

QCDの有限温度相転移とトポロジー

—サブ課題A 「QCD相転移」 —

青木保道



2018.10.3 重点課題9研究報告会

QCDの有限温度相転移とトポロジー —サブ課題A 「QCD相転移」 —

青木保道



2017.5.31 重点課題9研究報告会

QCD 有限温度相転移 contributor

- 青木慎也 京大基研
- 青木保道 KEK/理研
- 深谷英則 大阪大学
- Guido Cossu Edinburgh
- 橋本省二 KEK
- 金児隆志 KEK
- 鈴木渓 KEK
- ...

ここで紹介する結果は全て Preliminary です

QCD 有限温度相転移

- 何故興味があるか
 - 宇宙と物質の進化と関係
 - 実験: RHIC, LHC
 - 純理論的な興味
 - QCDの理解
 - カイラル対称性とその自発的破れ

↑ 物理点直上の計算

- 大規模数値計算の主流

↑ クォーク質量を変えてプローブ

- 非物理点(クォーク質量)の情報

• 物理点の理解の強固な補強

• 究極的には相図の完成

• この課題で追求する！

QCD 有限温度相転移

- 何故興味があるか
 - 宇宙と物質の進化と関係
 - 実験: RHIC, LHC
- ↑ 物理点直上の計算
 - 大規模数値計算の主流
- ↑ クォーク質量を変えてプローブ
 - 純理論的な興味
 - QCDの理解
 - カイラル対称性とその自発的破れ
 - 非物理点(クォーク質量)の情報
 - 物理点の理解の強固な補強
 - 究極的には相図の完成
- この課題で追求する！

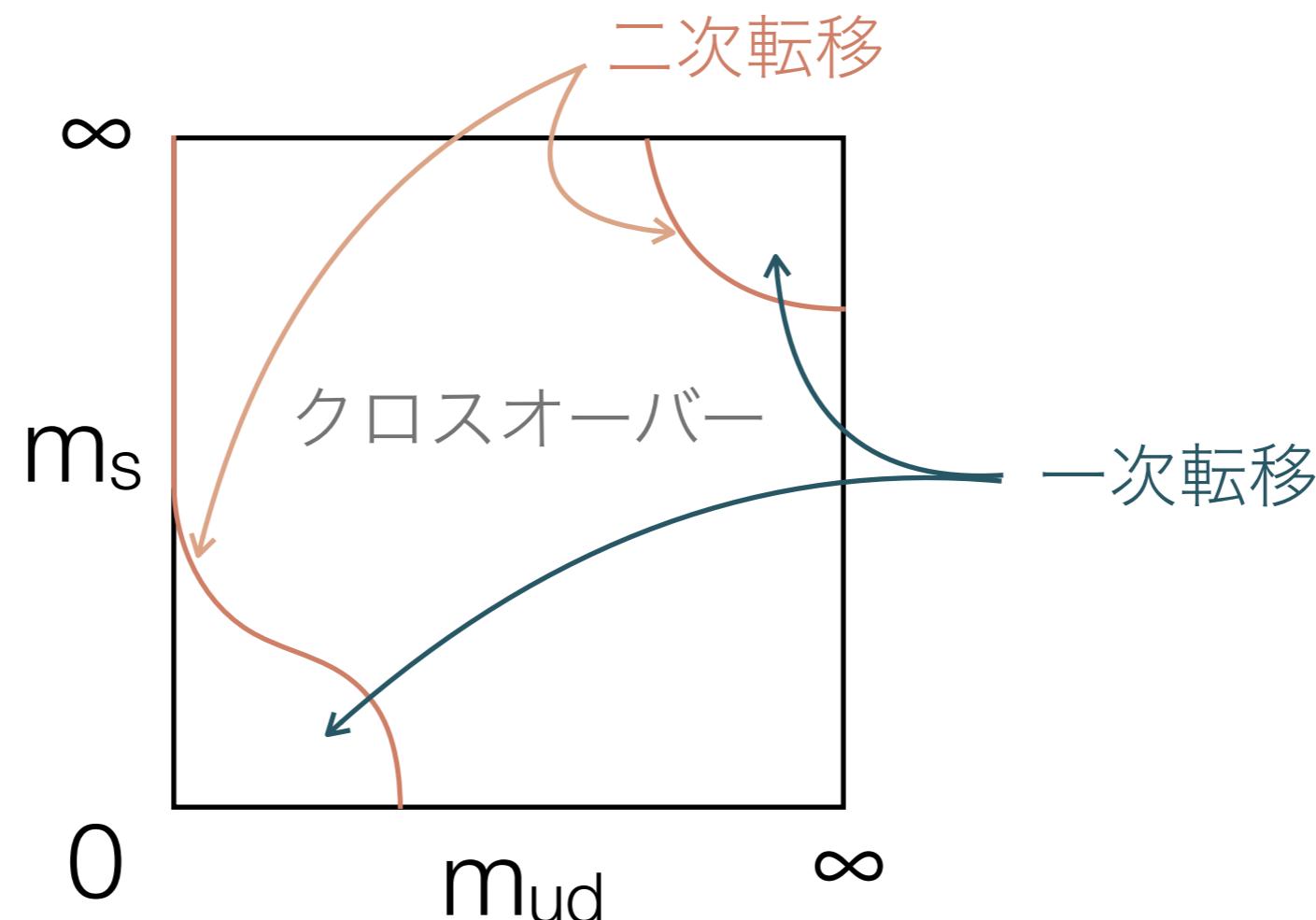
QCD 有限温度相転移

- 純理論的な興味
 - QCDの理解
 - カイラル対称性とその自発的破れ
 - ↑ クォーク質量を変えてプローブ
 - 非物理点(クォーク質量)の情報
 - 物理点の理解の強固な補強
 - 究極的には相図の完成
 - この課題で追求する！
- 最も近い理想的な状況: $N_f=2$
 - 相転移とトポロジー
 - 密接に関係！
 - トポロジーを詳しく調べる
 - $U(1)_A$ の回復？ = 長年の懸案
 - 波及効果
 - axion \rightarrow 宇宙と物質の進化
 - まずは $N_f=2$ を理解し
 - $N_f=2+1$ へつなげる
 - Columbia plot の全容へ

QCD 有限温度相転移

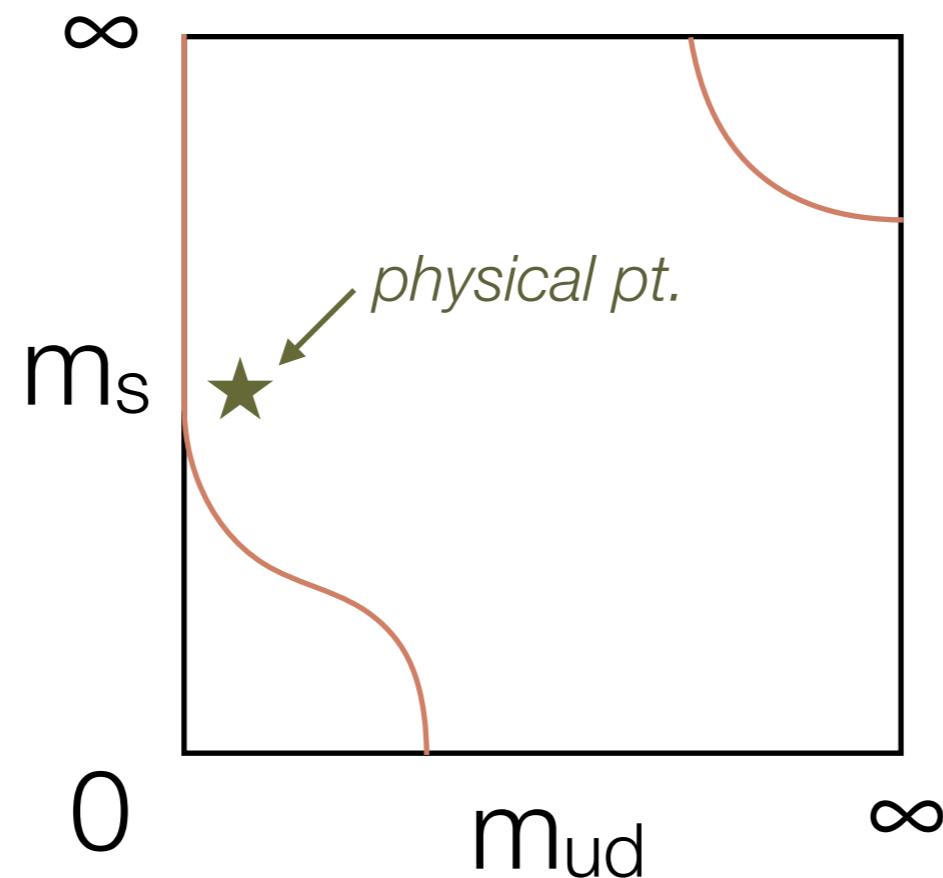
- 純理論的な興味
 - QCDの理解
 - カイラル対称性とその自発的破れ
 - ↑ クォーク質量を変えてプローブ
 - 非物理点(クォーク質量)の情報
 - 物理点の理解の強固な補強
 - 究極的には相図の完成
 - この課題で追求する！
- 最も近い理想的な状況: $N_f=2$
 - 相転移とトポロジー
 - 密接に関係！
 - トポロジーを詳しく調べる
 - $U(1)_A$ の回復？ = 長年の懸案
 - 波及効果
 - axion \rightarrow 宇宙と物質の進化
 - まずは $N_f=2$ を理解し
 - $N_f=2+1$ へつなげる
 - Columbia plot の全容へ

現在でも: Columbia Plot = 大方の人の理解 || 期待



[original Columbia plot: Brown et al 1990]

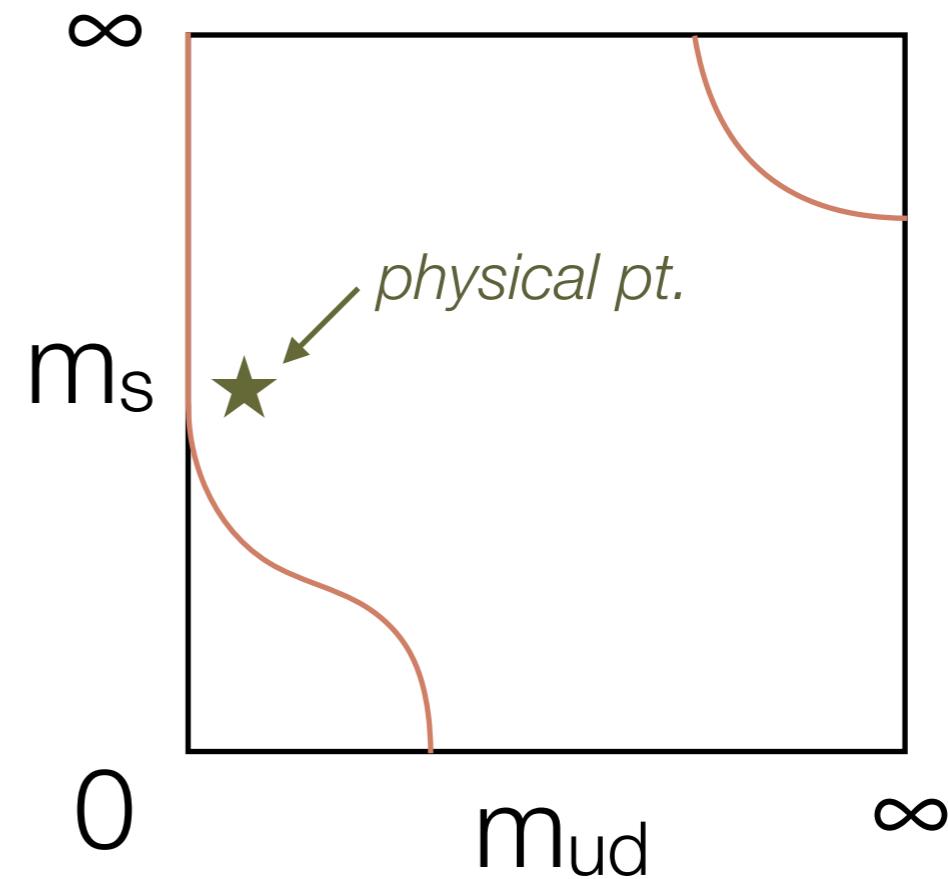
現在でも: Columbia Plot = 大方の人の理解 || 期待



[original Columbia plot: Brown et al 1990]

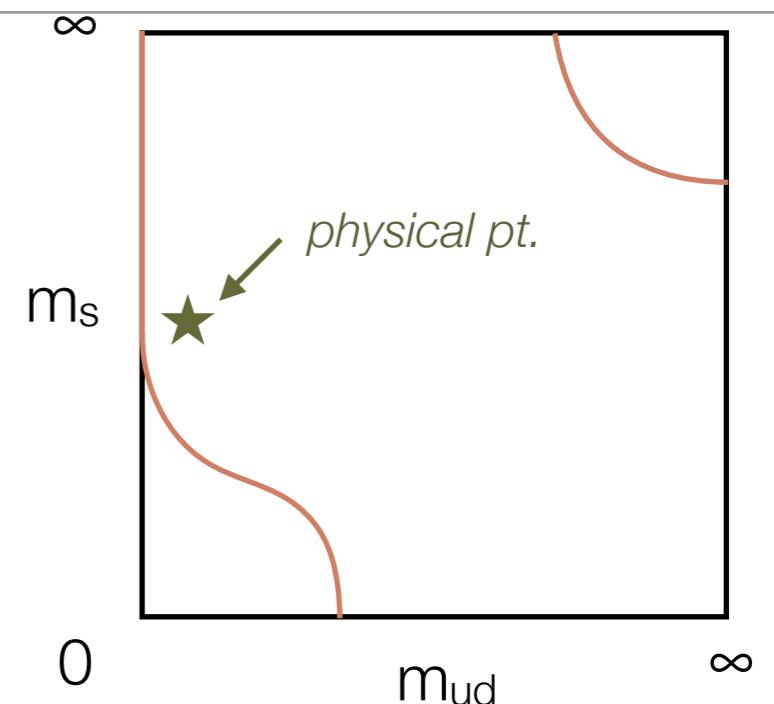
$N_f=2+1$ 相図

- 連続極限で分かっていること
 - $N_f=0$: 一次転移
 - 右上隅はよく分かっている
 - $N_f=2+1$ 物理点: cross-over
 - staggered (Wuppertal 2006)
 - 他の正則化でも反証なし
 - 厳密なカイラル対称性を持つアプローチでは未踏
- その他の領域は不確定



QCD 有限温度相転移の理論: $N_f=2+1$ Lattice

- $N_f=2+1$ 相図が完成すれば
 - QCD の理解
 - 物理点の相転移の存在、次数が分かる。
 - 遠回りだが確実な方法
 - 相境界($\mu=0$)の $\mu>0$ への伸び方を調べる → (T,μ) 臨界終点の研究へつなげる
 - 大変重要／有用である！



まずは $N_f=2$

- $N_f=2+1$ physical pt. から遠い?

- $m_s \sim 100 \text{ MeV} \rightarrow \infty$
 - $T=0$ では s のあるなしは微細効果

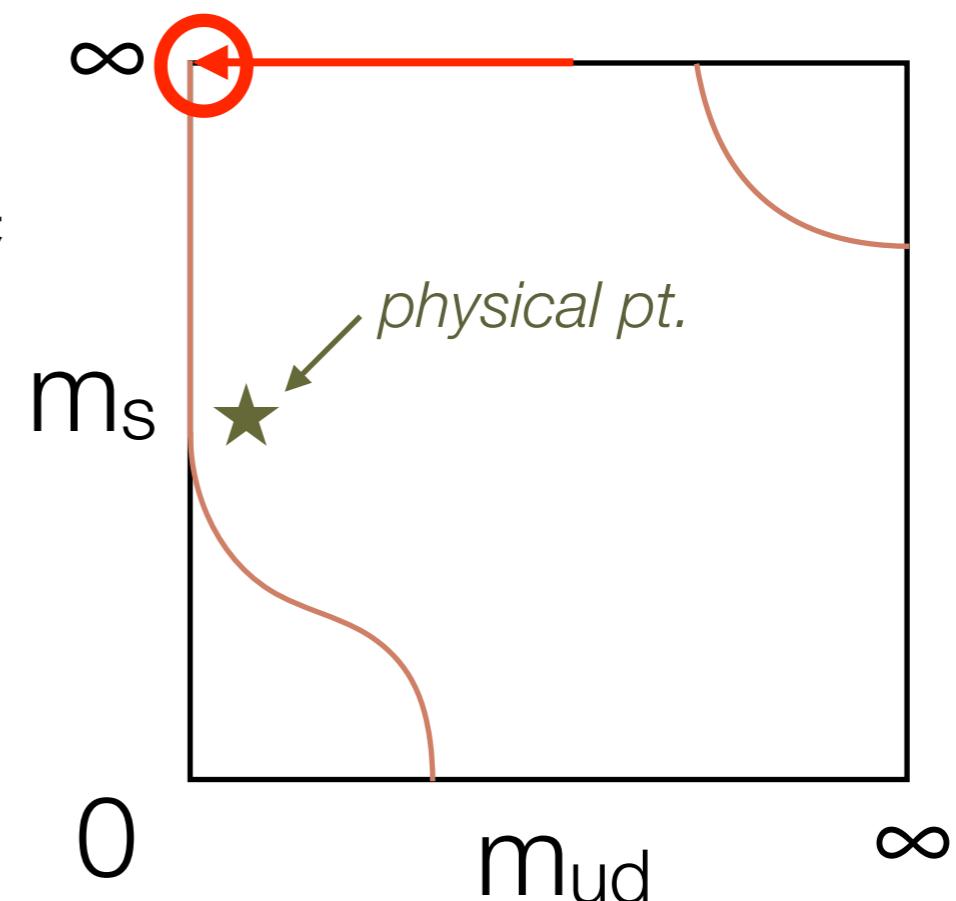
- boundary の情報としては有用

- $N_f=2$

- Wilson, staggered: 未確定
- 厳密な格子カイラル対称性

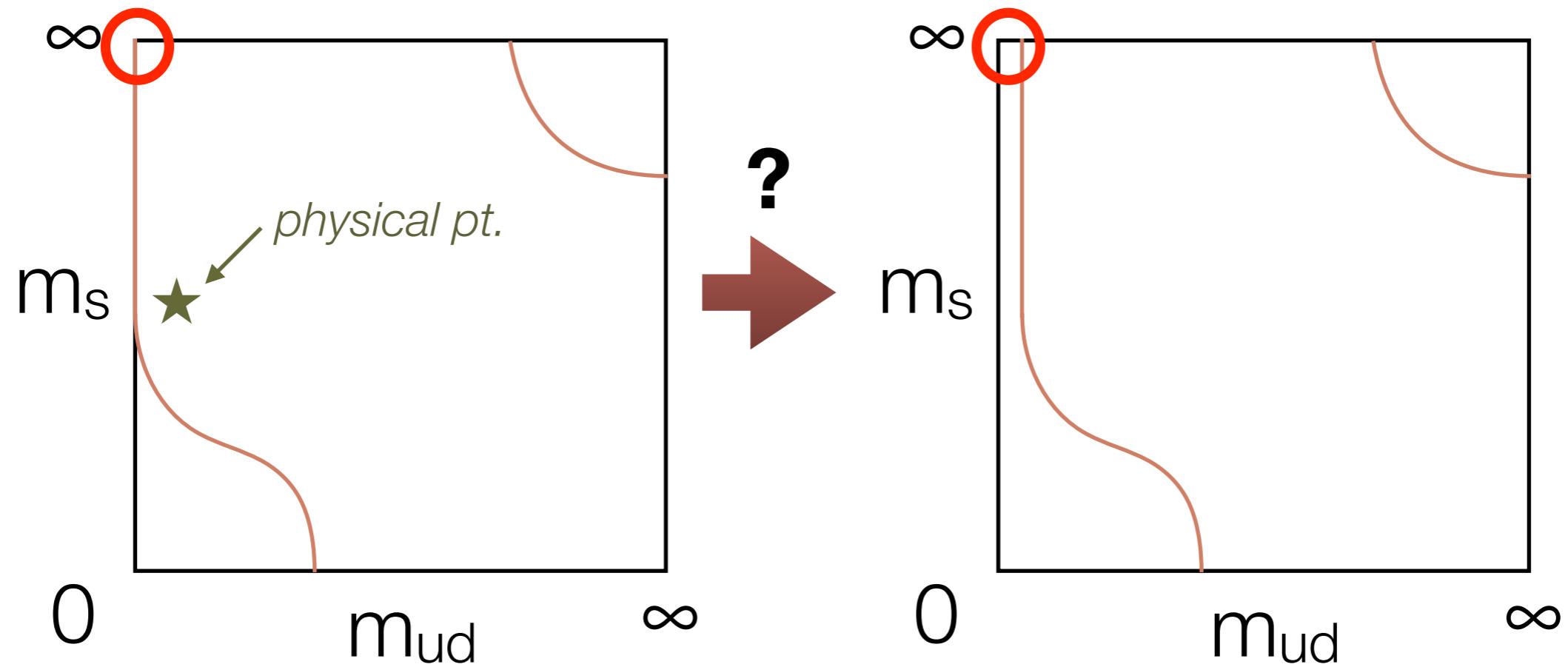
→ $U(1)_A$ 回復を示唆[JLQCD16]

→ 一次転移の可能性 → $\chi_t(m)$ に飛び?
[Pisarski&Wilczek]



一次転移だとどうなるか？

- $0 \leq m_f < m_c$: 一次転移
- 一つの可能性として: $N_f=3$ の一次転移領域と繋がる
- 物理点への影響も考えられる



格子作用と対称性

	$U(1)_B$	$SU(N_f)_V$	$SU(N_f)_A$	simulation cost
Wilson	✓	✓	✗	moderate
staggered	✓	✗	$U(1)$	cheap
domain wall	✓	✓	almost exact	expensive
overlap	✓	✓	✓	almost impossible

我々の手法

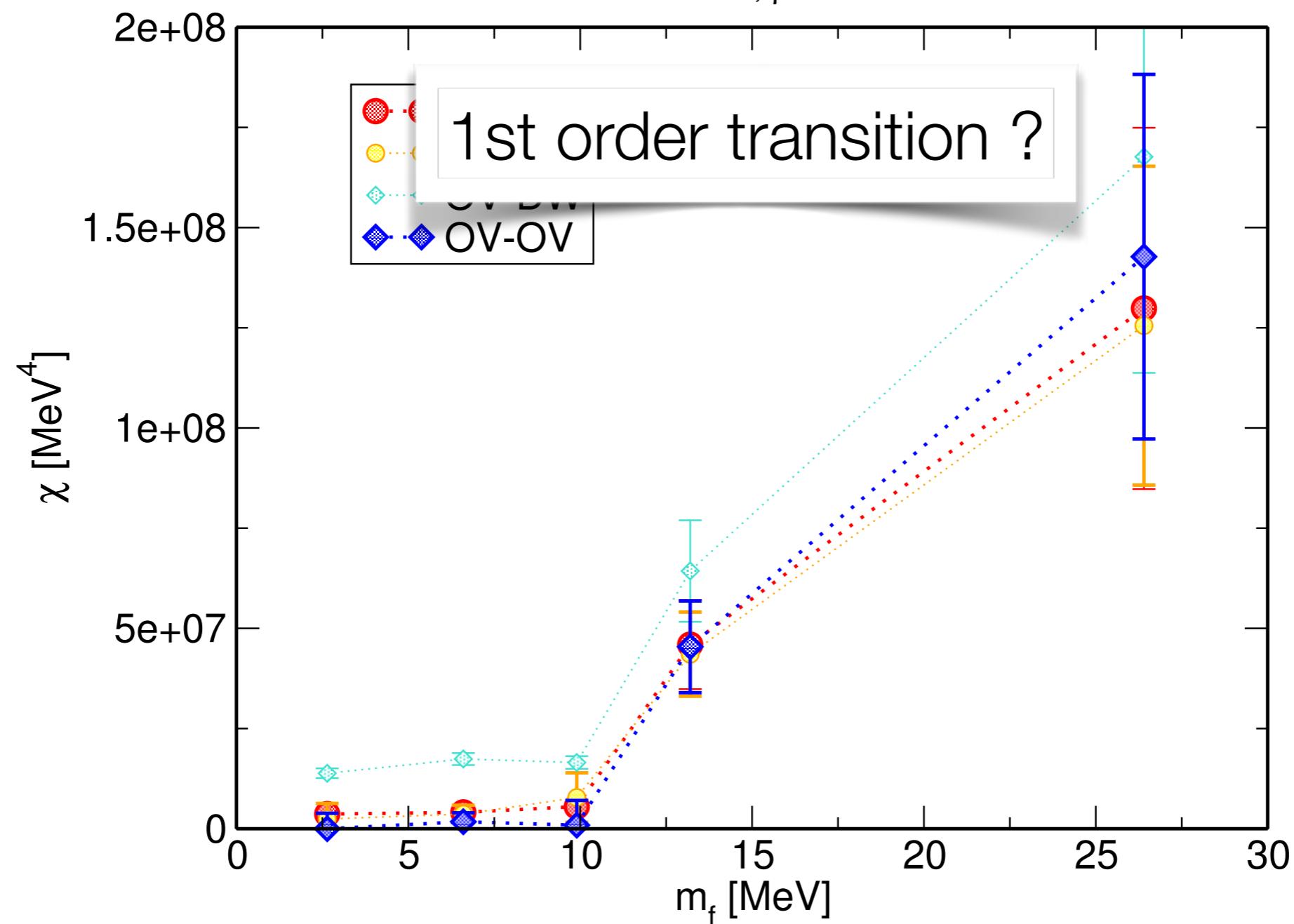
- **domain wall fermion (DW) → “reweighting” to overlap (OV) [JLQCD]**
- 時間を節約しつつ、最終結果は厳密な対称性を保証
 - ただし、有効統計の減少とDWの近似の精度には注意が必要

実際、我々の研究で
トポロジカル感受率 $\chi_t(m)$ に一次転移が見えてい
るかもしれない。。。。

$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

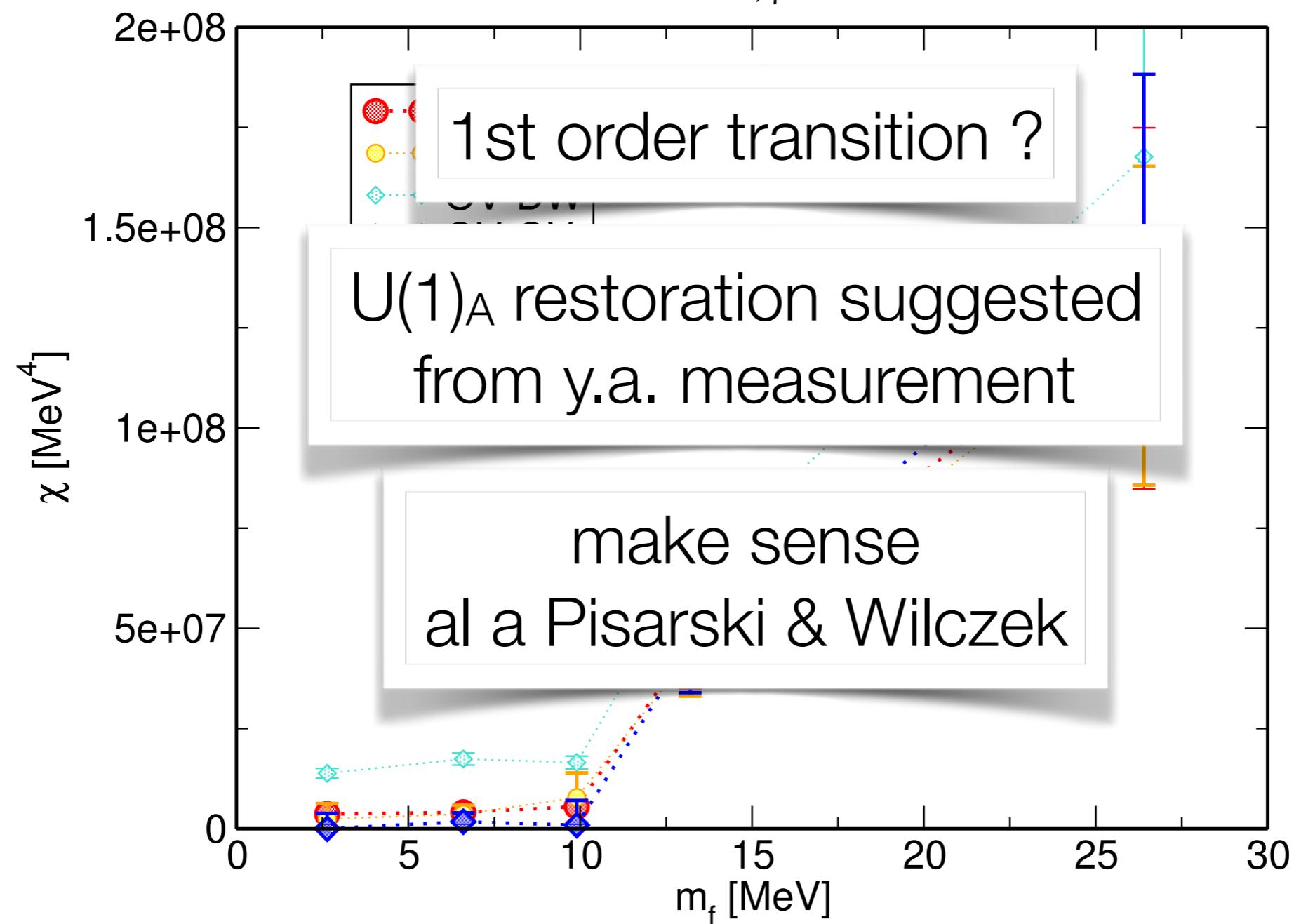
JLQCD: Lattice 2017



$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

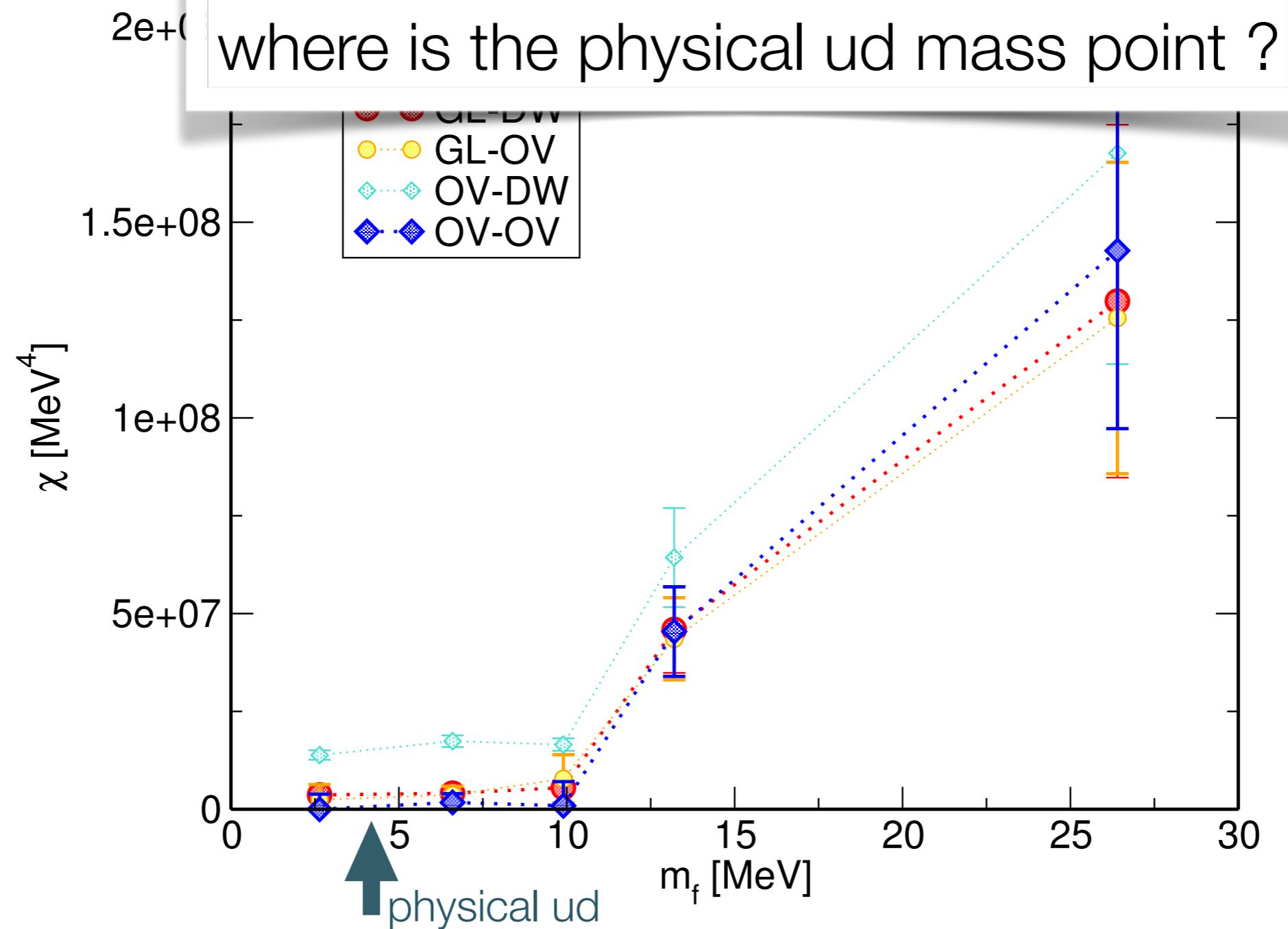
JLQCD: Lattice 2017



$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

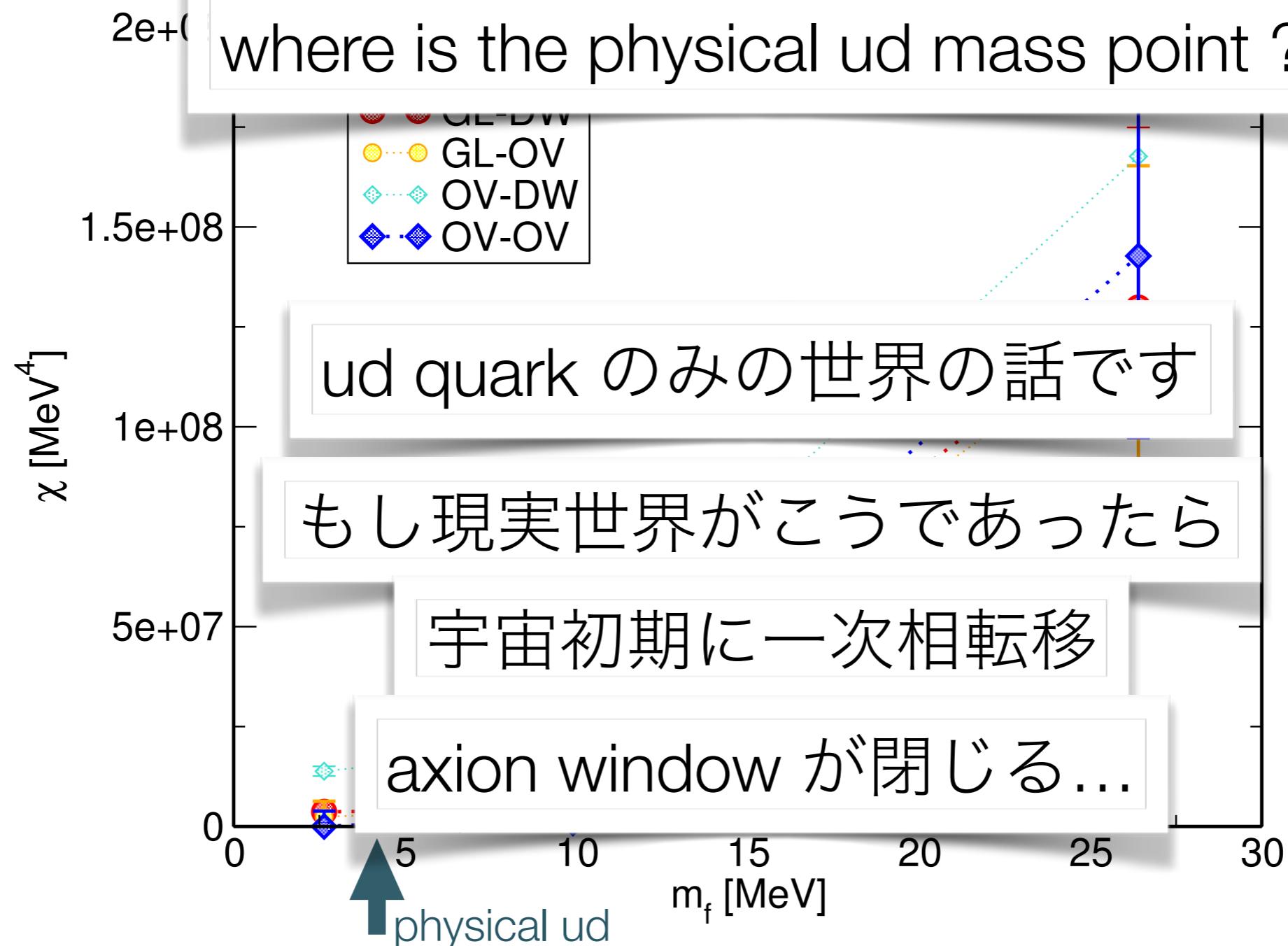
Lattice 2017



$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

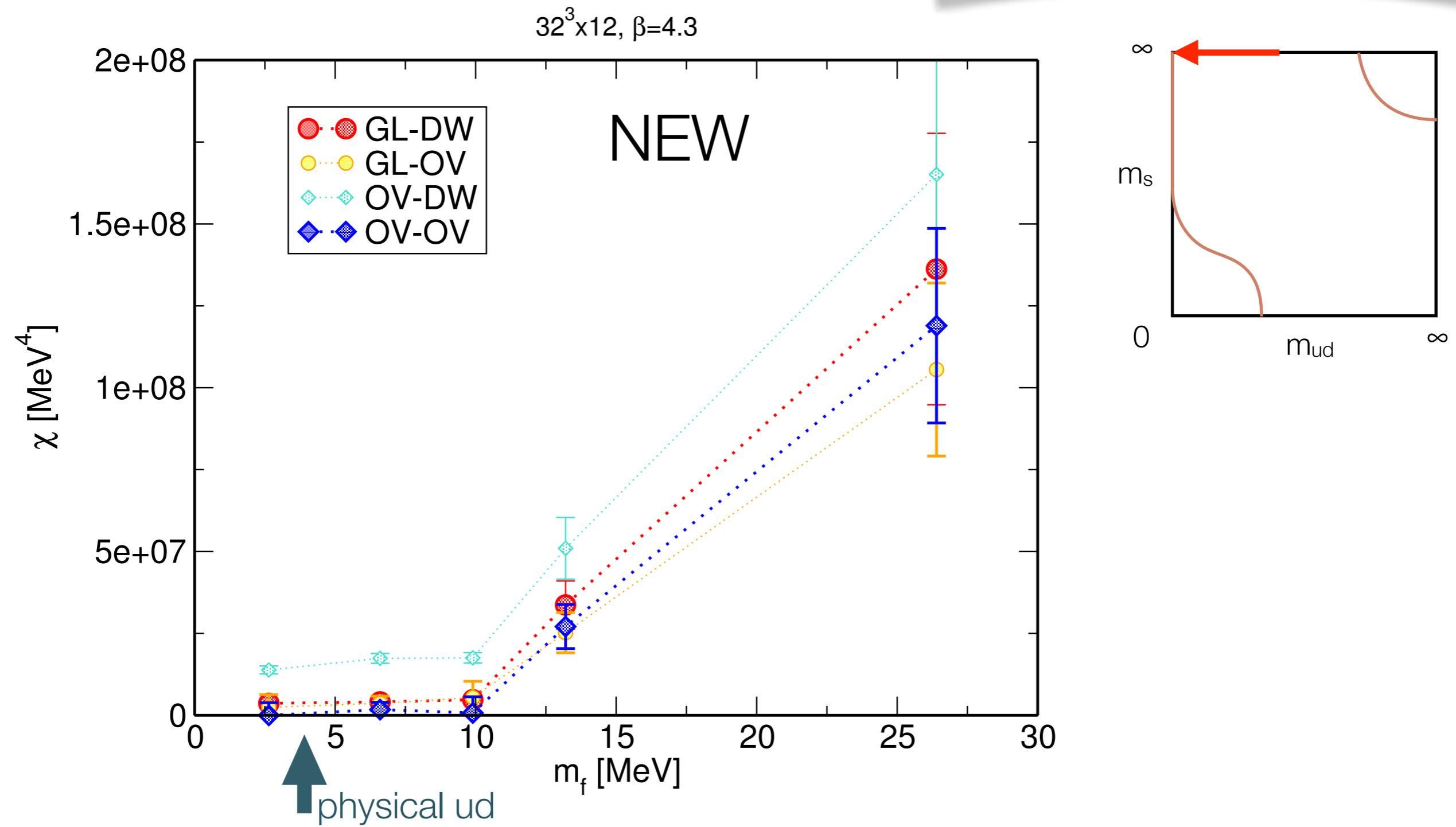
GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

Lattice 2017



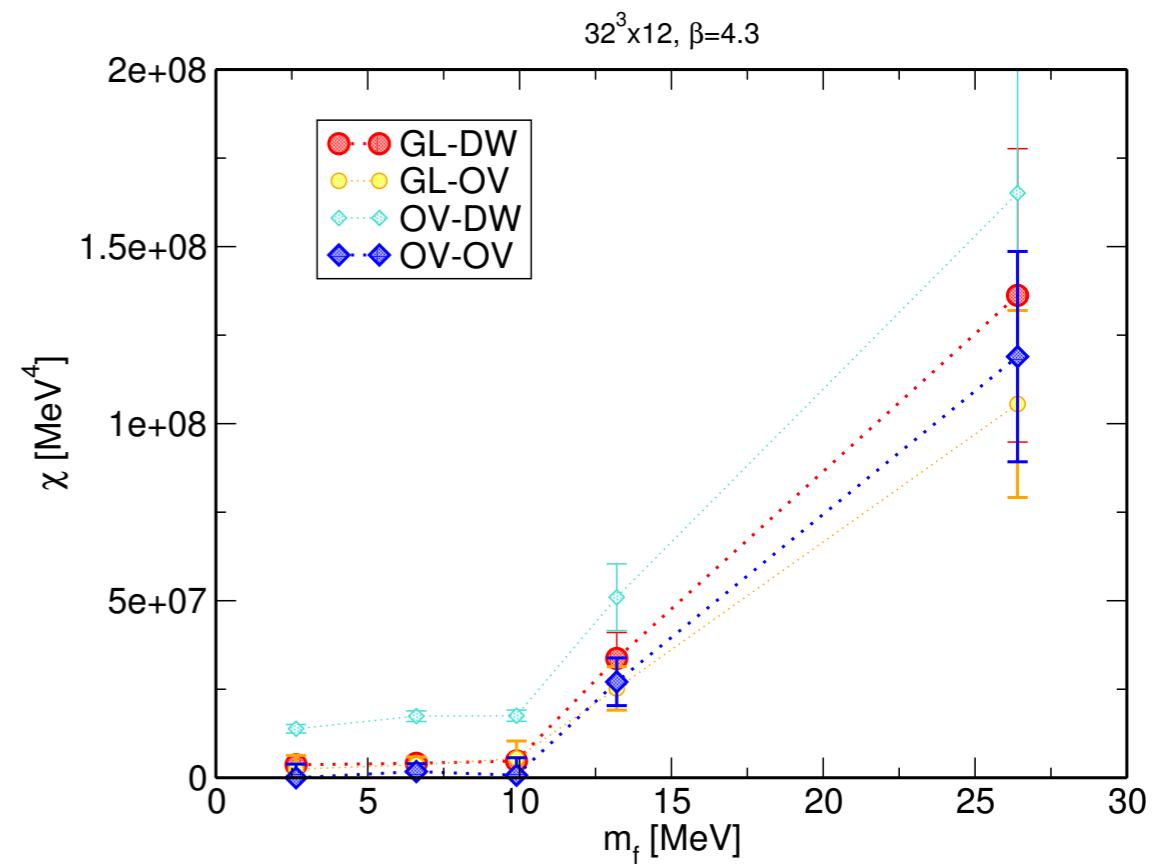
$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-DW	OV index on DW
OV-OV	OV index on OV ensemble



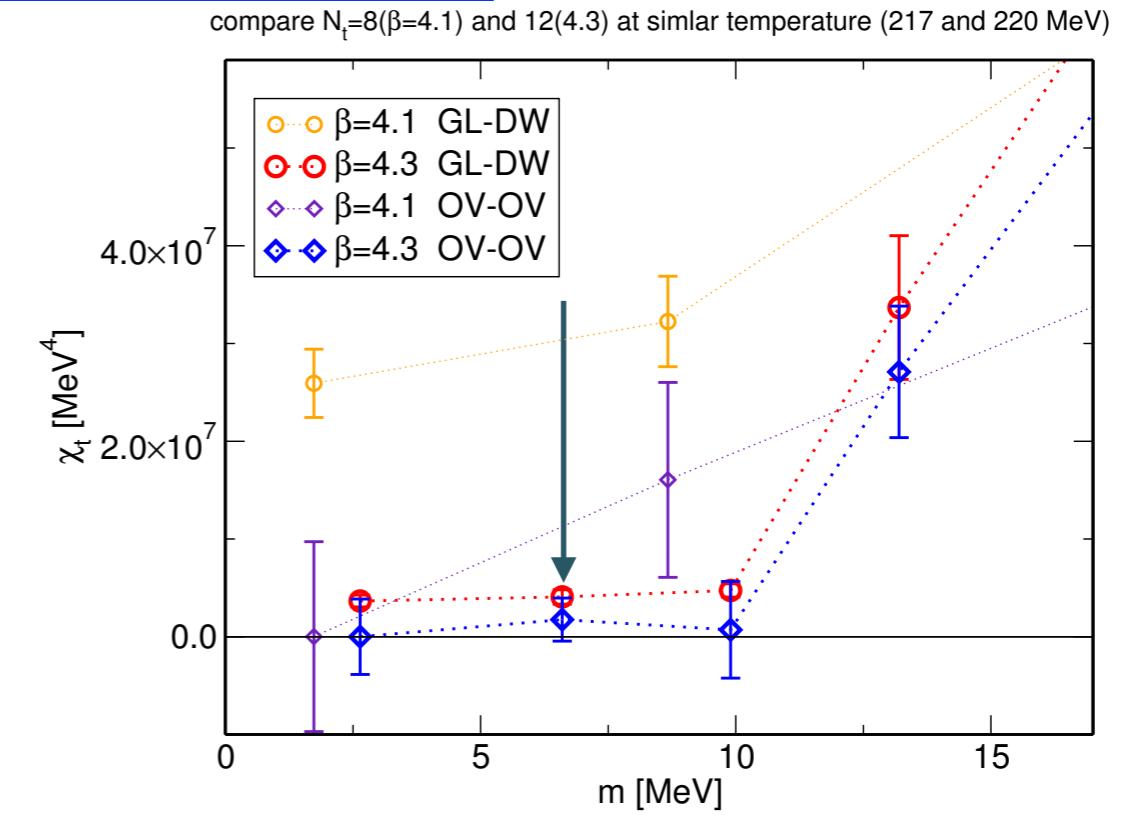
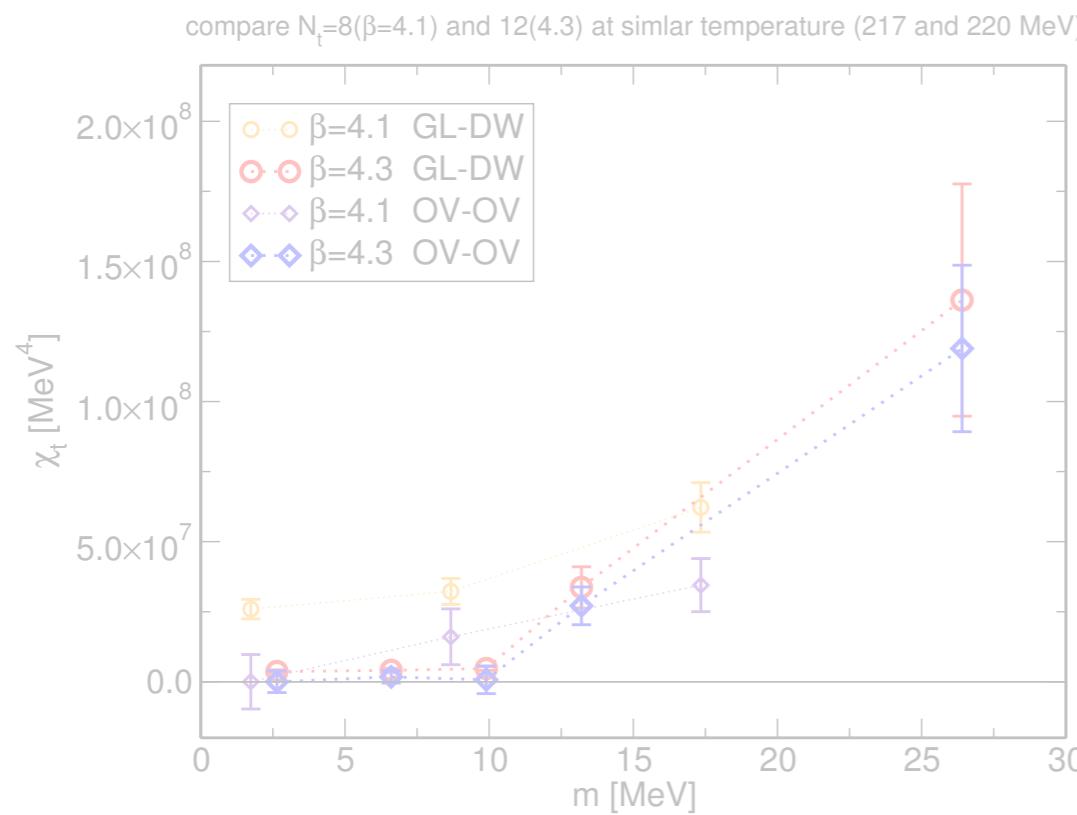
系統誤差?

- $V=32^3$
 - ∞ 必要
 - 熱力学極限: $m \rightarrow$ の前に
- $a = 0.07 \text{ fm}$
 - 0 必要
 - $a = 0.11 \text{ fm}$ と比較
 - 誤差は a^2
- $T=220 \text{ MeV}$
 - 温度を下げていき
 T_c 近傍まで調べたい



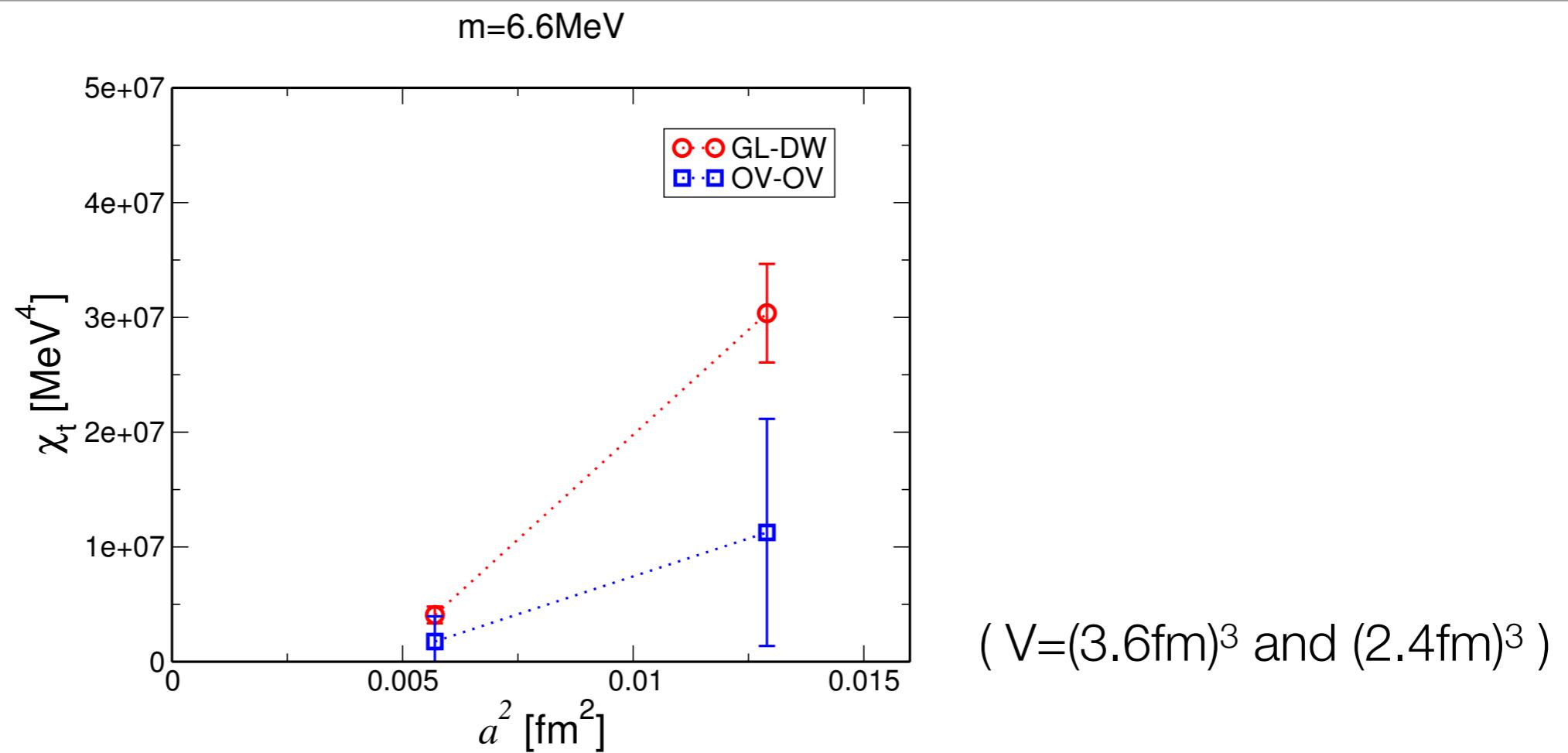
$\chi_t(m)$ $T=\sim 220$ MeV discretization effect

comparing $1/a=1.7$ GeV and $1/a=2.6$ GeV ($(3.6\text{fm})^3$ and $(2.4\text{fm})^3$)



- **OV-OV:** better scaling
 - **GL-DW:** large scaling violation for smaller m
 - **OV-OV:** $\chi_t = 0$ (within error) for $0 \leq m \leq 10$ MeV
 - **GL-DW:** $\chi_t > 0$, but, may well decrease as a
- (consistent with **OV-OV** with large error of **OV-OV**)

$\chi_t(m)$ $T=220$ MeV a^2 scaling: $m=6.6$ MeV



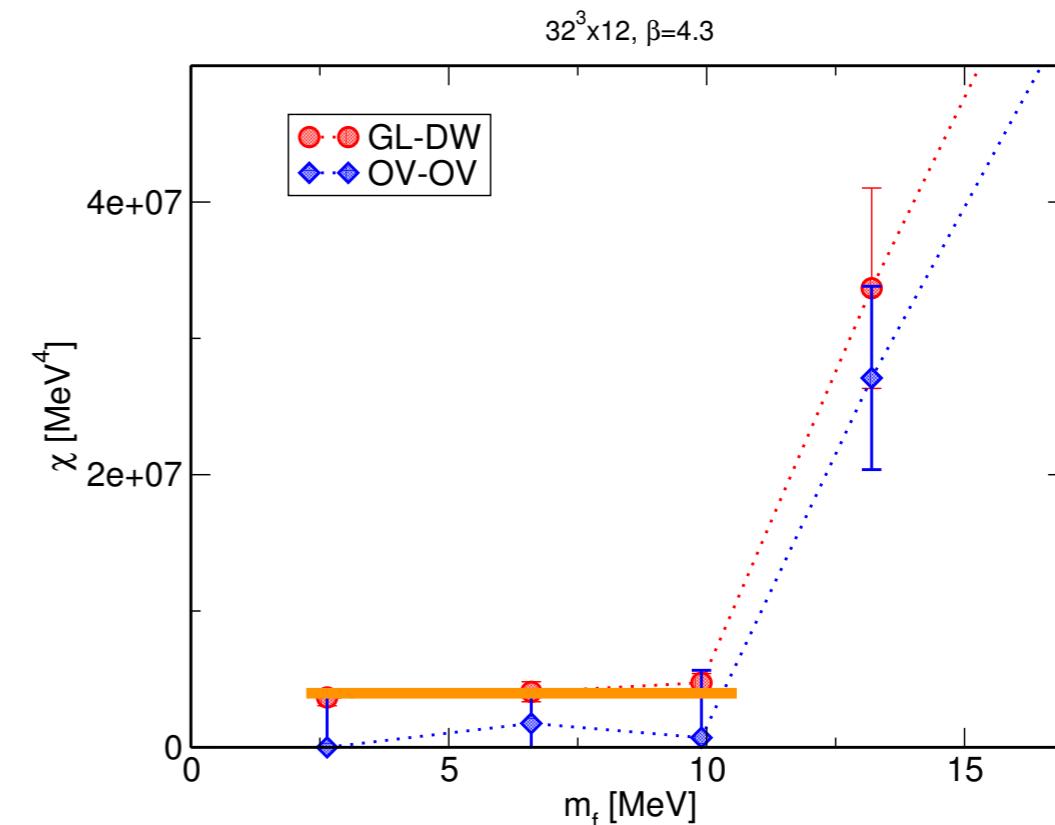
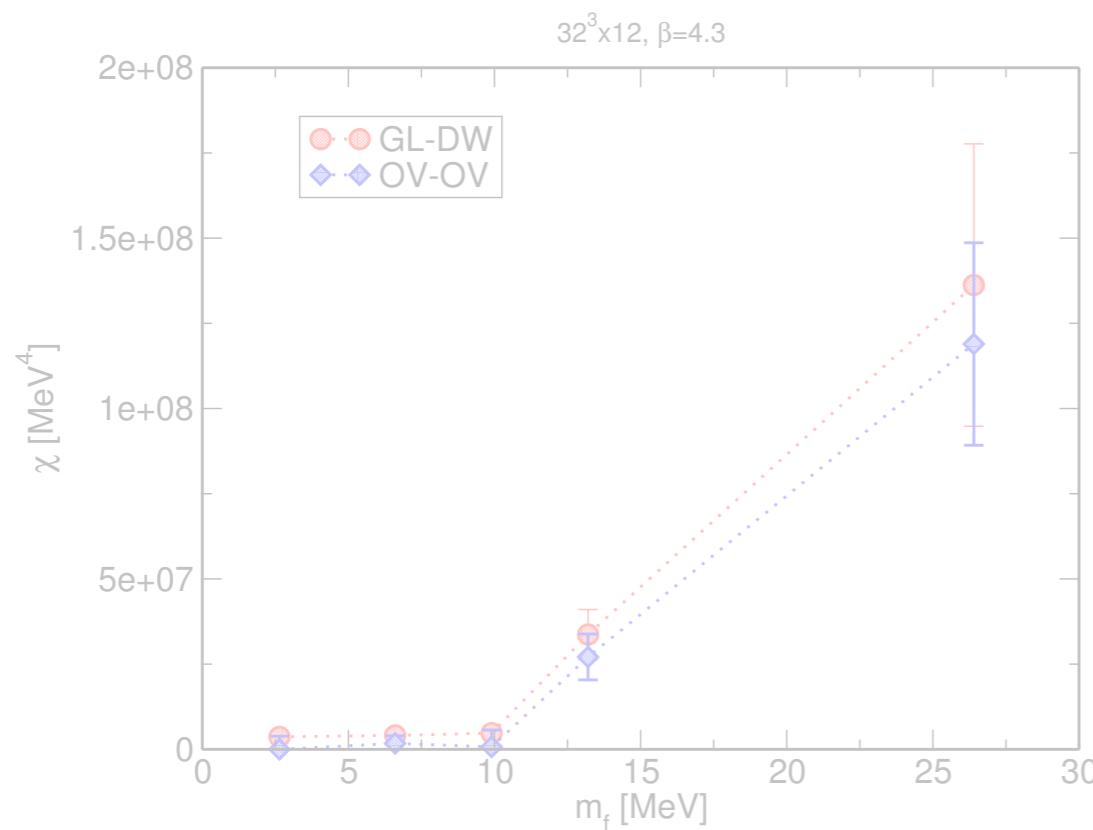
continuum scaling in 1st region

- $m=6.6$ MeV
- vanishing towards continuum limit
- caveat: physical volume is different → needs further invest.

$\chi_t(m)$ $T=\sim 220$ MeV, $32^3 \times 12$

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-DW	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

$1/a=2.6$ GeV



suggesting 2 regions

1: χ_t is very small (may vanish in $a \rightarrow 0$): $0 \leq m \lesssim 10$ MeV

(\rightarrow consistent w/ Aoki-Fukaya-Tanigchi for U(1)_A symm.)

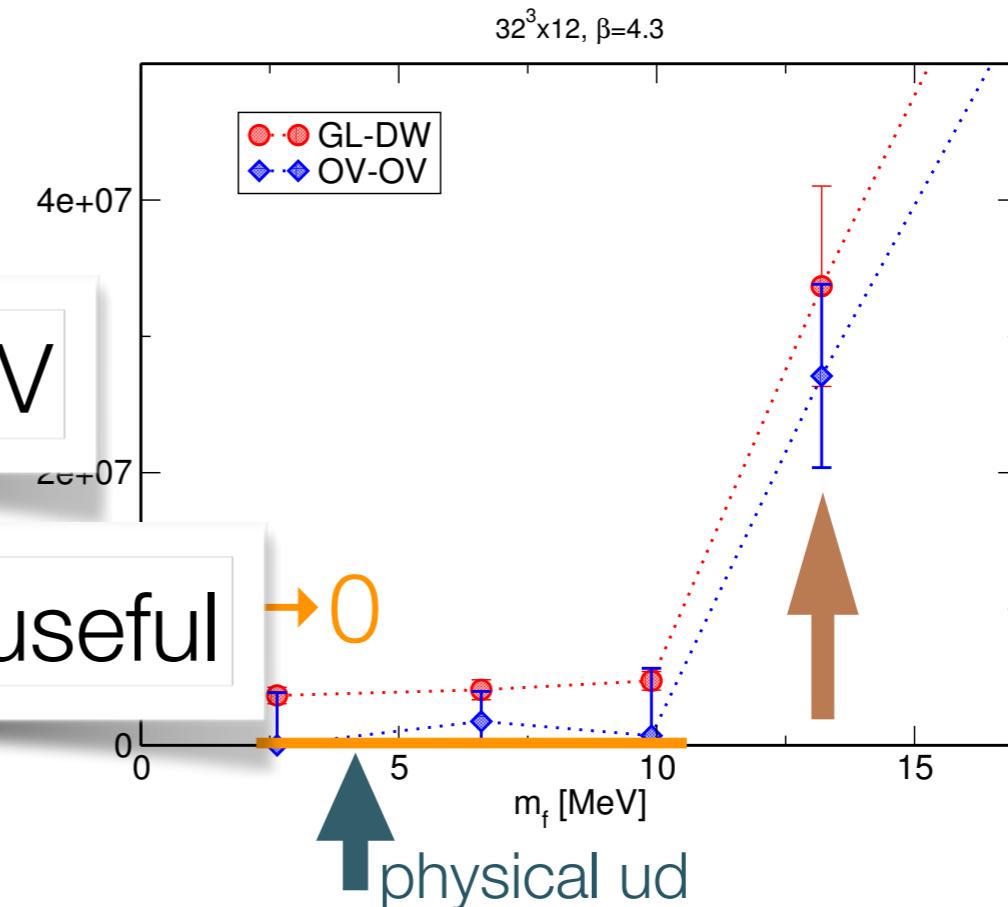
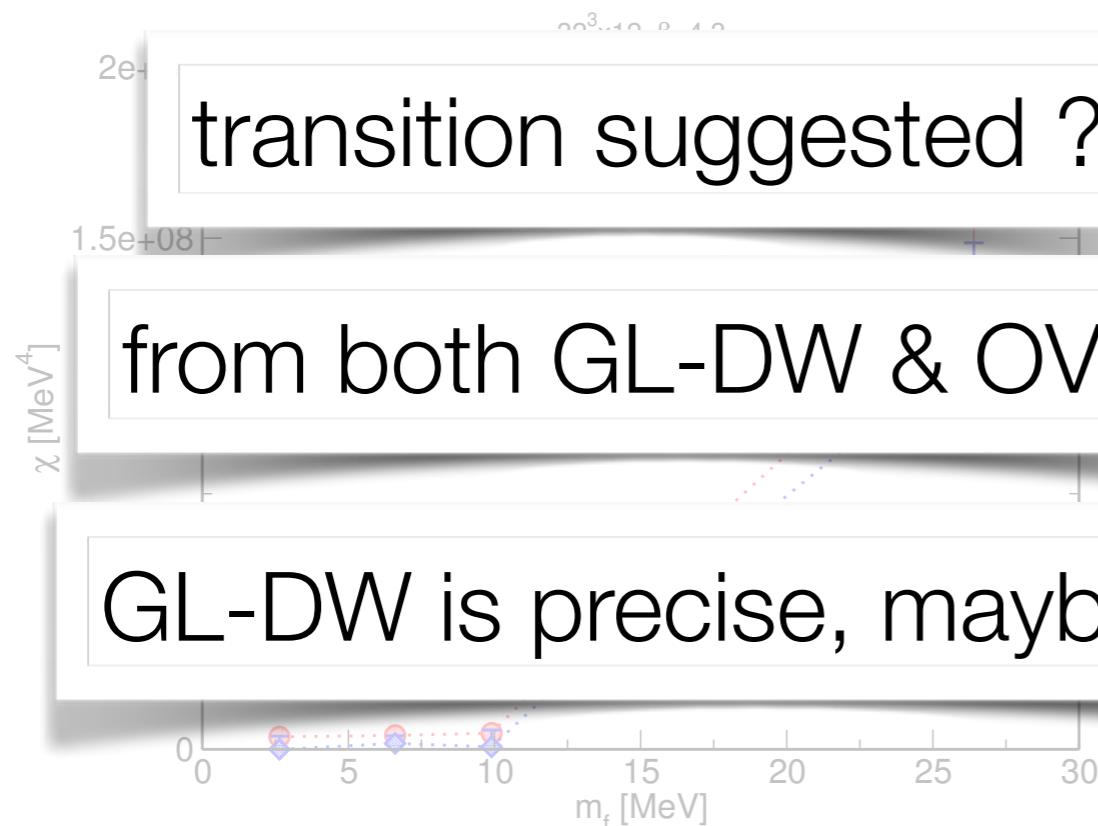
2: sudden growth of χ_t : $10 \text{ MeV} \lesssim m$

- physical ud mass point: $m \approx 4$ MeV

$\chi_t(m)$ $T=\sim 220$ MeV, $32^3 \times 12$

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-DW	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

$1/a=2.6$ GeV



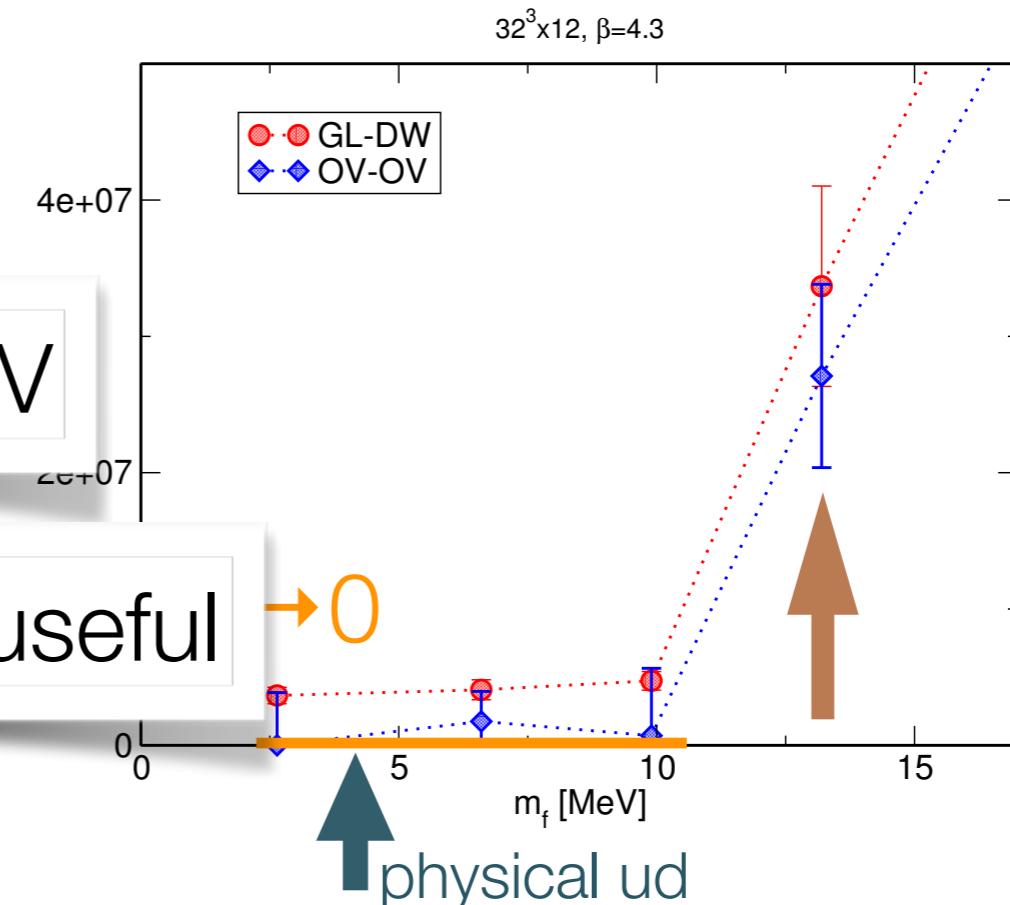
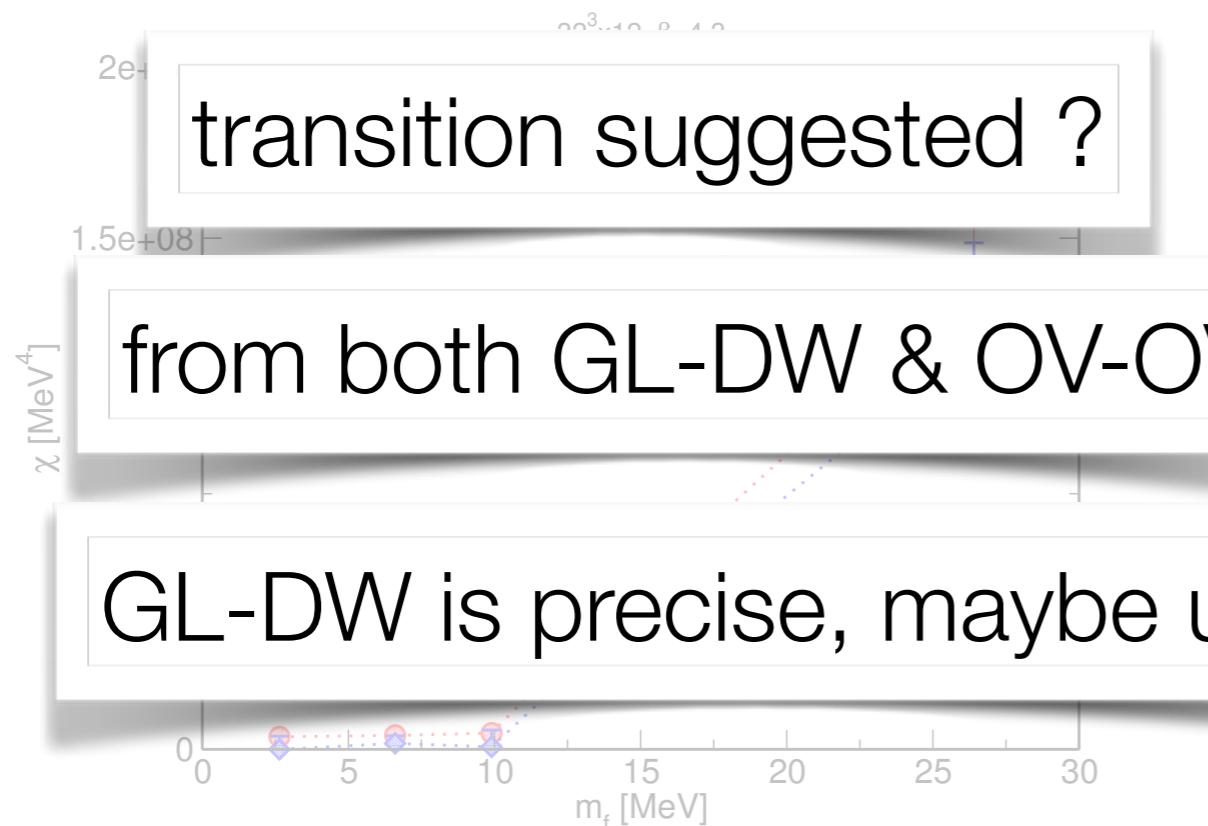
suggesting 2 regions

- 1: χ_t is very small (may vanish in $a \rightarrow 0$): $0 \leq m \lesssim 10$ MeV
(\rightarrow consistent w/ Aoki-Fukaya-Tanigchi for U(1)_A symm.)
- 2: sudden growth of χ_t : $10 \text{ MeV} \lesssim m$
 - physical ud mass point: $m \approx 4$ MeV

$\chi_t(m)$ $T=\sim 220$ MeV, $32^3 \times 12$

GL-DW	gluonic charge on DW
GL-OV	gluonic charge on OV
OV-DW	OV index on DW ensemble
OV-OV	OV index on OV ensemble

$1/a = 2.6$ GeV



suggesting ~ 2 regions

1: χ_t is very small for $m_f \lesssim 10$ MeV

Next step: Volume Study

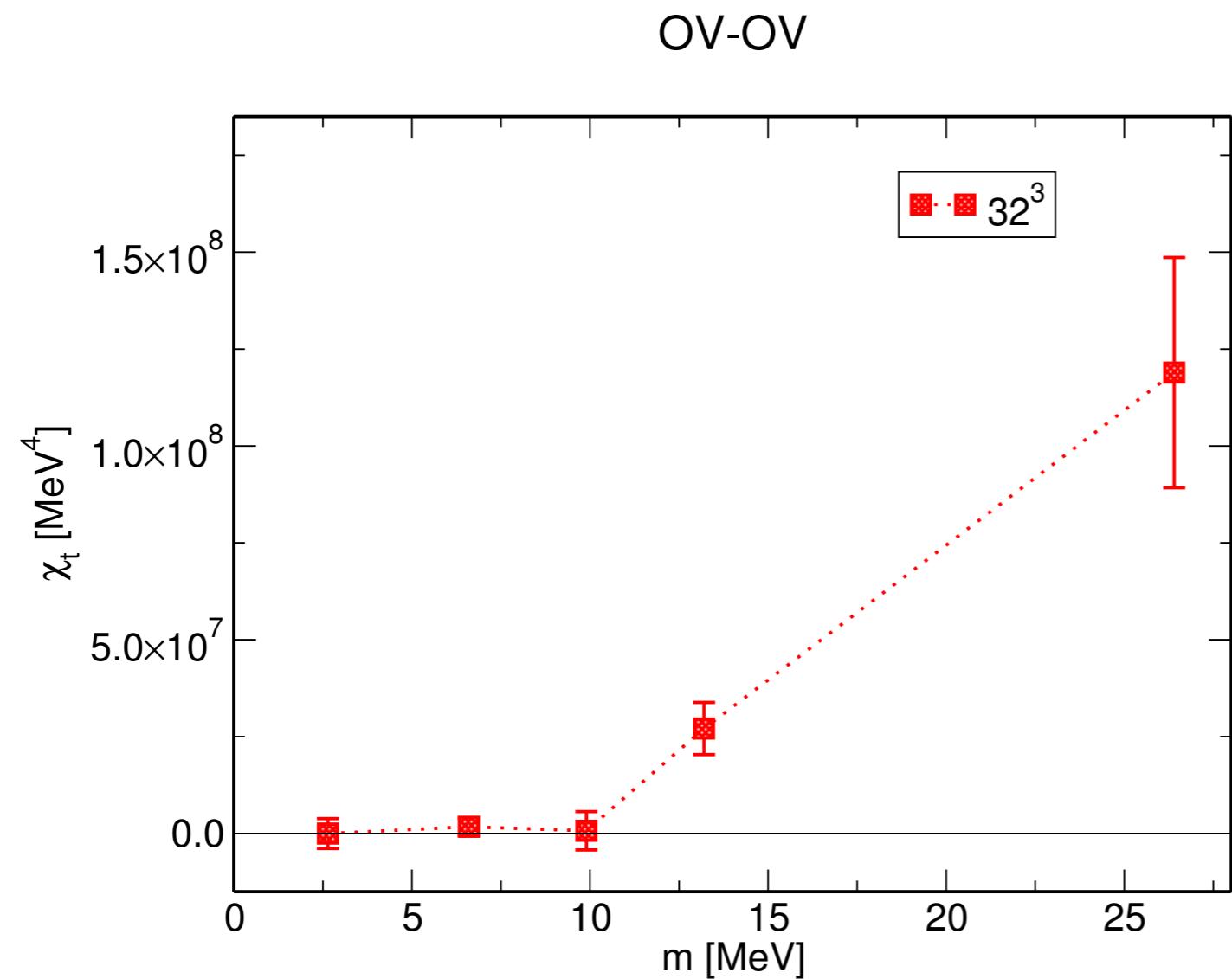
$m \lesssim 10$ MeV

(symm.)

2: In addition to 32^3 , 24^3 & 48^3 are studied

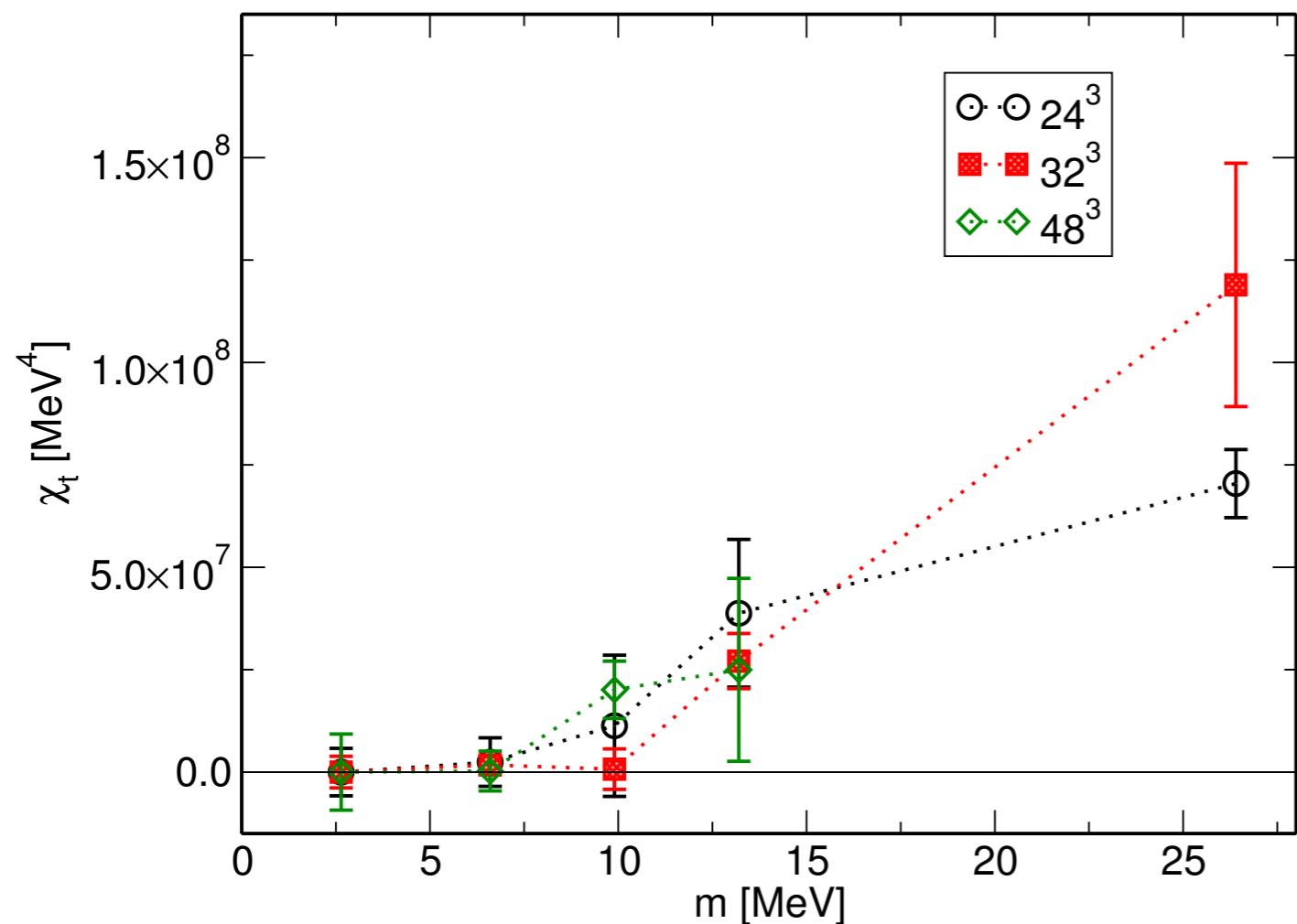
- physical ud mass point: $m \approx 4$ MeV

Results of $\chi_t(m)$ at $T=220$ MeV; multiple volume



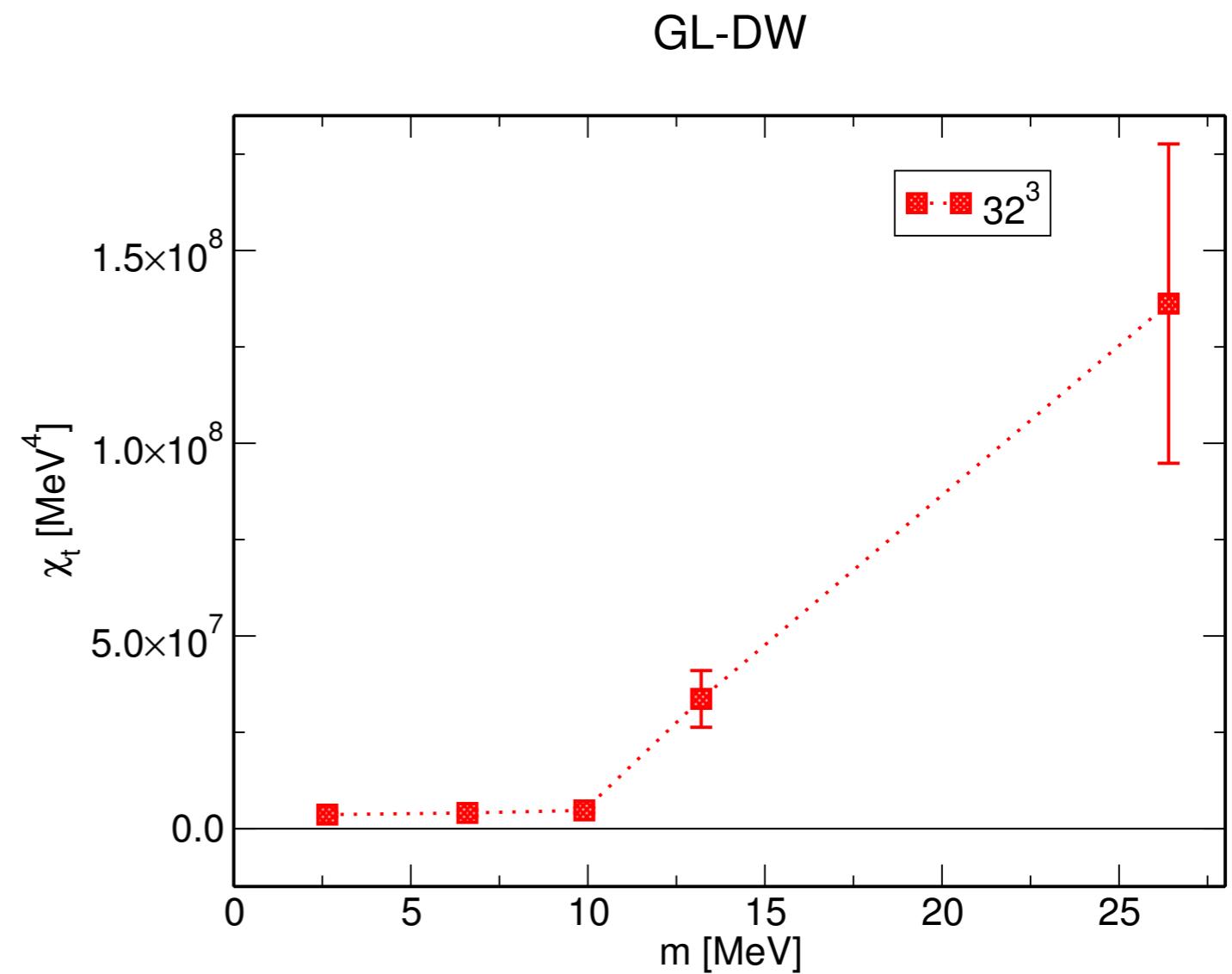
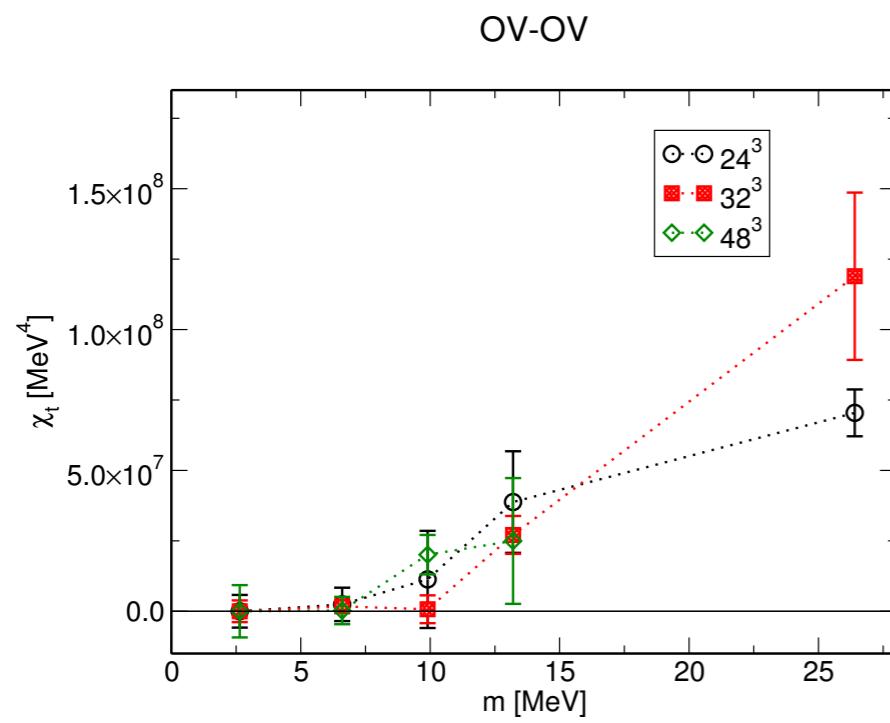
Results of $\chi_t(m)$ at $T=220$ MeV; multiple volume

OV-OV



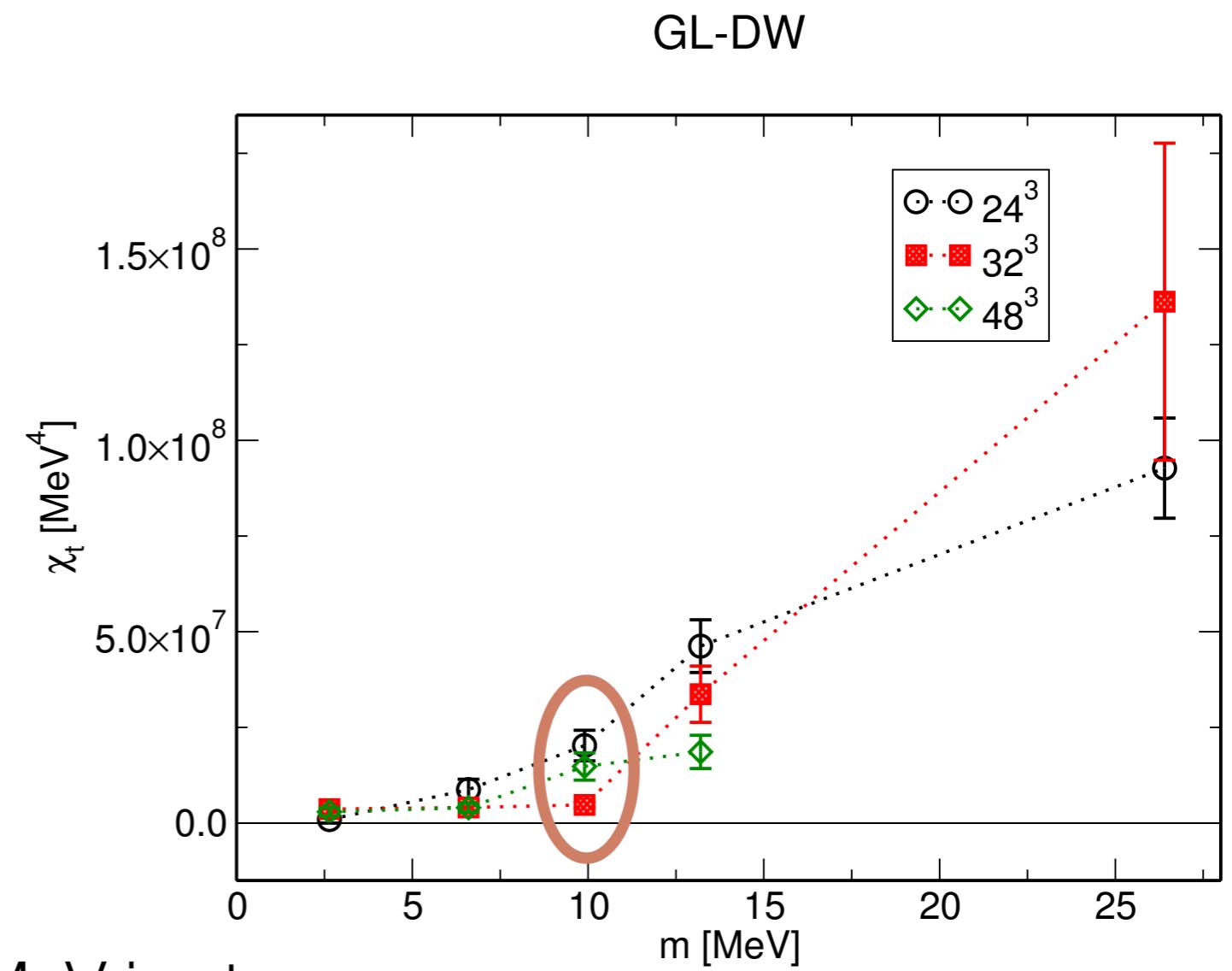
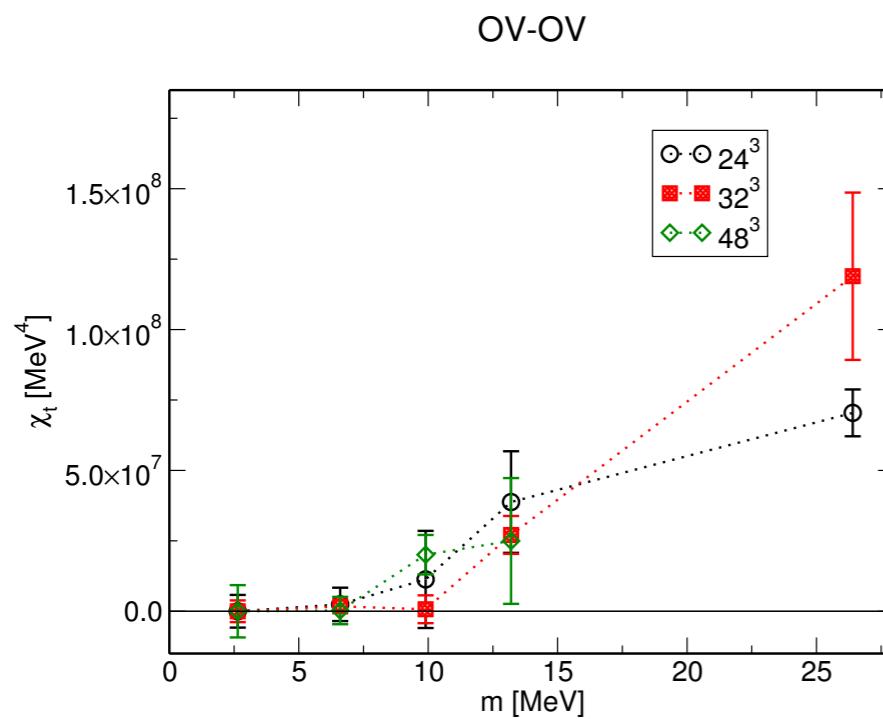
- Statistics in trajectory
~30k, 30k, 10k

Results of $\chi_t(m)$ at $T=220$ MeV; multiple volume



Statistics in trajectory
 $\sim 30k$, **30k**, 10k

Results of $\chi_t(m)$ at T=220 MeV; multiple volume



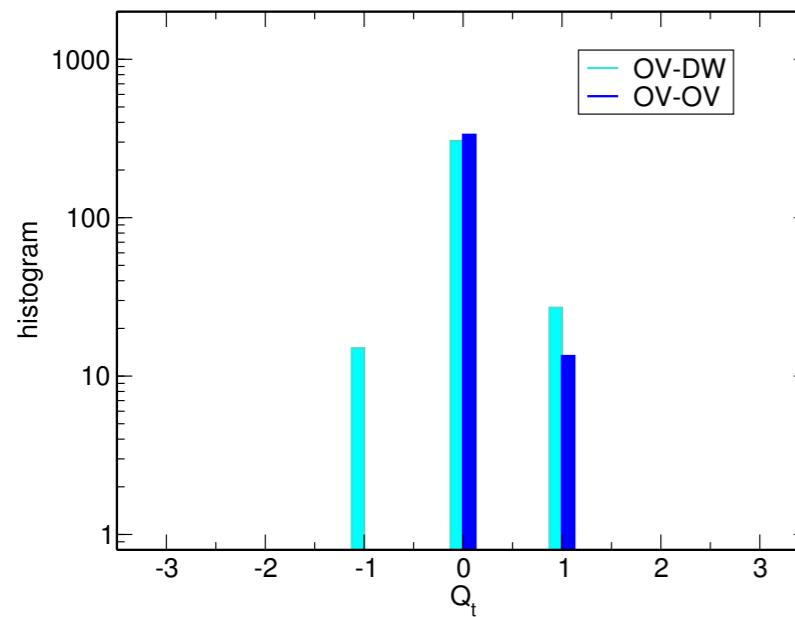
Statistics in trajectory
 ~30k, 30k, 10k

- V dependence at m=10 MeV is strange
 - non-monotonic: cannot take thermodynamic limit
 - important region, where a phase boundary was suggested w/ 32^3
- Let's look at the histogram of Q

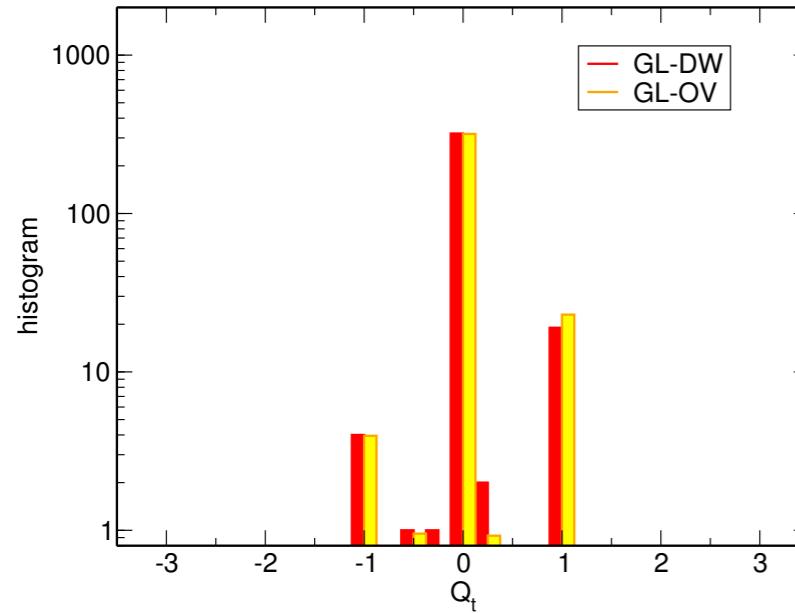
summary of histogram: T=220 MeV, m=10 MeV

$24^3 \times 12$

OV index
 $24^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$

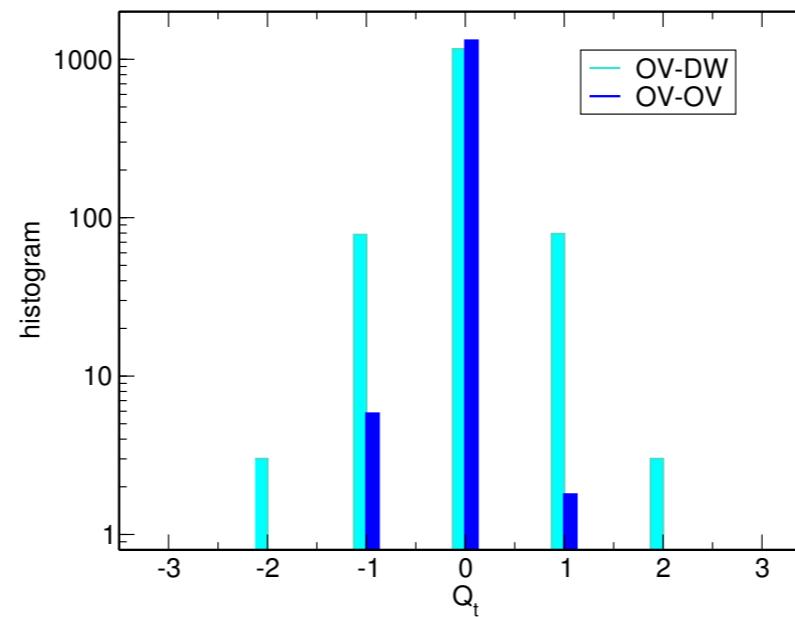


gluonic
 $24^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$

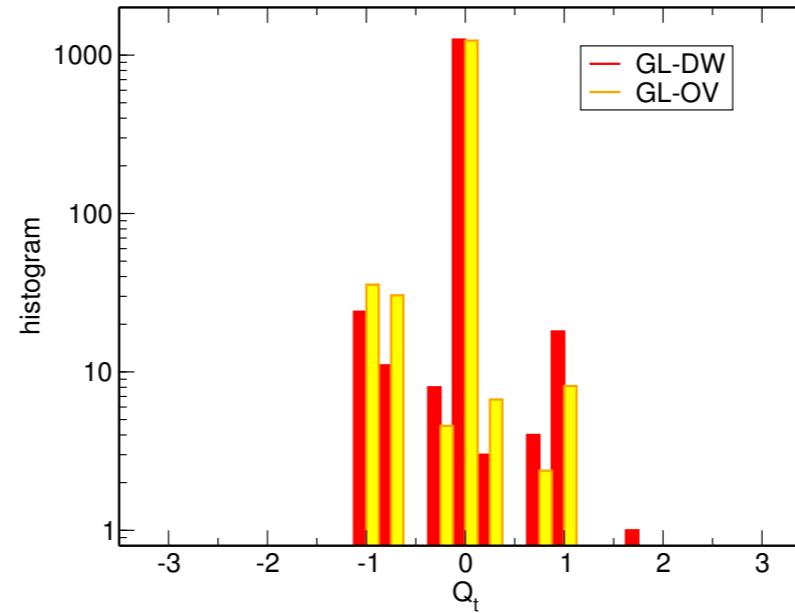


$32^3 \times 12$

OV index
 $32^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$

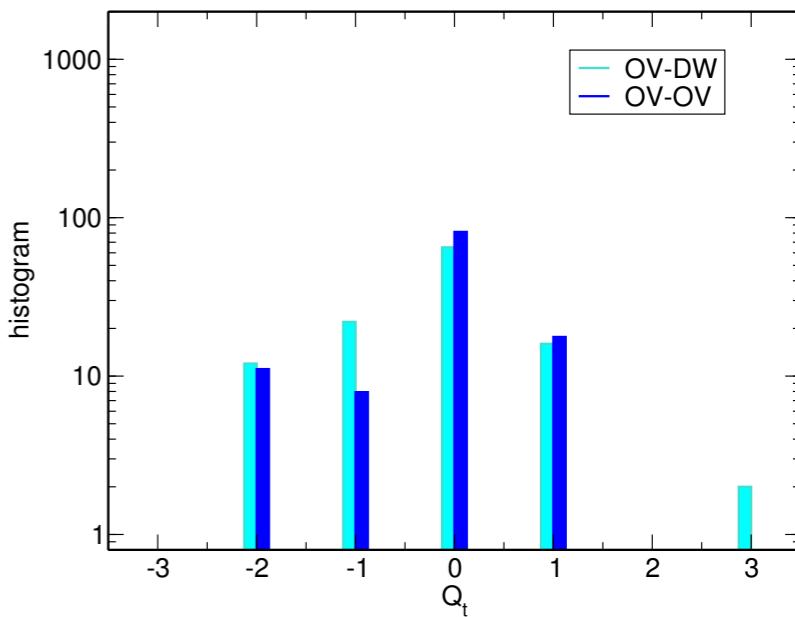


gluonic
 $32^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$

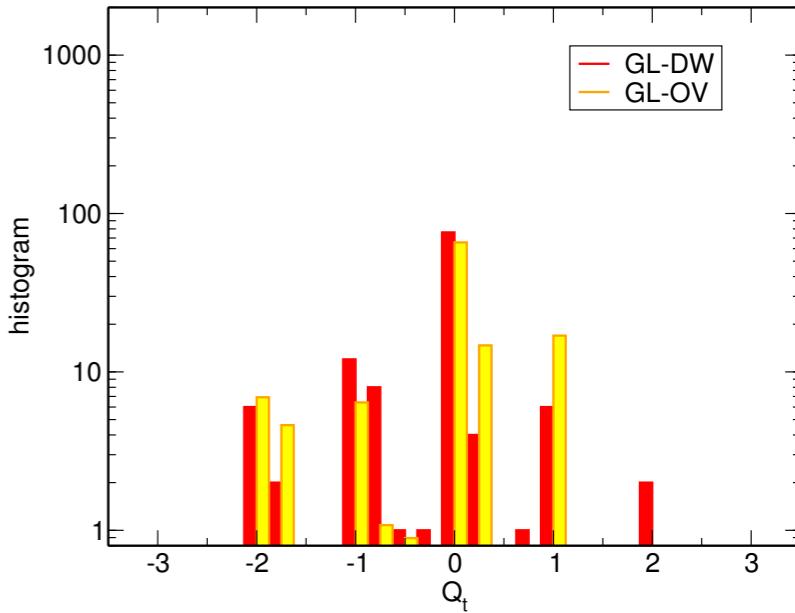


$48^3 \times 12$

OV index
 $48^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$



gluonic
 $48^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.00375$



trajectory: ~30k

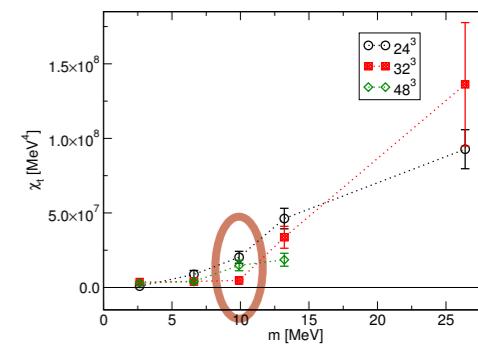
sample rate: 100

~30k

20

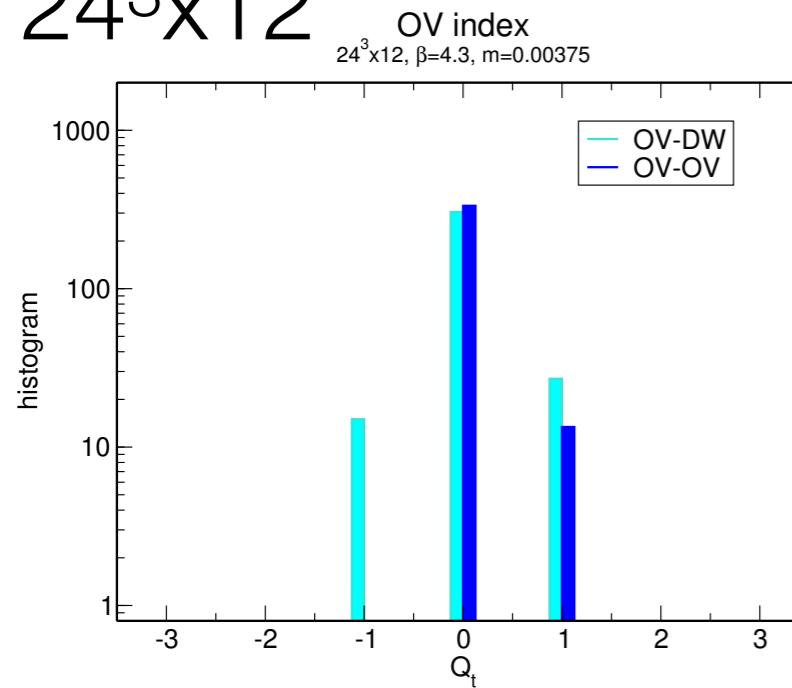
~10k

100

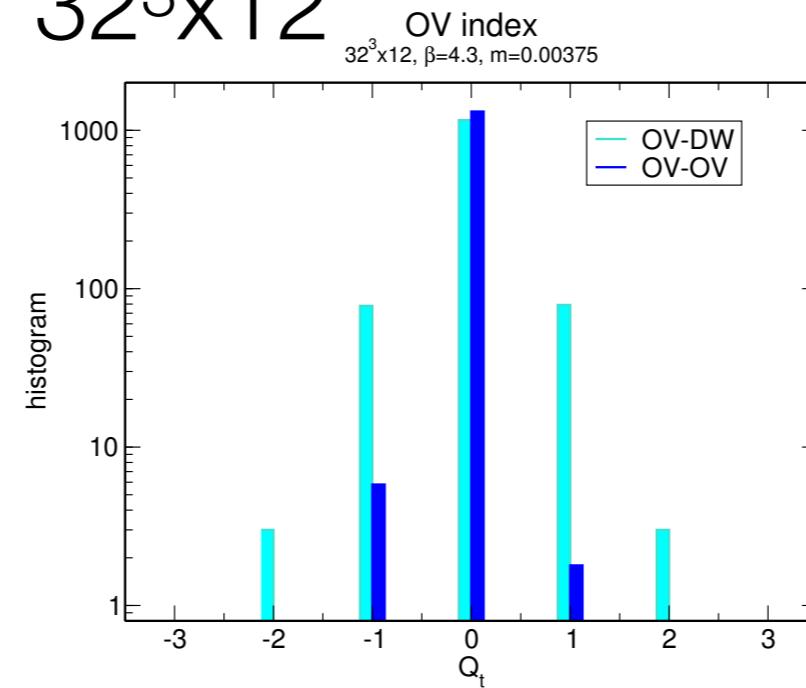


summary of histogram: T=220 MeV, m=10 MeV

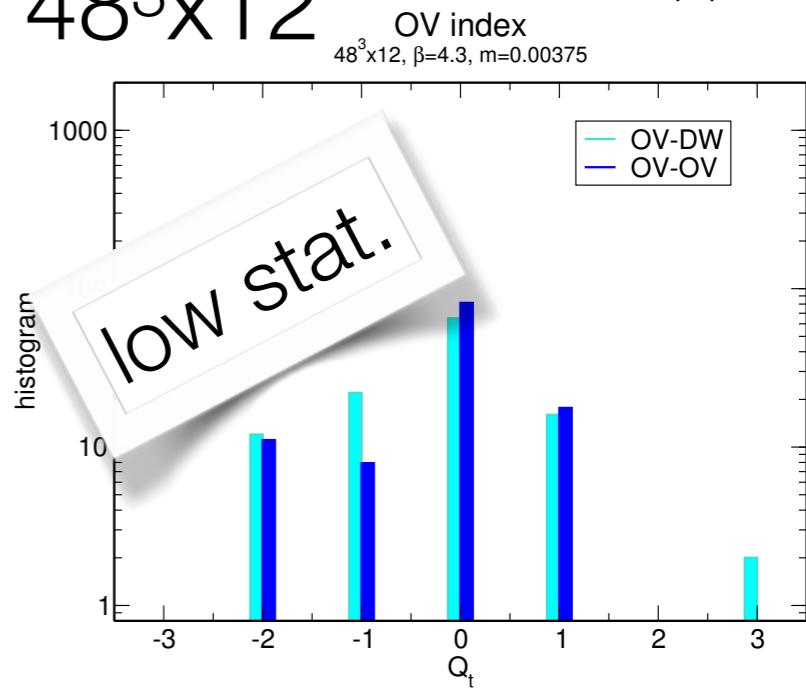
$24^3 \times 12$



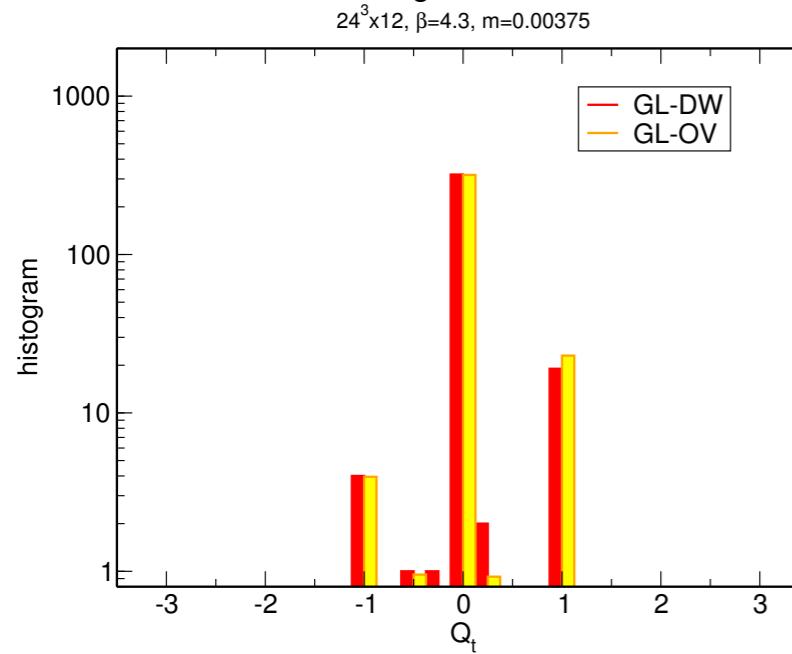
$32^3 \times 12$



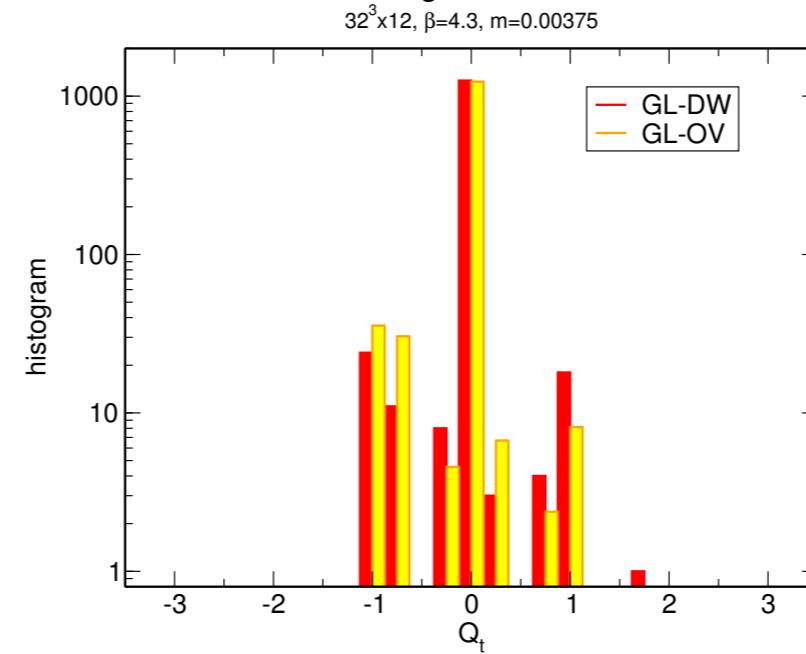
$48^3 \times 12$



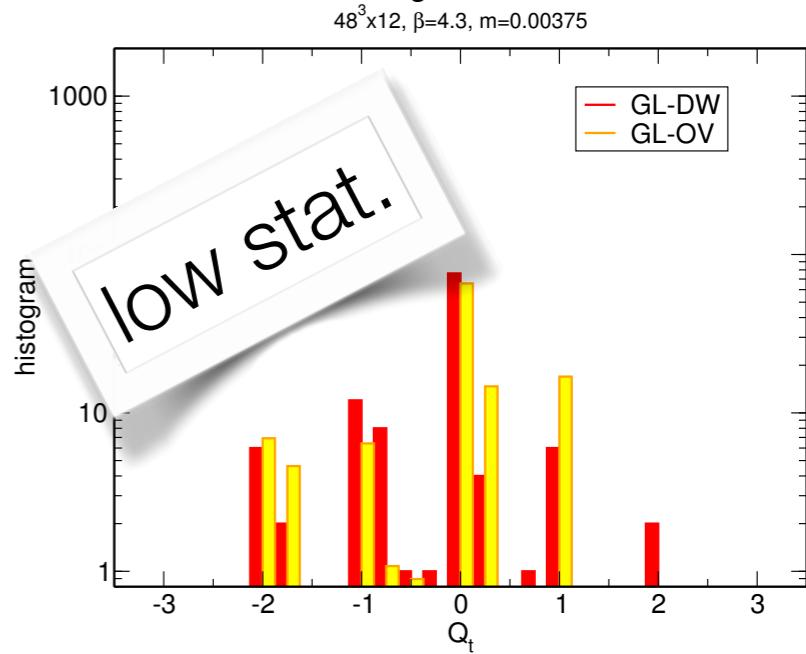
gluonic



gluonic



gluonic



trajectory: ~30k

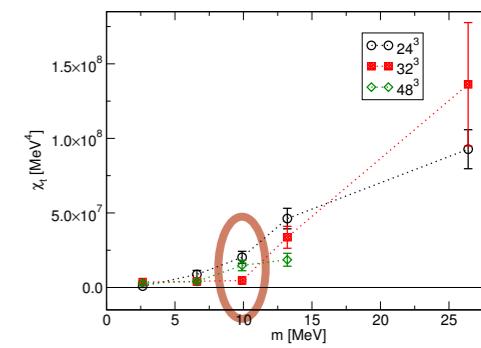
sample rate: 100

~30k

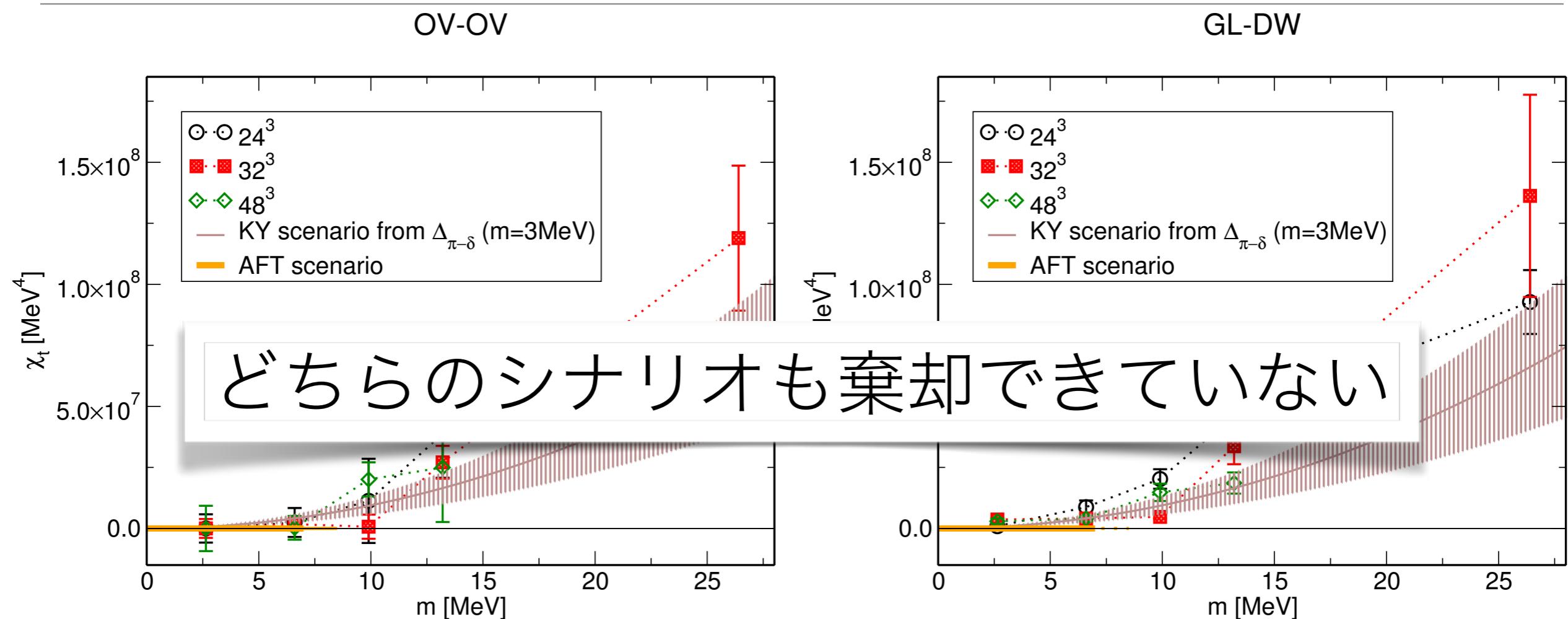
20

~10k

100



checking U(1)_A breaking/restoring scenarios for $\chi_t(m)$ @ T=220 MeV



- AFK scenario: $\chi_t = 0$ for $0 < m < m_c$
 - KY scenario: $\chi_t = 2 f_A m^2$
 - There are no strong tensions
 - Neither scenario is excluded

Kanazawa-Yamamoto

- assume $f_A \neq 0$ (breaking param)
 - expanding free energy in m
 - discussing
 - finite m and V effect
 - in each topological sector

$$\mathrm{U}(1)_\mathrm{A}$$

まずは $N_f=2$

- $N_f=2+1$ physical pt. から遠い?

- $m_s \sim 100 \text{ MeV} \rightarrow \infty$
 - $T=0$ では s のあるなしは微細効果

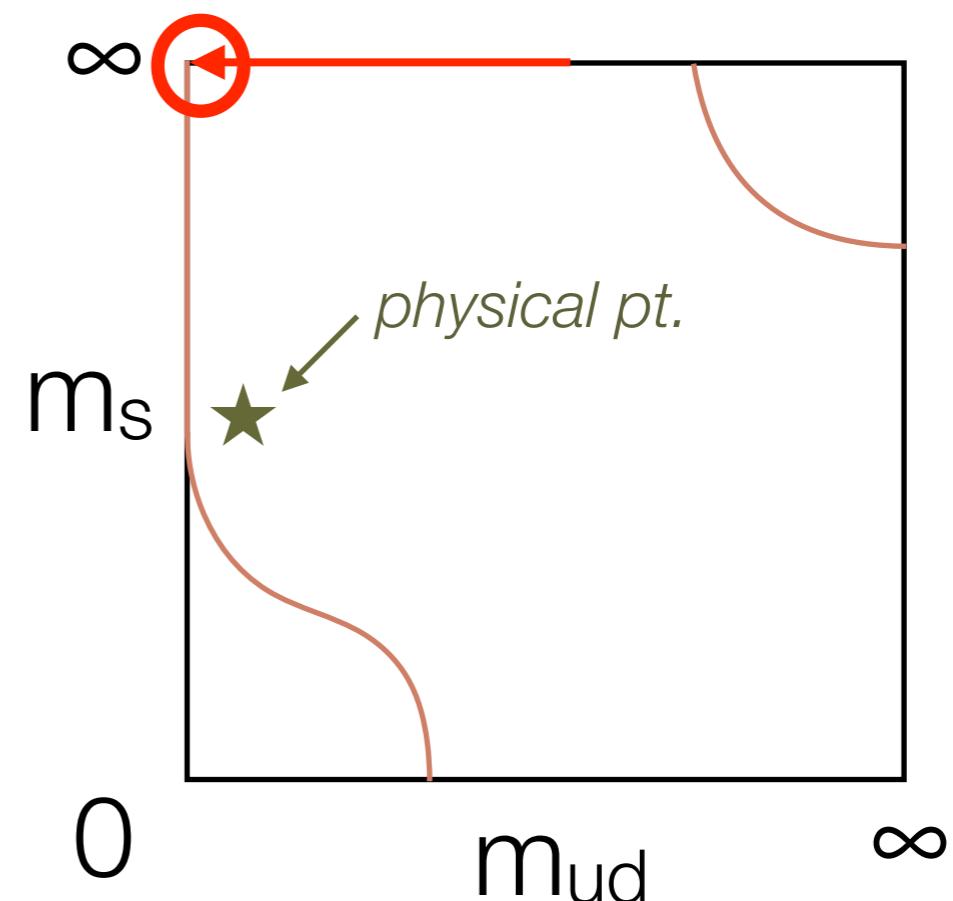
- boundary の情報としては有用

- $N_f=2$

- Wilson, staggered: 未確定
- 厳密な格子カイラル対称性

→ $U(1)_A$ 回復を示唆 [JLQCD16]

→ 一次転移の可能性 → $\chi_t(m)$ に飛び?
[Pisarski&Wilczek]

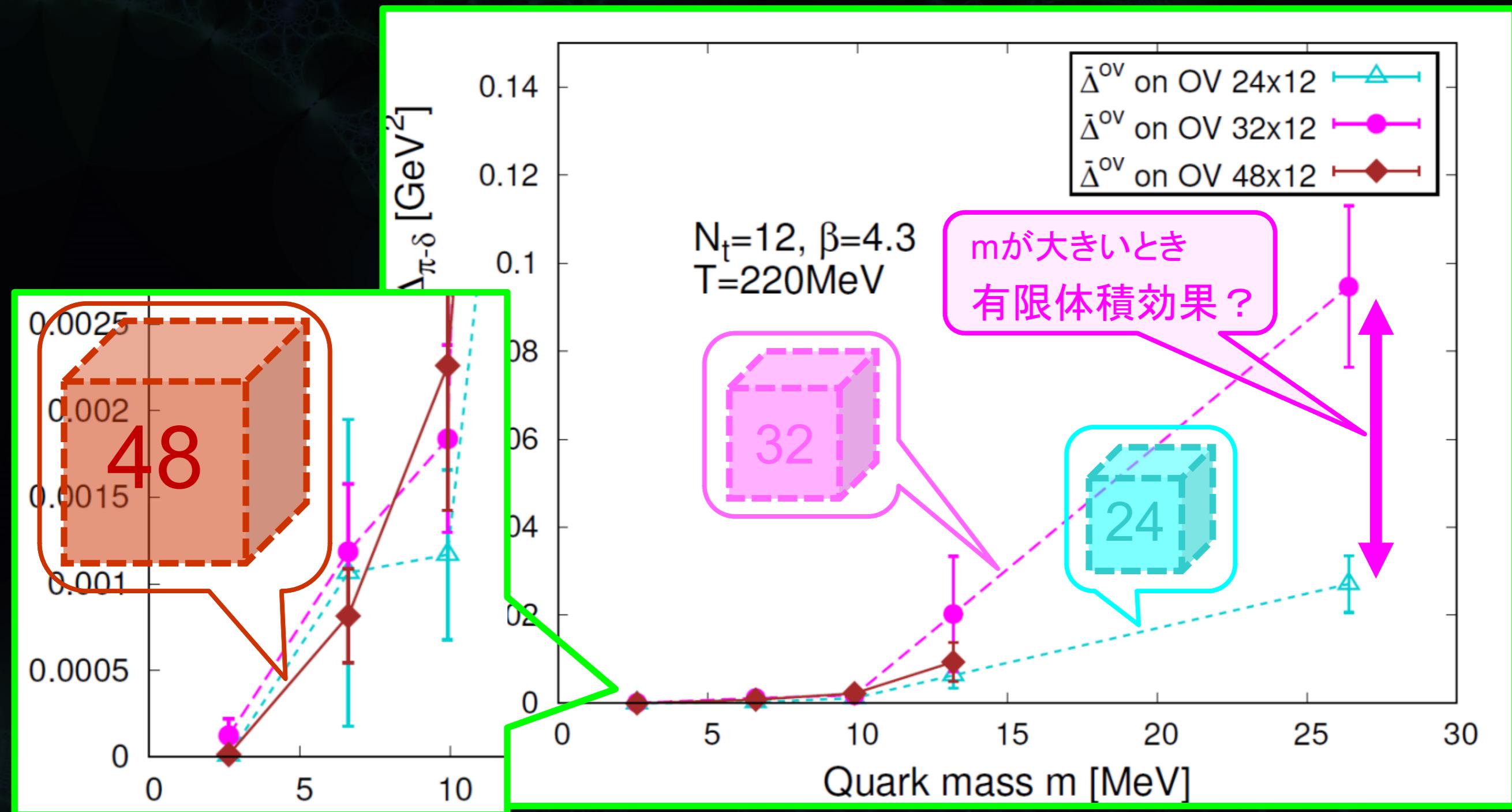


Why bother ?

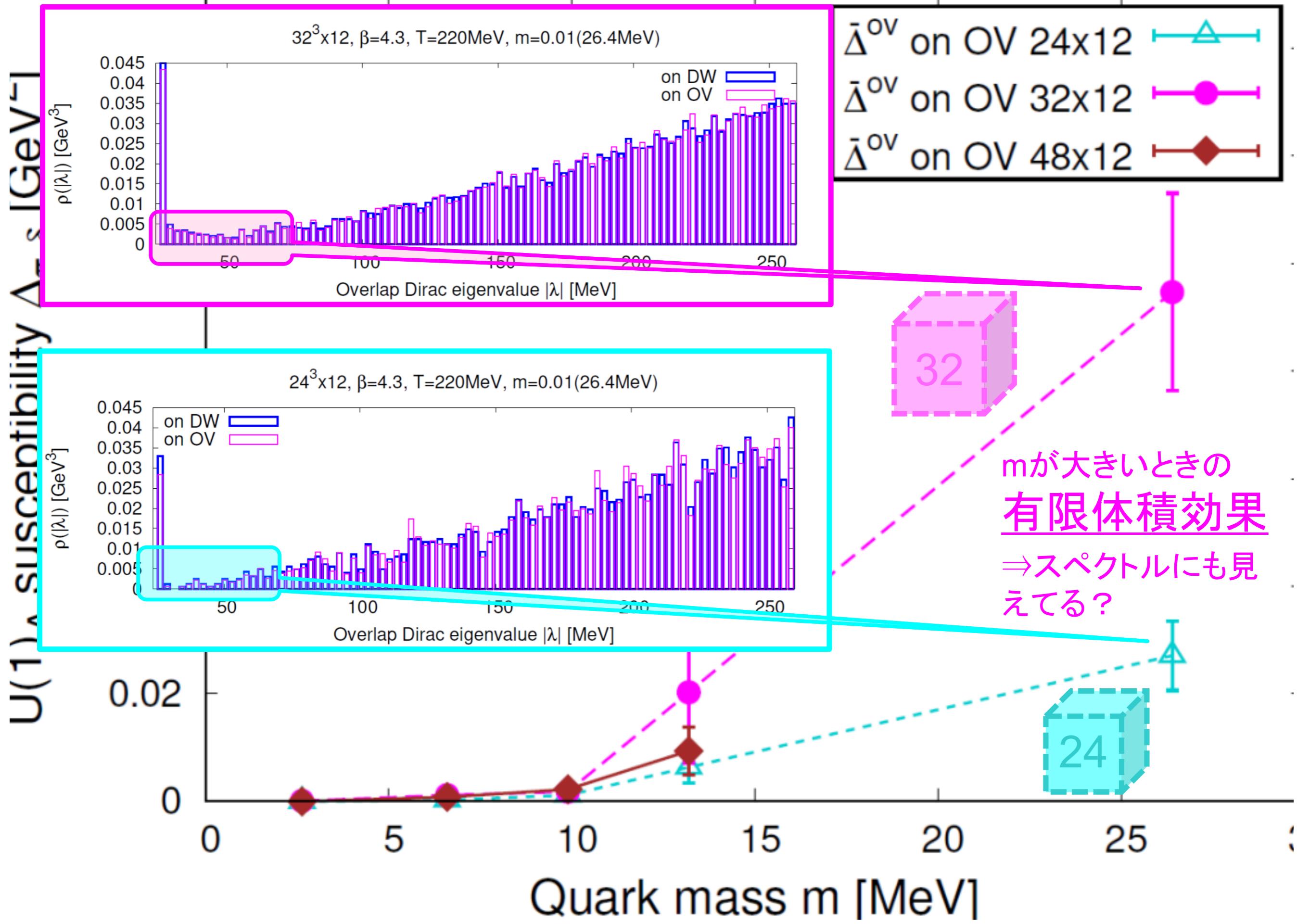
Why bother ?

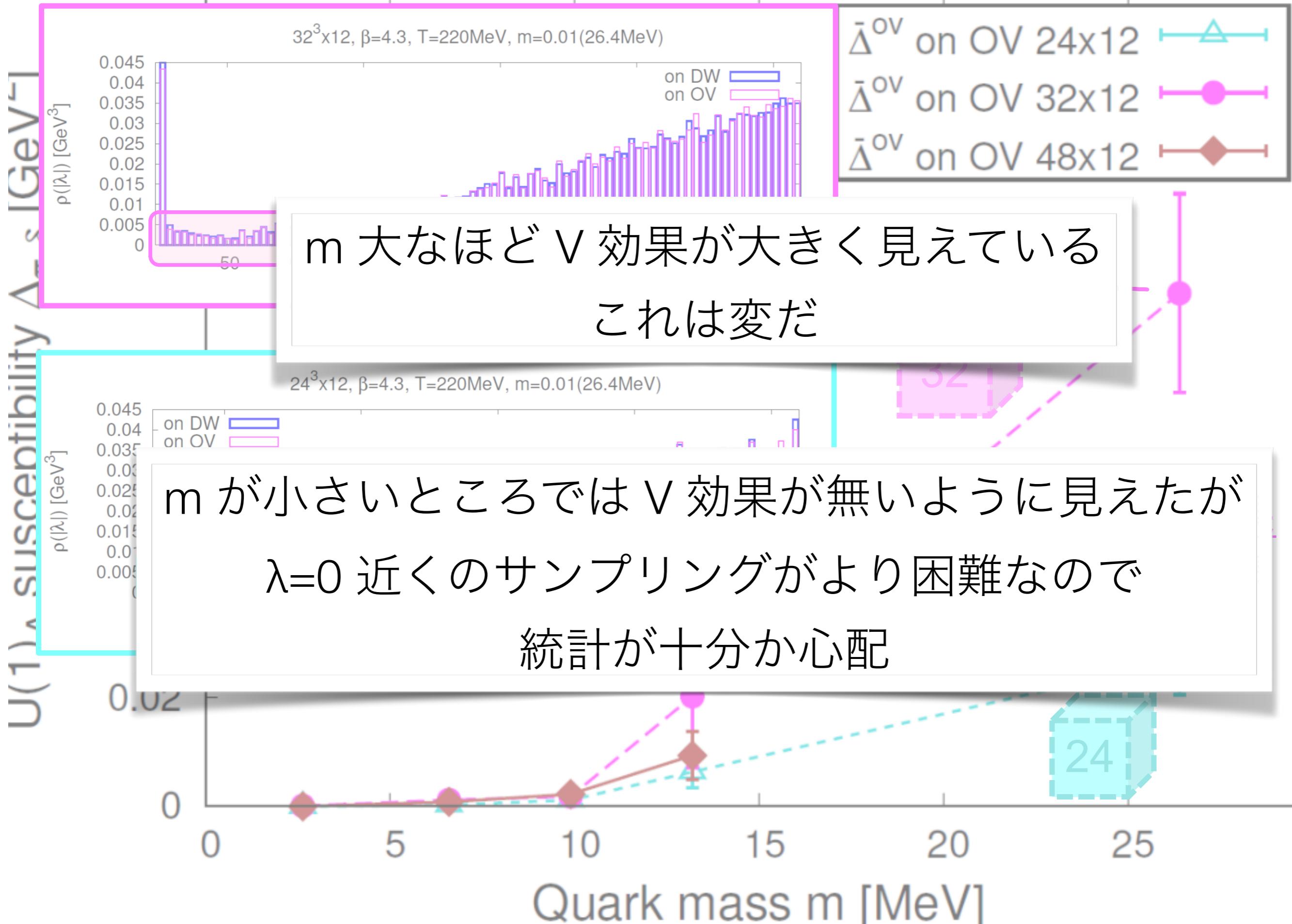
- **Because it is unsettled problem !**
- fate of $U(1)_A$ lattice
 - HotQCD (DW, 2012) broken
 - JLQCD (topology fixed overlap, 2013) restores
 - TWQCD (optimal DW, 2013) restores ?
 - LLNL/RBC (DW, 2014) broken
 - HotQCD (DW, 2014) broken
 - Dick et al. (overlap on HISQ, 2015) broken
 - Brandt et al. ($O(a)$ improved Wilson 2016) restores
 - JLQCD (reweighted overlap from DW, 2016) restores
 - JLQCD (current: see Suzuki et al Lattice 2017) restores
 - Ishikawa et al (Wilson, 2017) at least Z_4 restores

$U(1)_A$ 感受率 (有限体積効果)



⇒ m が小さいとき、有限体積効果はなさそう





ここまでまとめ

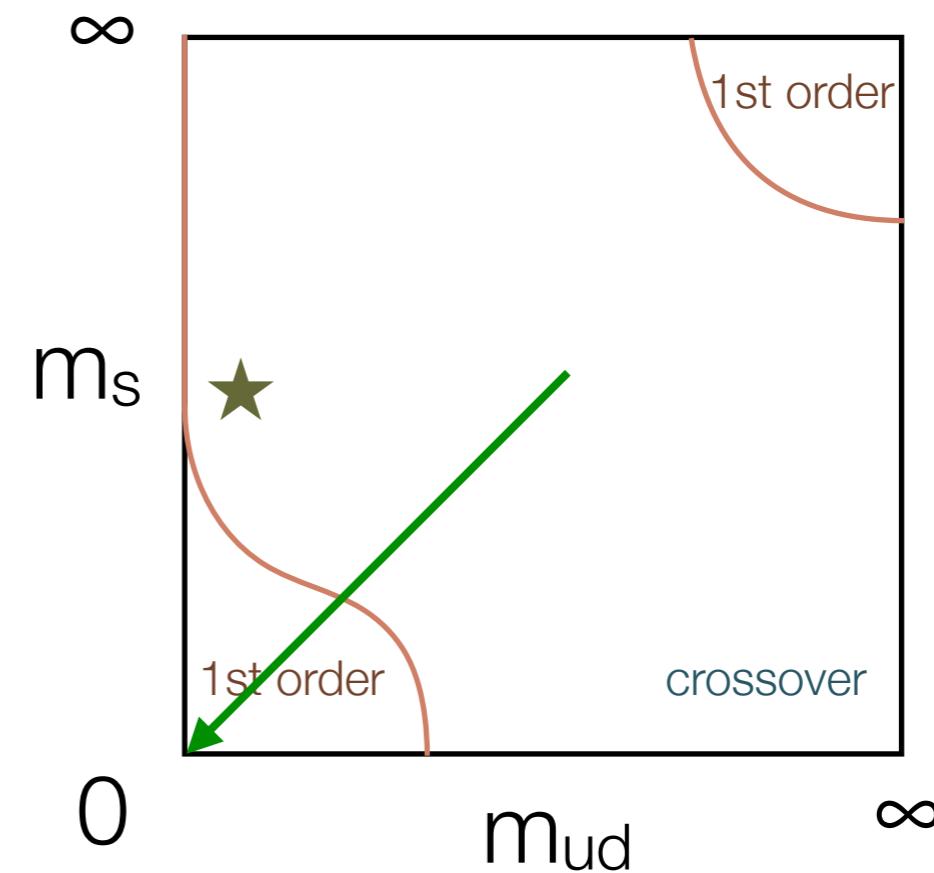
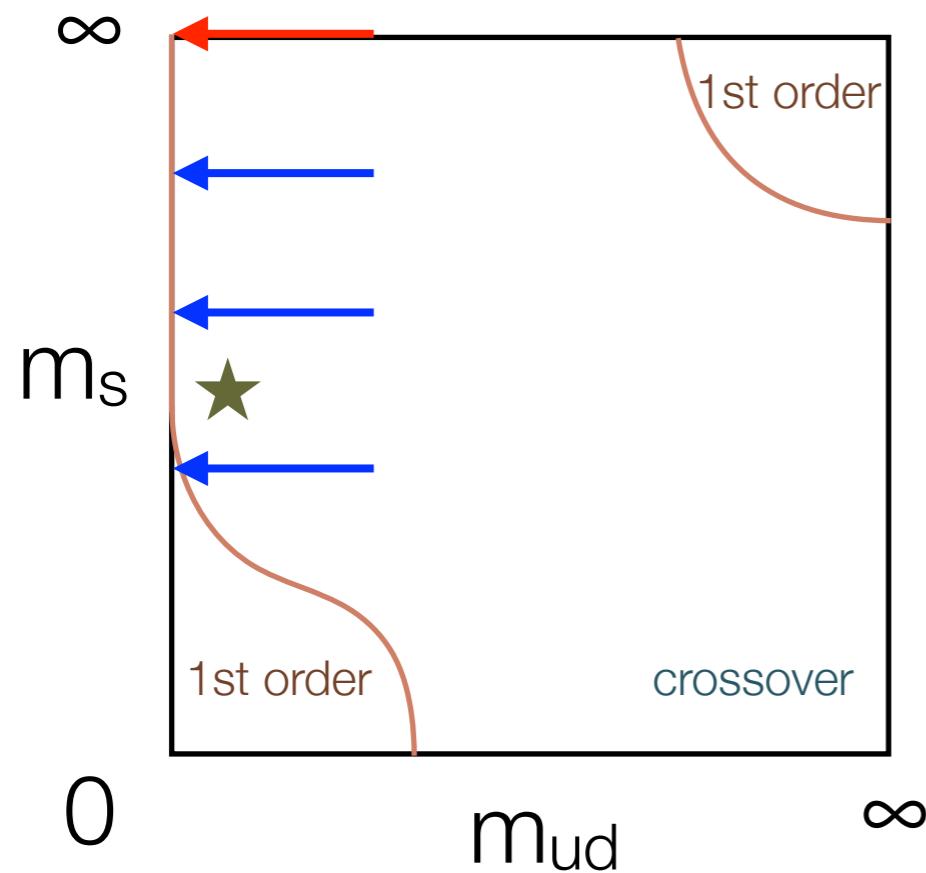
- カイラル対称性が厳密な計算手法でQCD相転移を追跡
 - 特に $N_f=2$ QCD では他の手法は信頼に足りない
 - 先行するJLQCD研究より連續理論に近い計算を推進
- 高温相 $T=220 \text{ MeV}$ で $\chi_t(m)$ 、特に 体積依存性を追求
 - 一次転移と思われた m_c 近傍で 体積依存性が不自然
 - 最大体積 48^3 で統計不足が疑われる
 - **相転移の有無:** 結論出ず
 - $T > T_c$ @ phys. point でゼロの可能性: 結論出ず
- fate of $U(1)_A$
 - $T > T_c$ で回復するか: 結論出ず
- 更なる研究が必要

問題点と これから半年～1年で明らかにしたいこと

- 統計1
 - トポロジカル感受率: $Q=0$ 以外のセクターのサンプル
 - $U(1)_A$ Dirac 演算子のゼロに近いモードのサンプル
 - どちらも困難
 - 特に 48^3 、物理 ud 質量より軽い点は無謀であったかも。。。
 - 方針
 - $m = 5 m_{ud}$ 程度を中心に 40^3 を調べる
 - $T=190 (< 220)$ MeV を開始する: 温度による抑制が緩いので見やすいはず
- 統計2
 - reweighting による 有効統計の著しい減少
 - そもそも DWF \rightarrow OV 対応が良い領域と思われていたがそうでもない
 - 追跡必要
- 手法
 - OV の近似の影響

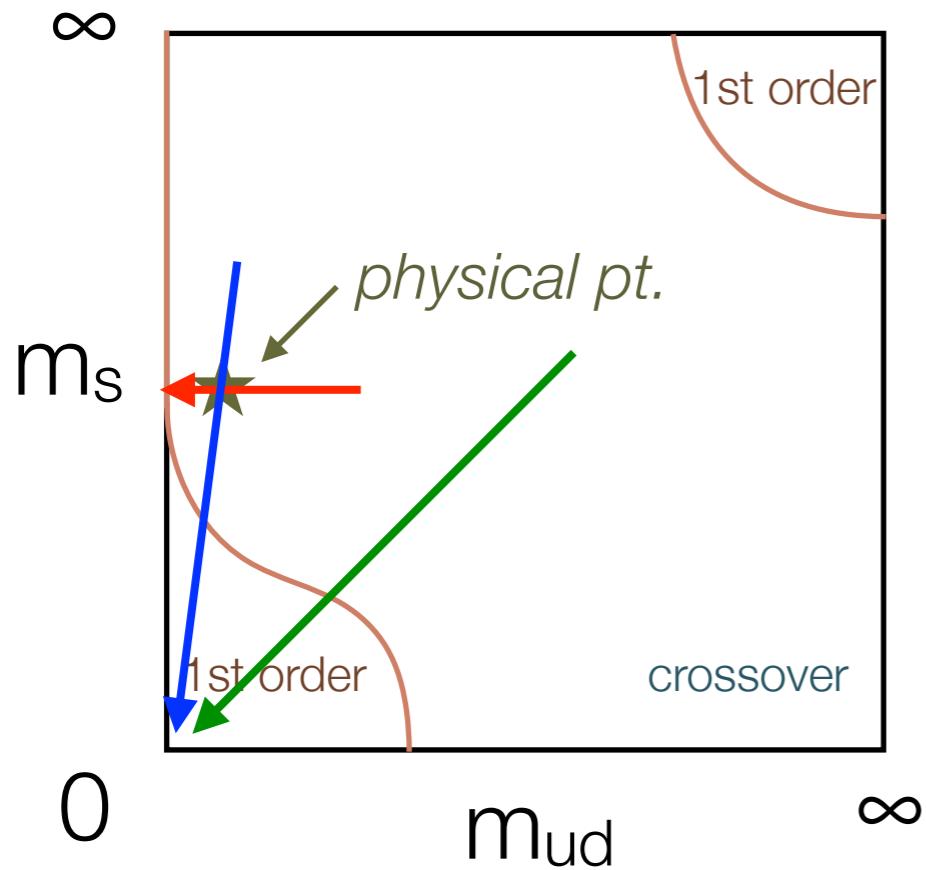
展望

- $N_f=2$ の相転移の解明
- $N_f=2+1$ へ (ポスト京)
- $N_f=3$: all degenerate : R-CCS 場の理論チームを中心に検討開始



他のグループの研究纏め

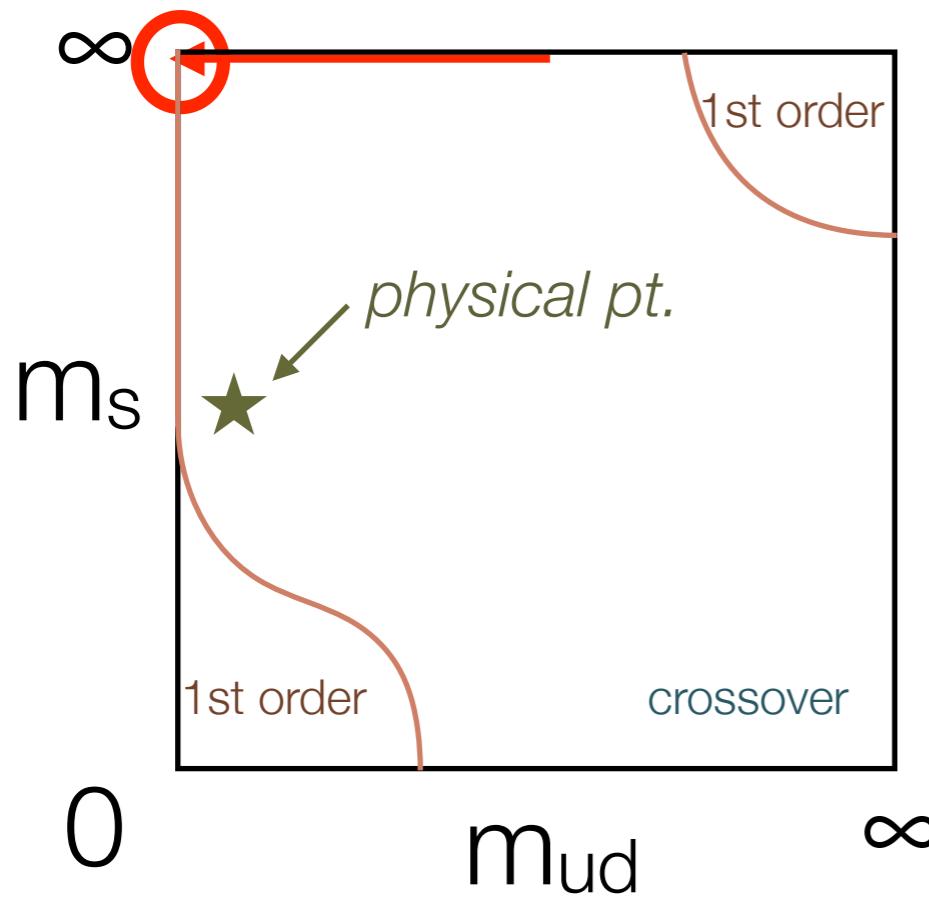
Columbia plot: direct search of PT / scaling



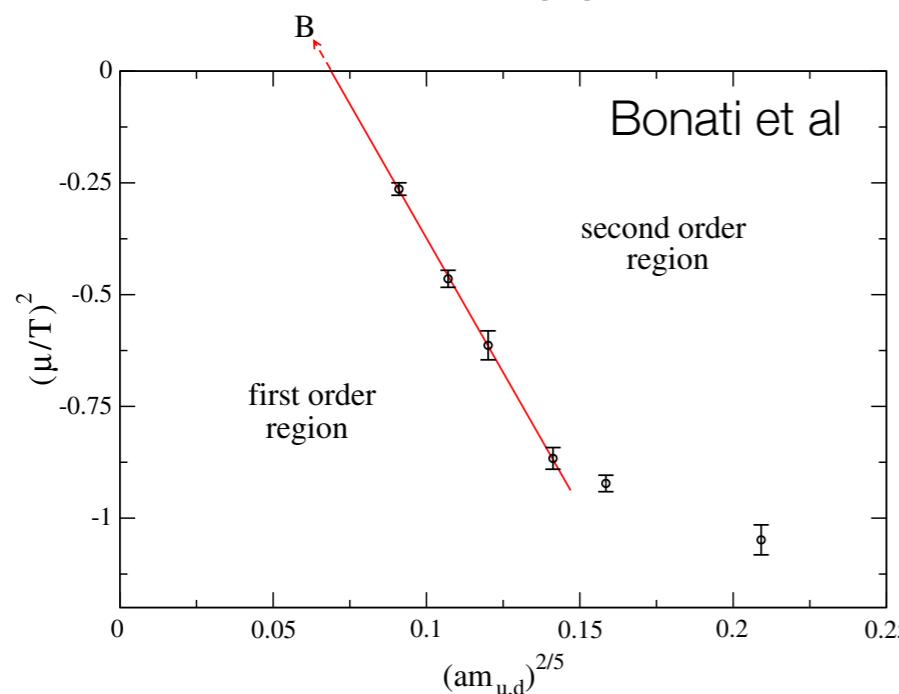
$N_f=2+1$ or 3

- either
 - no PT found
 - 1st order region
 - **shrinks** as $a \rightarrow 0$
with both staggered and Wilson
 - or even disappear ?
 - *for more information see eg*
 - Meyer Lattice 2015
 - Ding Lattice 2016
 - de Forcrand
“Surprises in the Columbia plot”
(Lapland talk 2018)

Columbia plot: direct search of PT / scaling

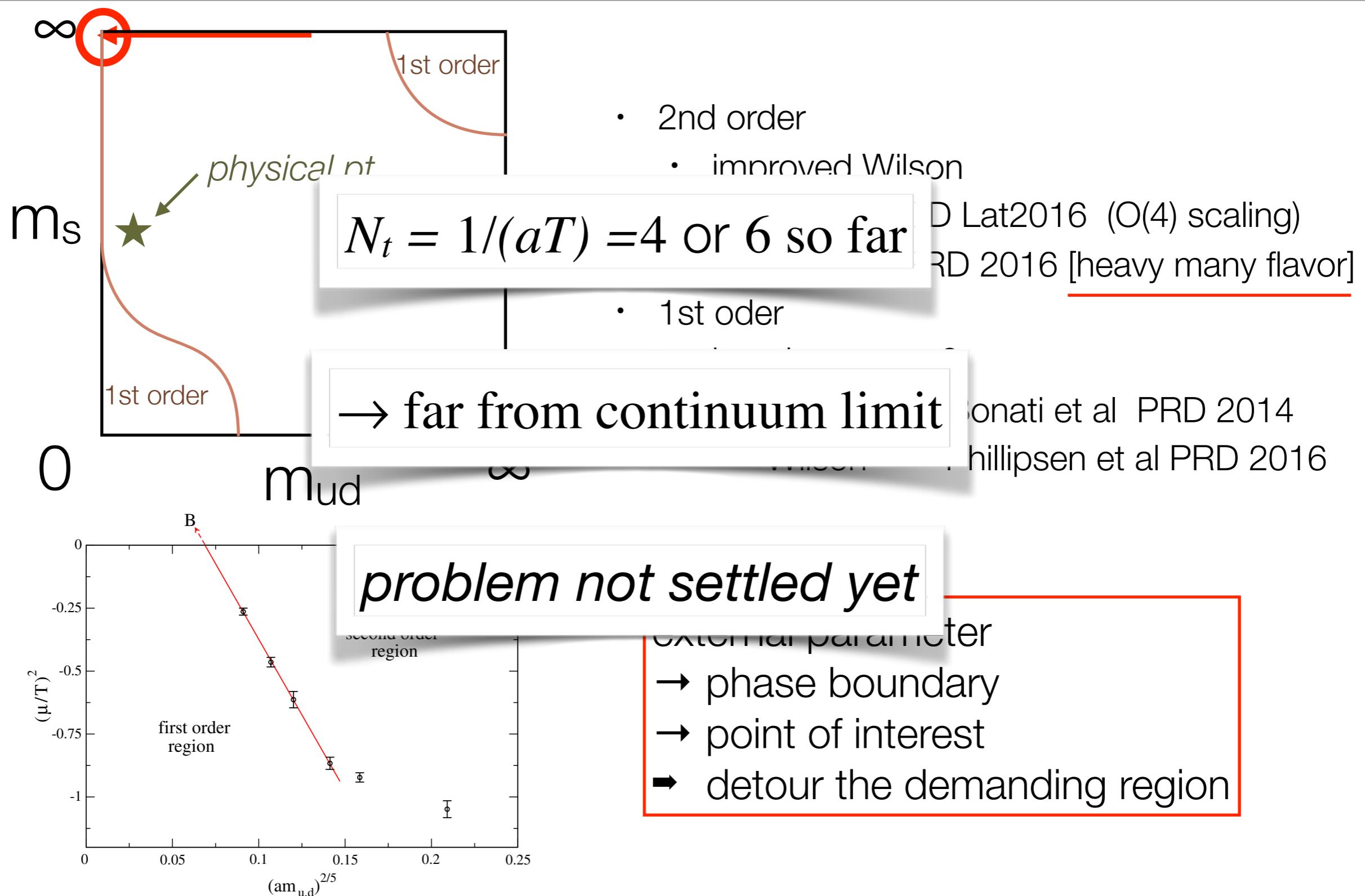


- 2nd order
 - improved Wilson
 - WHOT-QCD Lat2016 ($O(4)$ scaling)
 - Ejiri et al PRD 2016 [heavy many flavor]
- 1st order
 - imaginary $\mu \rightarrow 0$
 - staggered Bonati et al PRD 2014
 - Wilson Phillipsen et al PRD 2016



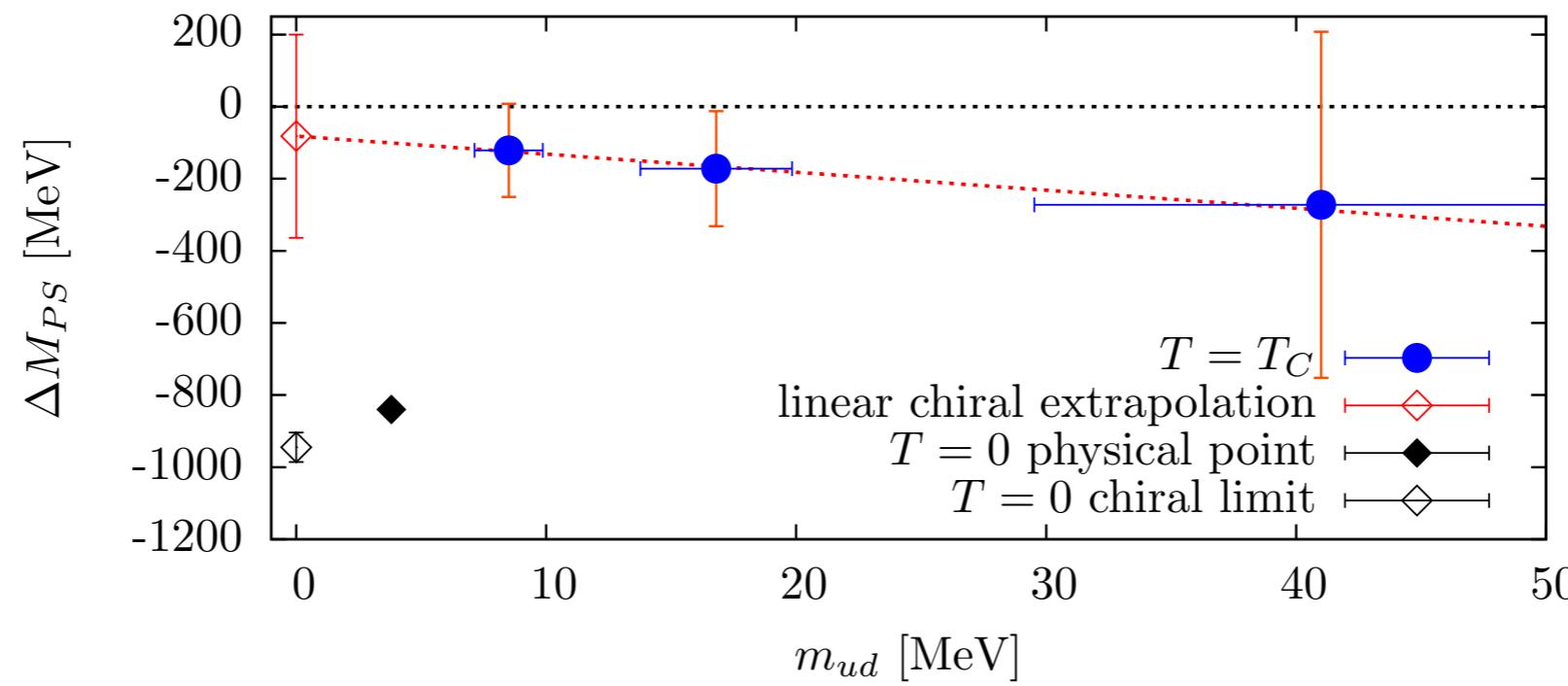
external parameter
 → phase boundary
 → point of interest
 → detour the demanding region

Columbia plot: direct search of PT / scaling



screening mass from O(a) improved Wilson f N_f=2

- mass difference between π and δ

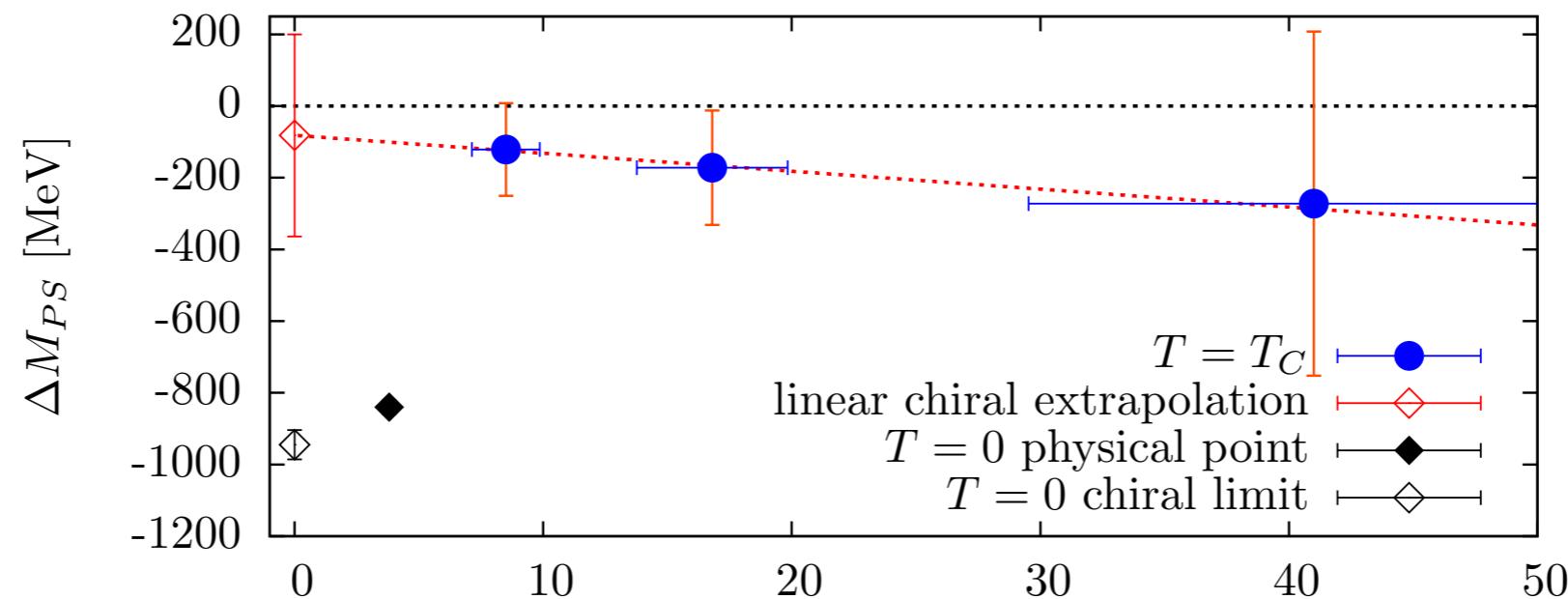


Brandt et al JHEP [1608.06882]

- $N_t = 1/(aT) = 16$ - quite fine lattice
- $T=T_c$ - **on top of transition temperature**
only one existing study for $N_f=2$
- $\Delta M_{PS} = 0$ (with a sizable error) \rightarrow consistent with $U(1)_A$ restoration

screening mass from O(a) improved Wilson f N_f=2

- mass difference between π and δ



- $N_t = 1/(aT) = 16$
- $T=T_c$

U(1)_A 回復と無矛盾とはいえる

あまりにもエラーが大きい

ex: $\Delta M_{PS}=300$ MeV とも無矛盾

EP [1608.06882]

udy for N_f=2

- $\Delta M_{PS} = 0$ (with a sizable error) \rightarrow consistent with U(1)_A restoration

QCD 有限温度相転移の理論: $N_f=2+1$ Lattice

- Columbia plot による解析
- m_{ud}, m_s を固定し、温度だけを変える: 1 parameter (+ 連続極限) : 楽
 - 物理点より重い夸克の計算から外挿
 - 物理点直上の計算
- こちらが主流
- 直上: クロスオーバー Aoki, Endrodi, Fodor, Katz, Szabo (2006)
 - スタッガード夸克で連続極限