに対し保存量を平均化する、**粗視平均化**を行うルーチンを導入（流体のみ）



N_θ=48, N_ϕ=96のとき半径12km以下の領域で、

θ_1, θ_N　：8点を平均化

θ_2, θ_{N-1}　：４点を平均化

θ_3, θ_{N-2}　：２点を平均化

上記の問題の発生を抑制できることを確認。

クーラン条件の緩和も期待できる。

どのパラメータであれば計算が変わらないか、dtをどれだけ伸ばせるかを確認することは今後の課題

5) Furusawa-Togashi EOSコードへのアップデート

ボルツマンハイドロコードに実装されているEOS

LS EOS (Lattimer & Swesty)

一様な原子核物質に対し**非相対論的なスキルム型**を適用。
多種の原子核を**単一の原子核**で近似。

反応率を正確に計算できない

Shen EOS (Shen et al.)

一様な原子核物質に対し**相対論的平均場理論**を適用。
多種の原子核を**単一の原子核**で近似。

FS EOS (Furusawa et al.)

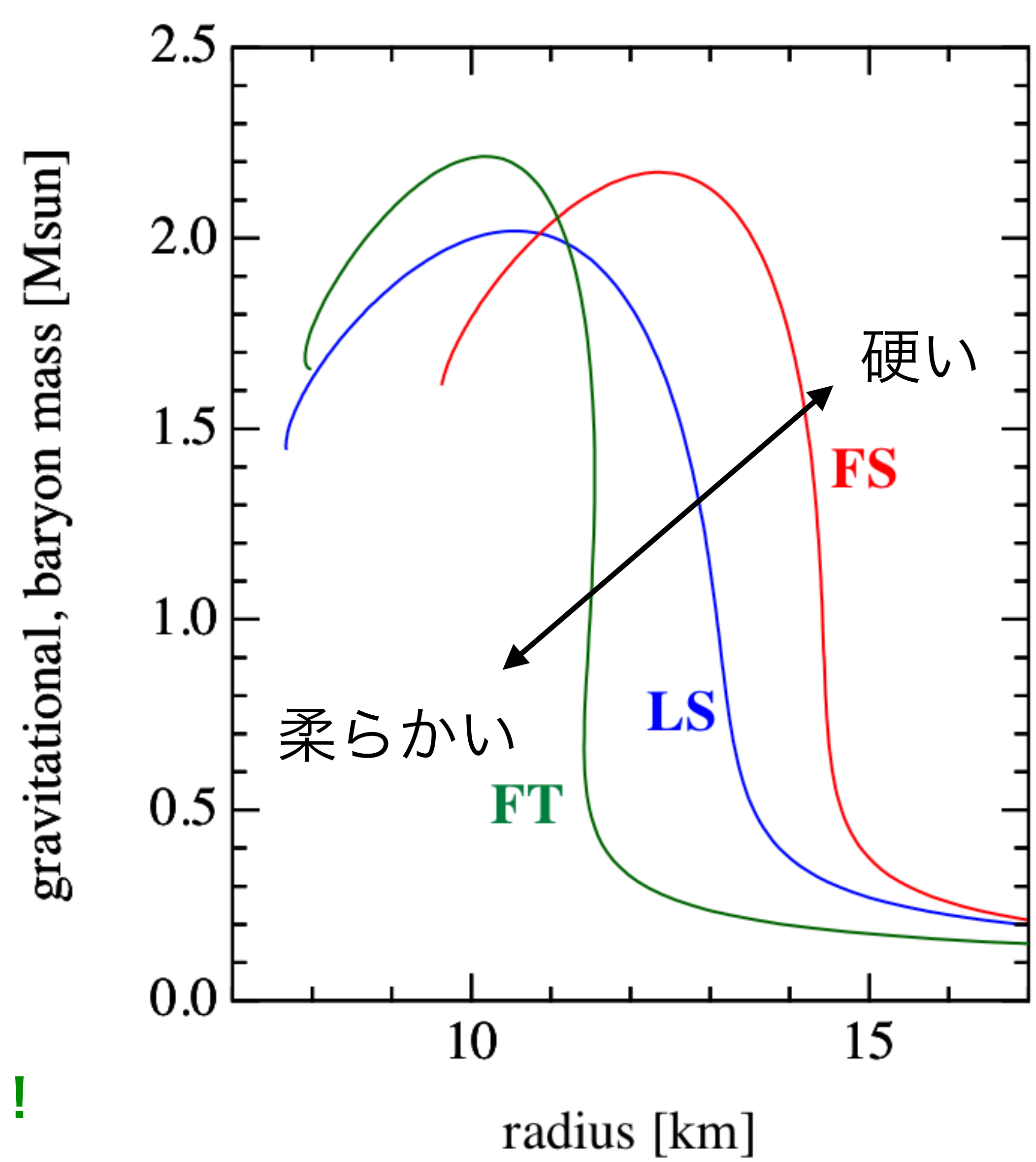
一様な原子核物質に対し**相対論的平均場理論**を適用。
多核種を考慮。

FT EOS (Furusawa-Togashi)

一様な原始核物質に対し**多体理論により計算された現実的な核力**を適用。**多核種**を考慮。

重力波観測、半径の評価、最大質量の全ての制限を満たしている！

中性子星の質量と半径

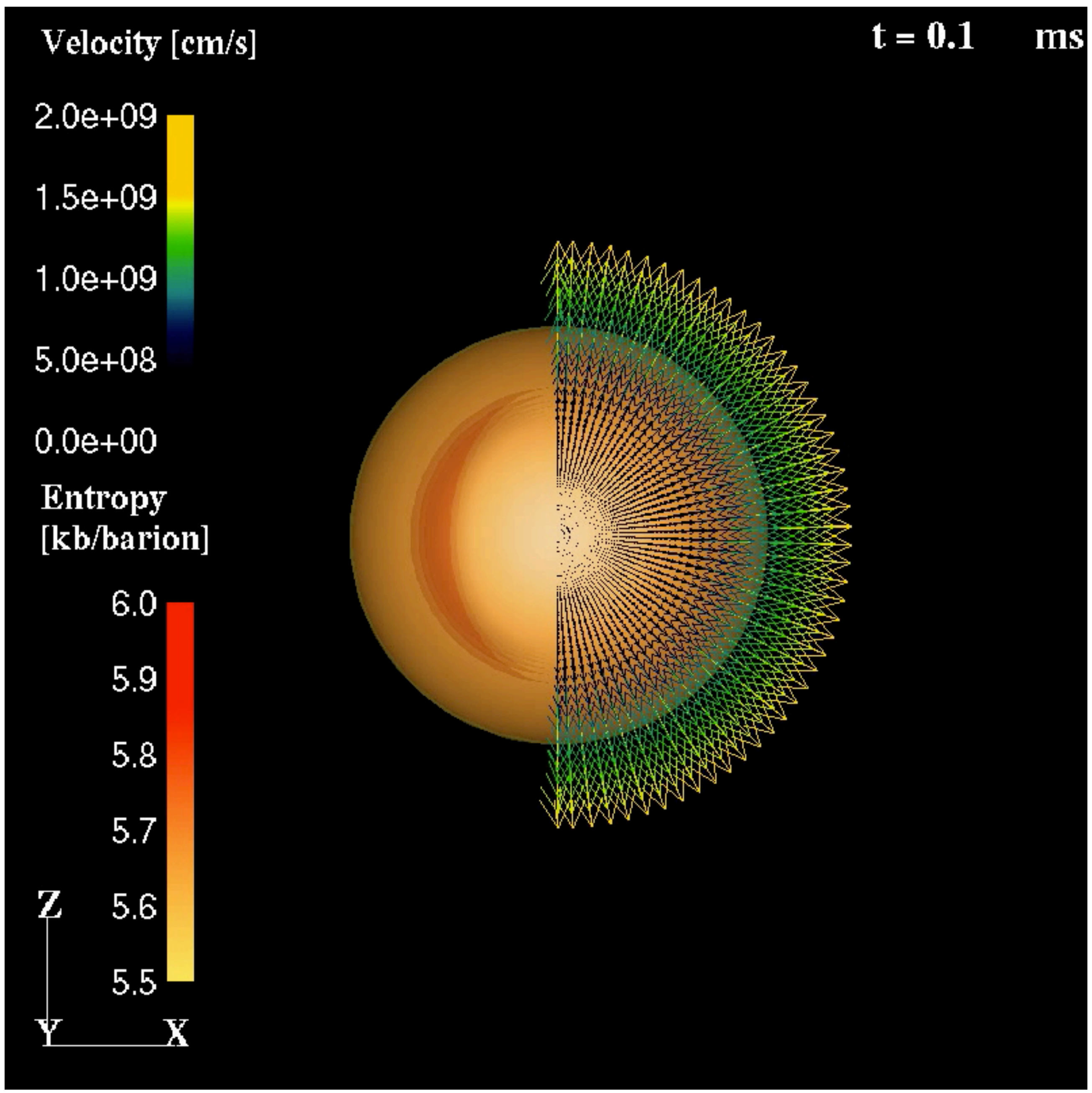


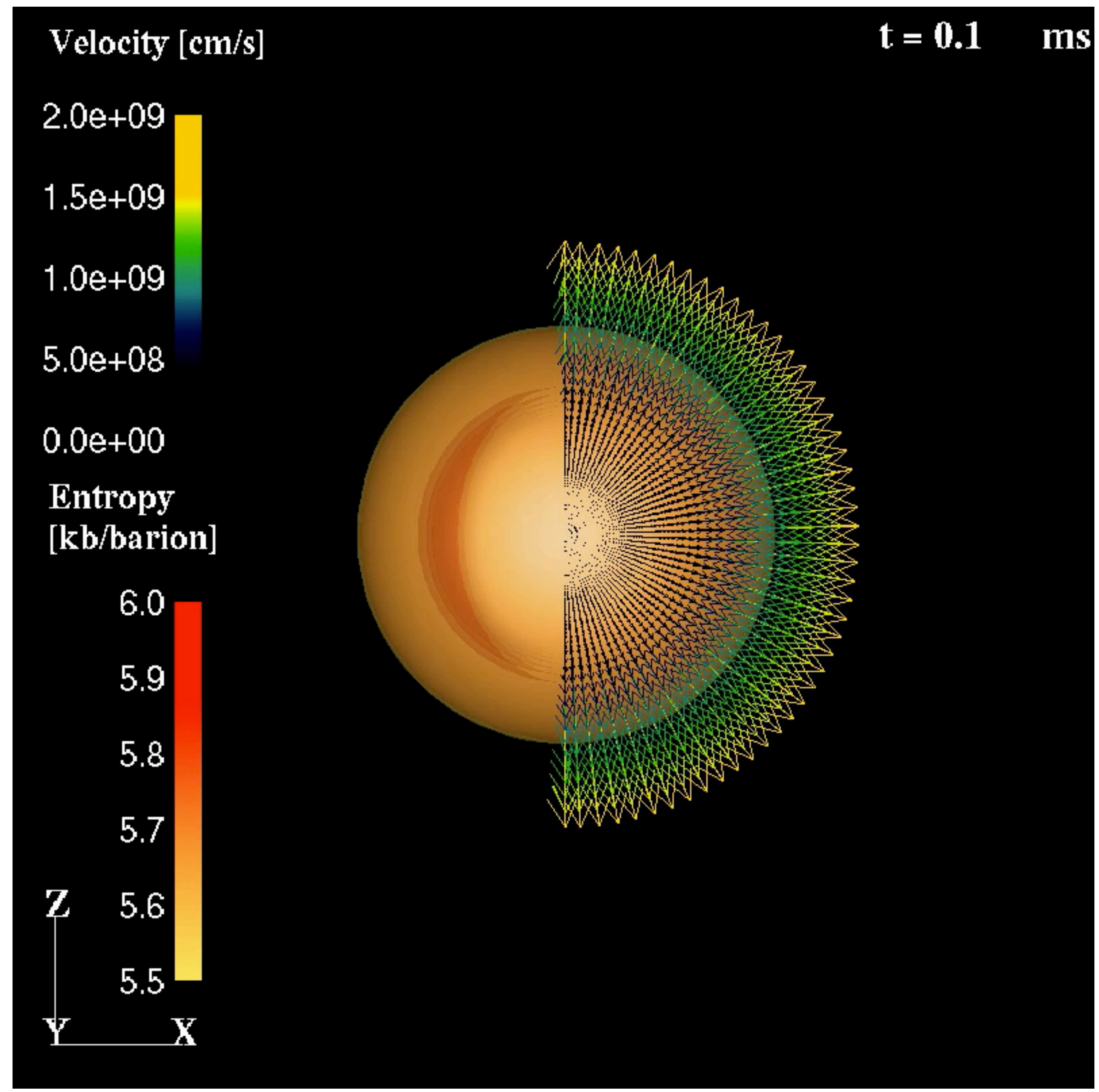
6) ボルツマンハイドロコードによる空間三次元計算の実行

$N_r \times N_\theta \times N_\phi \times N_{\nu_e} \times N_{\nu_\theta} \times N_{\nu_\phi} = 256 \times 48 \times 96 \times 16 \times 6 \times 6$

Nθを64から48に変更。計算時間短縮とNθ=Nφ/2とすることで球面調和関数展開による解析でlとmの解像度を同等にするため

2D（子午面）　　流体　　3D （子午面）

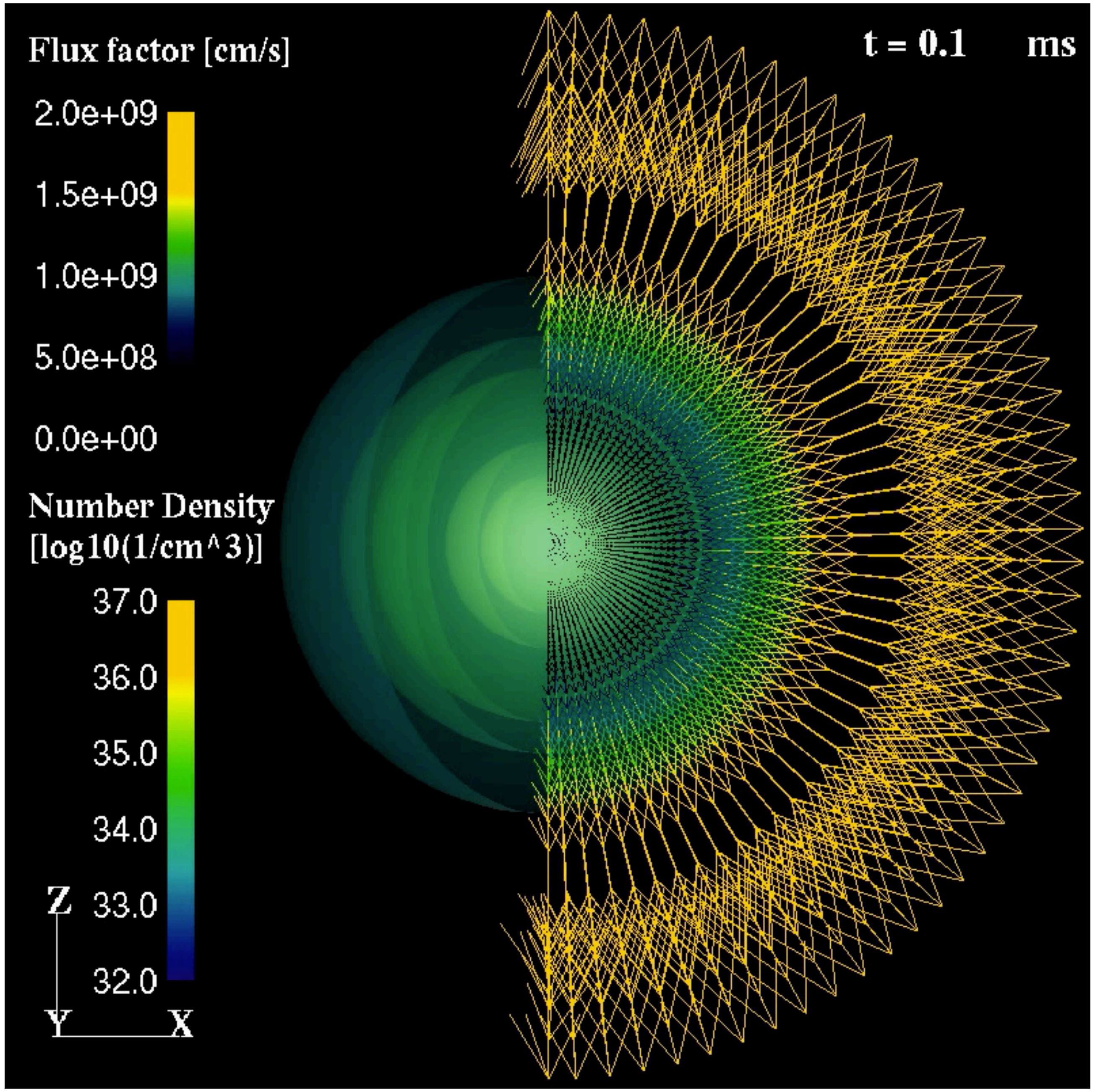


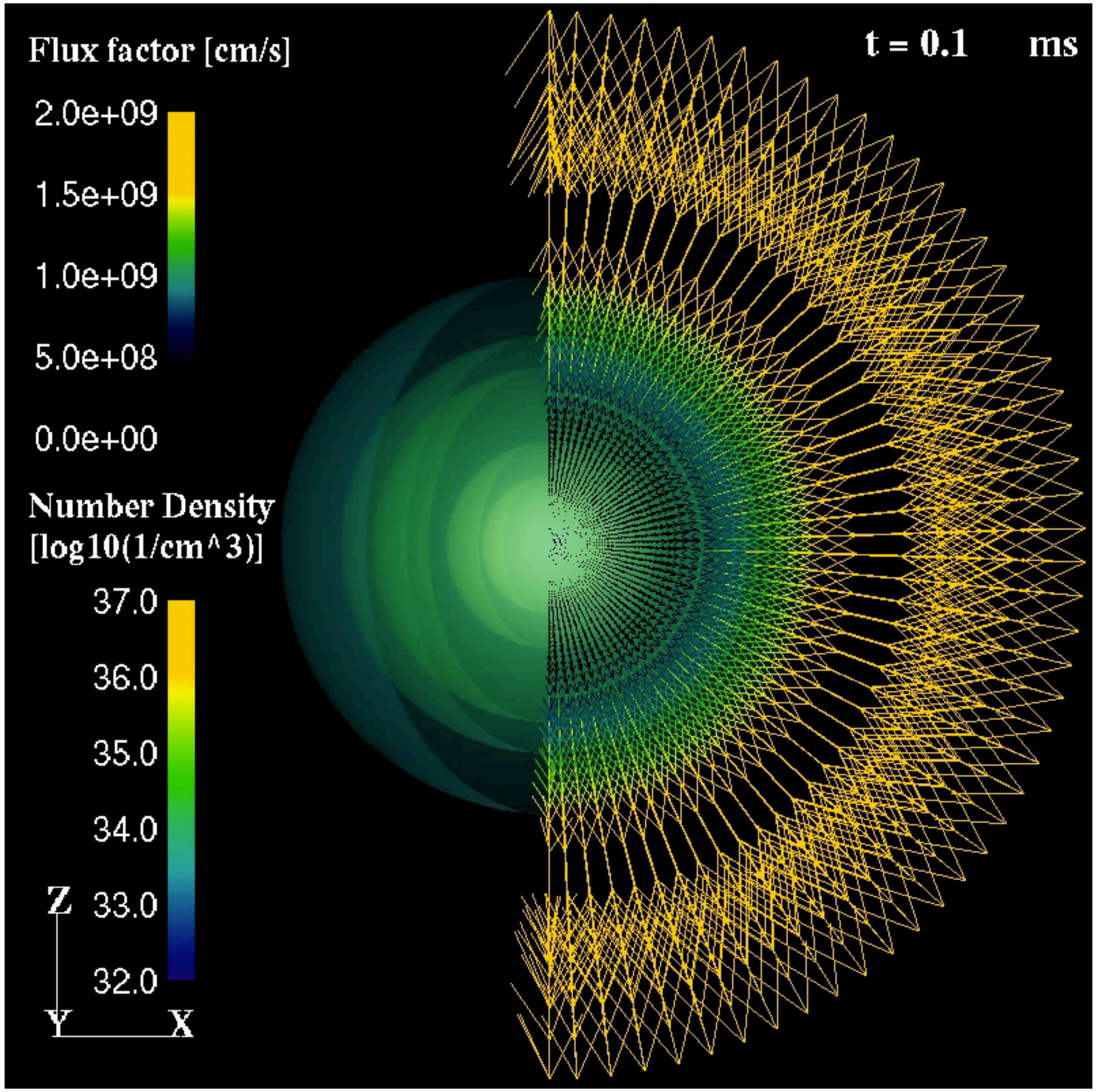


6) ボルツマンハイドロコードによる空間三次元計算の実行

バウンス後10msまで計算し、prompt convectionの成長に伴うニュートリノ
密度やニュートリノフラックス分布の三次元的構造を捉えることができた。

2D（子午面）　　　ニュートリノ　　　3D （子午面）

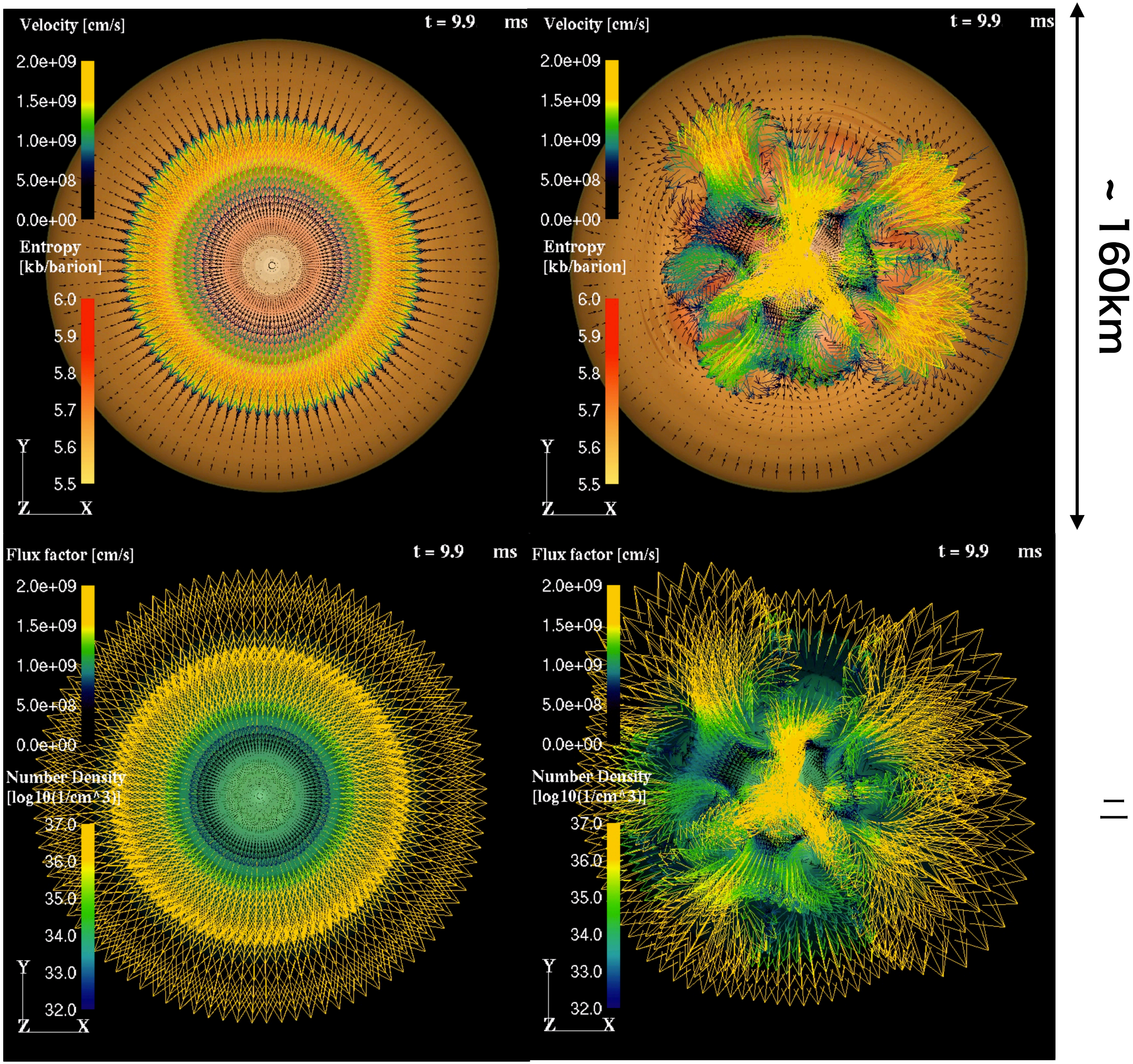




6) ボルツマンハイドロコードによる空間三次元計算の実行

2D
（赤道面）
流体

3D
（赤道面）
流体



2D
（赤道面）
ニュートリノ

3D
（赤道面）
ニュートリノ

まとめ

1) ３次元流体ソルバーの検証

Iwakami(2014)で計算した結果と定性的に一致。Spiral モード振幅の増幅と減少を繰り返し、増幅する度に回転方向が変化する複雑なパターンを再現。

2) ６次元ボルツマンソルバーの検証

Sumiyoshi(2014)で計算した結果と定性的に一致。ν_e、ν_{ebar}, ν_xの数密度やフラックスを比較。論文の図を再現し、定性的に一致していることを確認。

3) ボルツマンハイドロコードの効率改善

8%程度だった効率を10%程度に改善した。

4) 半径10km付近の軸付近の数値振動抑制とクーラン条件の緩和

軸付近のグリッドが細かい領域で複数のϕ方向メッシュに対し保存量を平均化する操作を行うルーチンを導入

5) Furusawa-Togashi EOSコードへのアップグレード

Furusawa-Togashi EOSを利用できるボルツマンハイドロコードを三次元計算用に整備

6) ボルツマンハイドロコードによる空間三次元計算の実行

$Nr \times N\theta \times N\phi \times N\nu_e \times N\nu_\theta \times N\nu_\phi = 256 \times 48 \times 96 \times 16 \times 6 \times 6$

バウンス後10msまで計算し、prompt convectionの成長に伴うニュートリノ密度やニュートリノフラックス分布の三次元的構造を捉えることができた。