$N_f = 2 + 1$ 格子QCDによる軽い原子核の計算

山崎 剛

素粒子宇宙起源研究機構
名古屋大学

石川 健一, 藏増 嘉伸, 宇川 彰

Refs: PRD81:111504(R)(2010); PRD84:054506(2011); PRD86:074514(2012)
PoS(LATTICE 2013):230(2013)[arXiv:1310.5797]

HPCI 戦略プログラム分野5「物質と宇宙の起源と構造」全体シンポジウム
@富士ソフトアキバプラザ, 3月3–4日

目次

1. イントロダクション

強い相互作用

$$
\text{束縛}\left\{
\begin{array}{rcl}
\text{陽子・中性子} & \longrightarrow & \text{原子核} \\
\text{クォーク・グルーオン} & \longrightarrow & \text{陽子・中性子}
\end{array}
\right.
$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

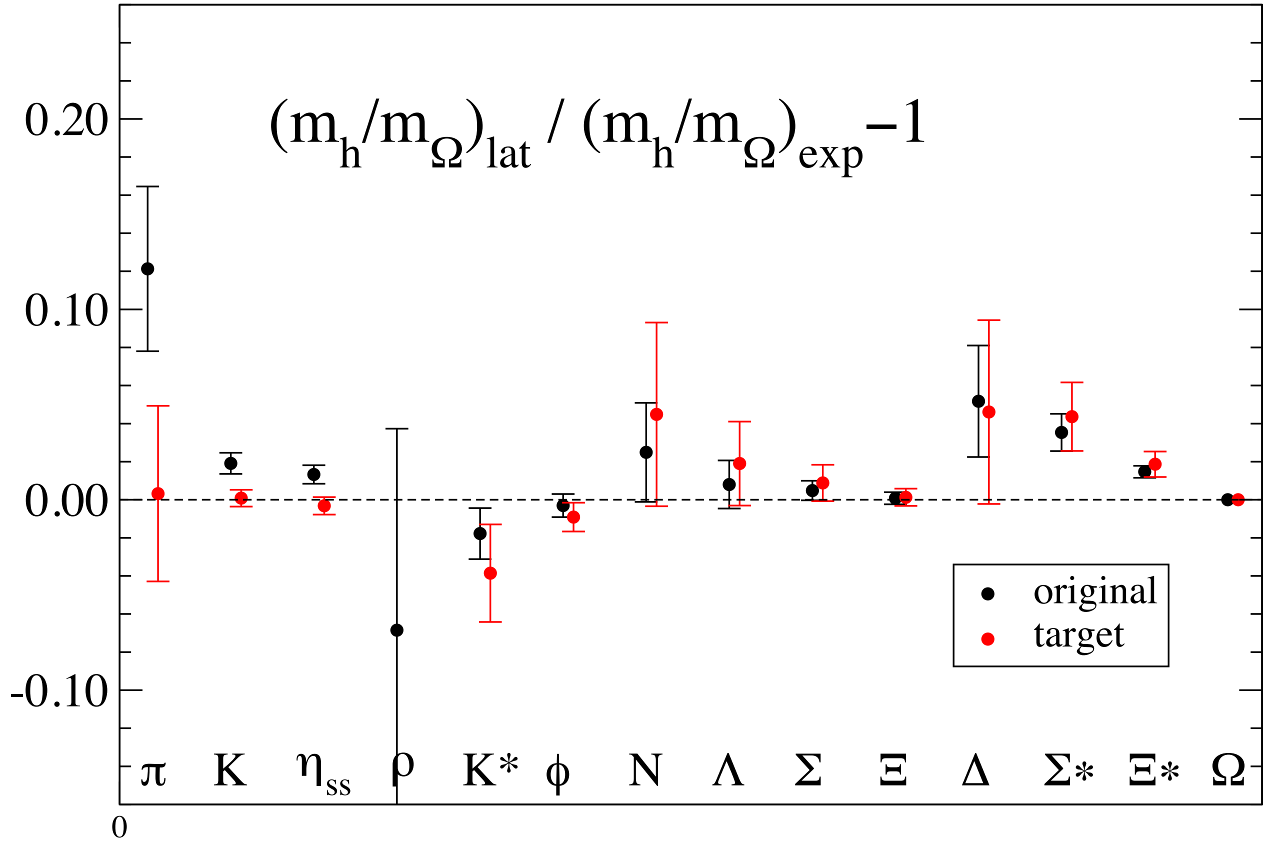
QCD の非摂動論的計算: 格子 QCD $\rightarrow$ 陽子・中性子 (核子) の質量

$$
\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \rightarrow \text{陽子・中性子}}_{\text{(格子)QCD}}
$$

現実的クォーク質量での格子QCD結果

$N_f = 2+1 (m_u = m_d < m_s)$ 電磁相互作用効果無し '10 PACS-CS

現実のクォーク質量: $m_\pi = 135$ MeV (target)



実験値と数%以内で一致

1. イントロダクション

強い相互作用

$$\text{束縛}\left\{\begin{array}{rcl} \text{陽子・中性子} & \longrightarrow & \text{原子核} \\ \text{クォーク・グルーオン} & \longrightarrow & \text{陽子・中性子} \end{array}\right.$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD の非摂動論的計算: 格子 QCD $\rightarrow$ 陽子・中性子 (核子) の質量

$$\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \rightarrow \overbrace{\text{陽子・中性子}}^{\text{殻模型}}}_{\text{格子 QCD}}\overbrace{\rightarrow \text{原子核}}$$

1. イントロダクション

強い相互作用

$$\text{束縛}\begin{cases}\text{陽子・中性子} & \longrightarrow \quad \text{原子核}\\ \text{クォーク・グルーオン} & \longrightarrow \quad \text{陽子・中性子}\end{cases}$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD の非摂動論的計算: 格子 QCD → 陽子・中性子 (核子) の質量

大きな目的: 原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する

$$\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \rightarrow \overbrace{\text{陽子・中性子} \rightarrow \text{原子核}}^{\text{殻模型}}}_{\text{格子 QCD}}$$

1. イントロダクション

大きな目的: 原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する

核力をQCDから求めるアプローチ [HALQCD] とは異なる

格子QCD分野では挑戦的な課題、しかし

1. 原子核質量の再現
2. 計算や観測の難しい原子核の性質の予言 例: 中性子過剰核

が将来可能になるかも

少数核子束縛状態の研究は最近始まったばかり

近年の目的

既知の軽い原子核の束縛エネルギーを再現できるか?

2．少数核子系束縛状態計算の問題点

慣習的な^{4}He系計算

$$\langle 0|O_{^4\mathrm{He}}(t)O^\dagger_{^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\mathrm{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\mathrm{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1．統計誤差 $\propto \exp\left(N_N\left[m_N - \frac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

2．膨大な計算コスト

クォーク縮約数 $^4\mathrm{He} = p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400

c.f.) 陽子 $= p = udu$: 2

3．有限体積上束縛状態判別

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

2．少数核子系束縛状態計算の問題点

慣習的な^{4}He系計算

$$\langle 0|O_{^4\text{He}}(t)O^\dagger_{^4\text{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\text{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\text{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t \gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1．統計誤差 $\propto \exp\left(N_N\left[m_N - \frac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

$\longrightarrow$ 現実よりも重いクォーク ＋ 多くの測定

2．膨大な計算コスト PACS-CS PRD81:111504(R)(2010)

クォーク縮約数 ^{4}He $= p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400 $\rightarrow$ 1107

$\longrightarrow$ コスト削減: 演算子の対称性 $p(n) \leftrightarrow p(n)$, 並列計算と非並列計算

より効率的な方法: '12 Doi and Endres; Detmold and Orginos; '13 Günther *et al.*

3．有限体積上束縛状態判別

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

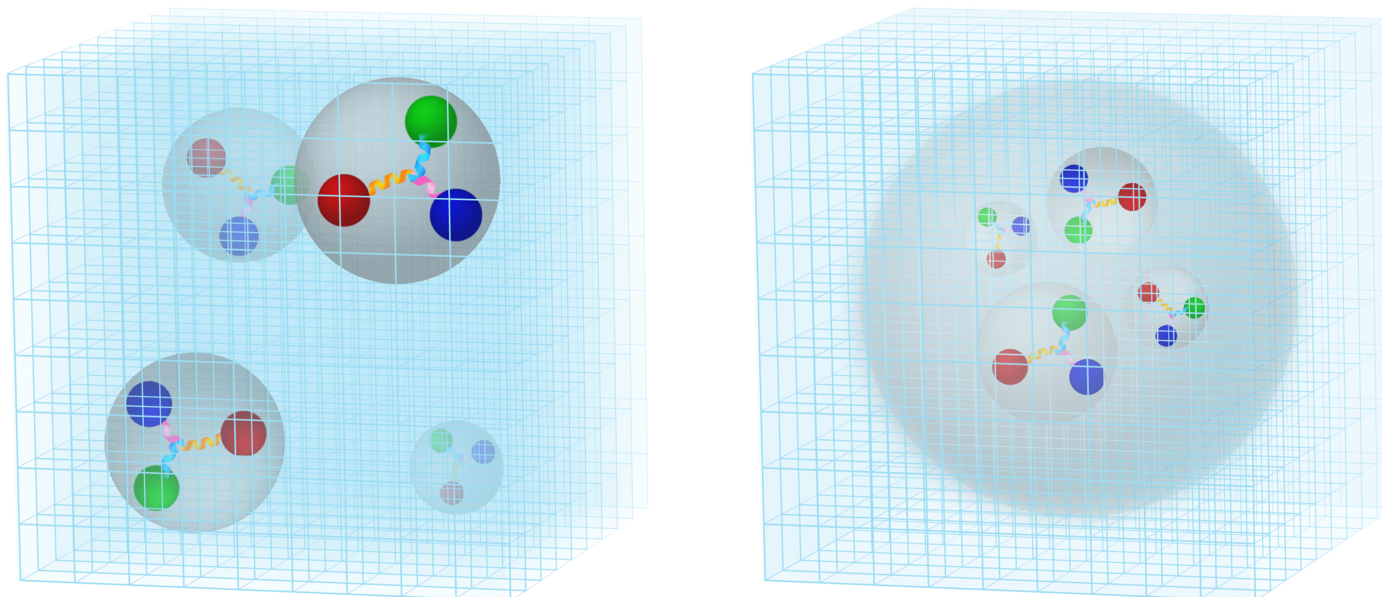
$\longrightarrow$ 次のページで説明

2．少数核子系束縛状態計算の問題点

3．有限体積上束縛状態判別

束縛エネルギーに似た引力散乱状態の有限体積効果 $\Delta E = E - N_N m_N < 0$

引力散乱状態　　　　　　　　　　束縛状態



図提供：入江氏(KEK)

$L \neq \infty$	$\Delta E = O(1/L^3) < 0$	$\Delta E < 0$
$L \to \infty$	$\Delta E \to 0$	$\Delta E < 0$

ΔE の有限体積依存性から束縛状態かを判別

他の方法: '04 Mathur *et al.*, '05 Ishii *et al.*

格子QCDを用いた少数核子束縛状態

- ^{4}He, ^{3}He

  '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)

  '12 HALQCD $N_f = 3$, '12 NPLQCD

- Hダイバリオン ($\Lambda\Lambda$, S=-2, I=0)

  '88 Iwasaki *et al.* $N_f = 0$ $m_\pi = 0.5$–0.7 GeV

  '11 NPLQCD $N_f = 2 + 1$, '11, '12 HALQCD $N_f = 3$

  '11 Luo et al. $N_f = 0$, '12 NPLQCD $N_f = 3$

- 二核子系

  '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)

  '12 NPLQCD $N_f = 2 + 1$, '12 NPLQCD $N_f = 3$

格子QCDを用いた少数核子束縛状態

- ^{4}He, ^{3}He
  - '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)
  - '12 HALQCD $N_f = 3$, '12 NPLQCD
  - '12 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)
- Hダイバリオン (ΛΛ, S=−2, I=0)
  - '88 Iwasaki *et al.* $N_f = 0$ $m_\pi = 0.5$–0.7 GeV
  - '11 NPLQCD $N_f = 2+1$, '11, '12 HALQCD $N_f = 3$
  - '11 Luo et al. $N_f = 0$, '12 NPLQCD $N_f = 3$
- 二核子系
  - '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)
  - '12 NPLQCD $N_f = 2+1$, '12 NPLQCD $N_f = 3$
  - '12 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

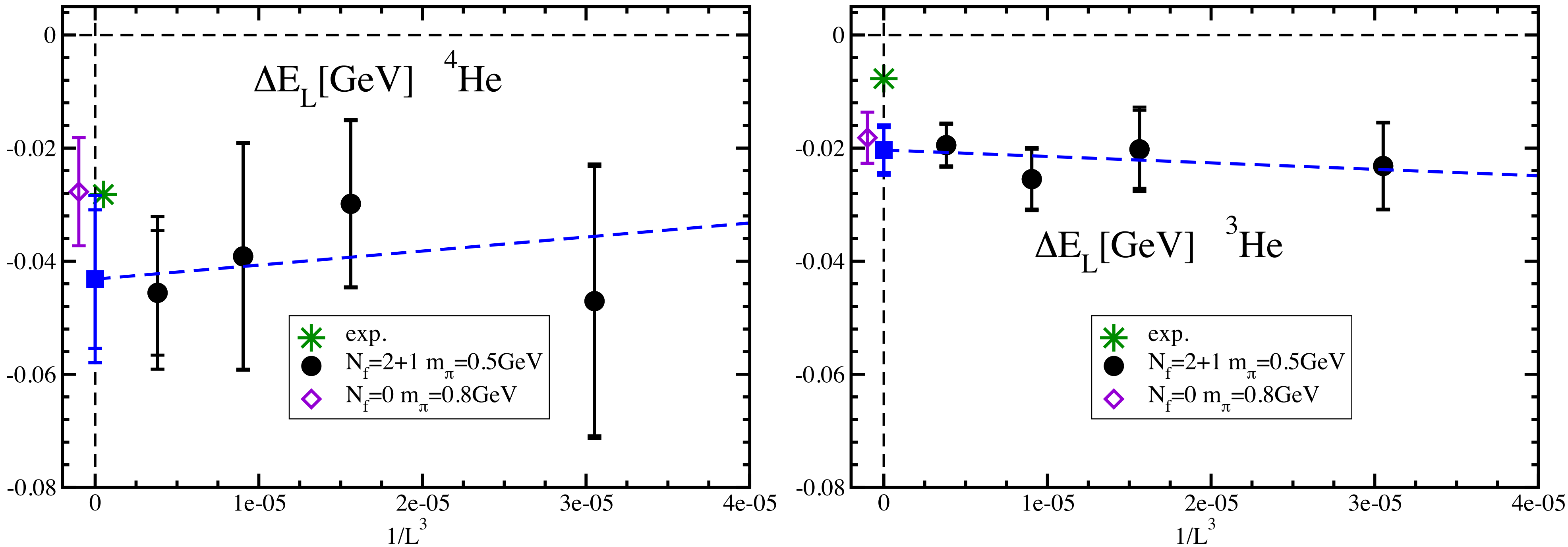
昨年度の目的: これまでの試験的研究をより信頼性のある計算へ発展させる

$N_f = 2+1$ QCD, 軽いクォーク, 小さな格子間隔

4. $N_f = 2+1\ m_\pi = 0.5$ GeV

^{4}He,^{3}He系 $\Delta E_L = E - N_N m_N$

ΔEの体積依存性から束縛状態の判別



$\Delta E_{^4\mathrm{He}} = 43(12)(8)$ MeV

$\Delta E_{^3\mathrm{He}} = 20.3(4.0)(2.0)$ MeV

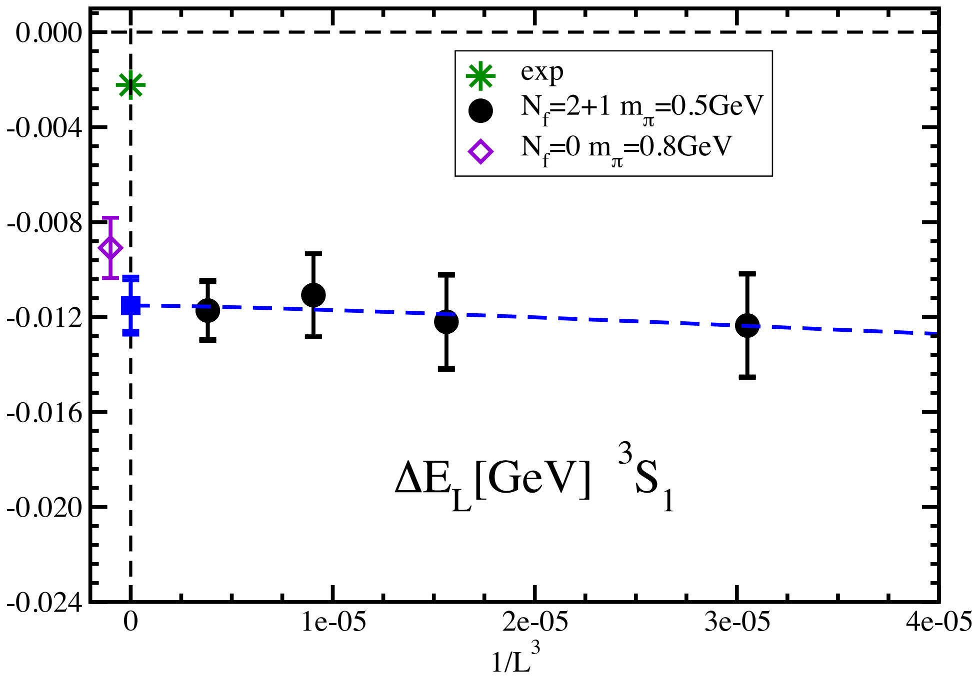
1. 二つの系で束縛状態を確認
2. 束縛エネルギーは実験値と同じオーダー

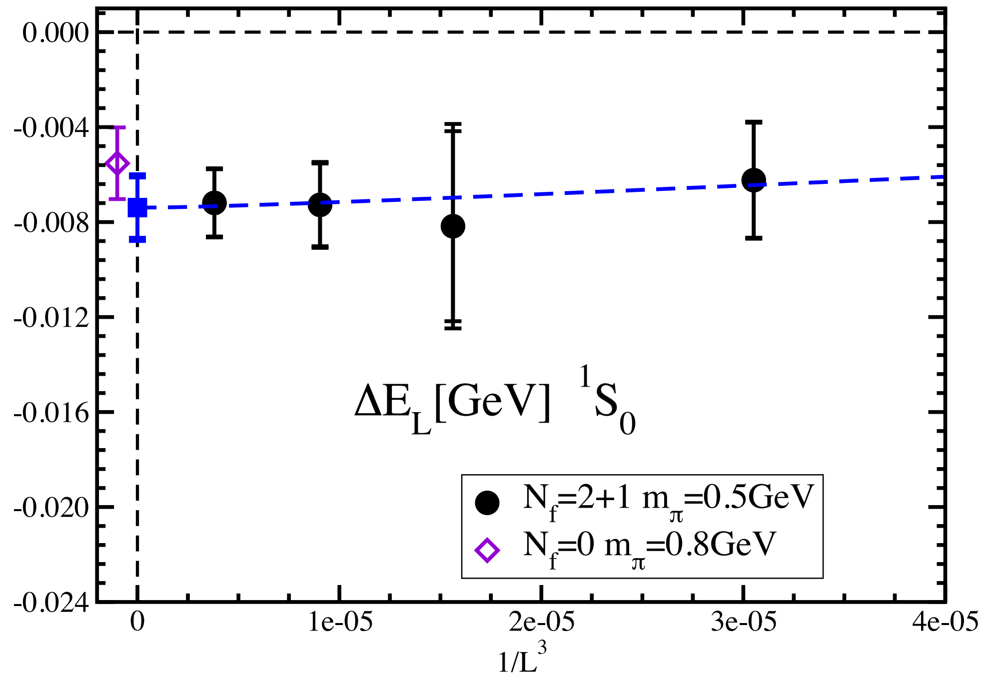
白抜きシンボル: $N_f = 0\ m_\pi = 0.8$ GeV, PRD81:111504(R)(2010)

4. $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.5$ GeV

二核子系(^{3}S$_1$, ^{1}S$_0$) $\Delta E_L = E - 2m_N$

ΔEの体積依存性から束縛状態の判別





二つの系で束縛状態を確認

$\Delta E_{^3\mathrm{S}_1} = 11.5(1.1)(0.6)$ MeV

束縛エネルギーは実験値と同じオーダー

$\Delta E_{^1\mathrm{S}_0} = 7.4(1.3)(0.6)$ MeV

実験では観測されていない

白抜きシンボル: $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV, PRD81:111504(R)(2010)

格子QCDを用いた少数核子束縛状態

- ^{4}He, ^{3}He

  '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

- 二核子系

  '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

実験値との定量的・定性的違いを理解する

本研究の目的: 現実よりも大きなクォーク質量起因の系統誤差を見積もる

これまでの研究をさらに信頼性のある計算へ発展させる

$N_f = 2 + 1$ QCD, さらに軽いクォーク

3. 中間報告

TY *et al.* PoS(LATTICE 2013):230(2013)[arXiv:1310.5797]

$N_f = 2+1$ QCD

Iwasakiゲージ作用 ＋ 非摂動論的$O(a)$改良 Wilson フェルミオン作用

$a^{-1} = 2.194$ GeV with $m_\Omega = 1.6725$ GeV ($\beta = 1.90$) '10 PACS-CS

$m_\pi = 0.3$ GeV and $m_N = 1.06$ GeV

$m_s \sim$ 現実のsクォーク質量

二つの体積を用いたΔE有限体積依存性(^{4}He, ^{3}He, 二核子)

		$m_\pi = 0.3$ GeV		$m_\pi = 0.5$ GeV	
L	L [fm]	$N_{\rm conf}$	$N_{\rm meas}$	$N_{\rm conf}$	$N_{\rm meas}$
48	4.3	380	576	200	192
64	5.8	160	384	190	256

$L = 48$の測定数比較: $\dfrac{N_{\rm conf} \times N_{\rm meas}(0.3{\rm GeV})}{N_{\rm conf} \times N_{\rm meas}(0.5{\rm GeV})} \approx 6$

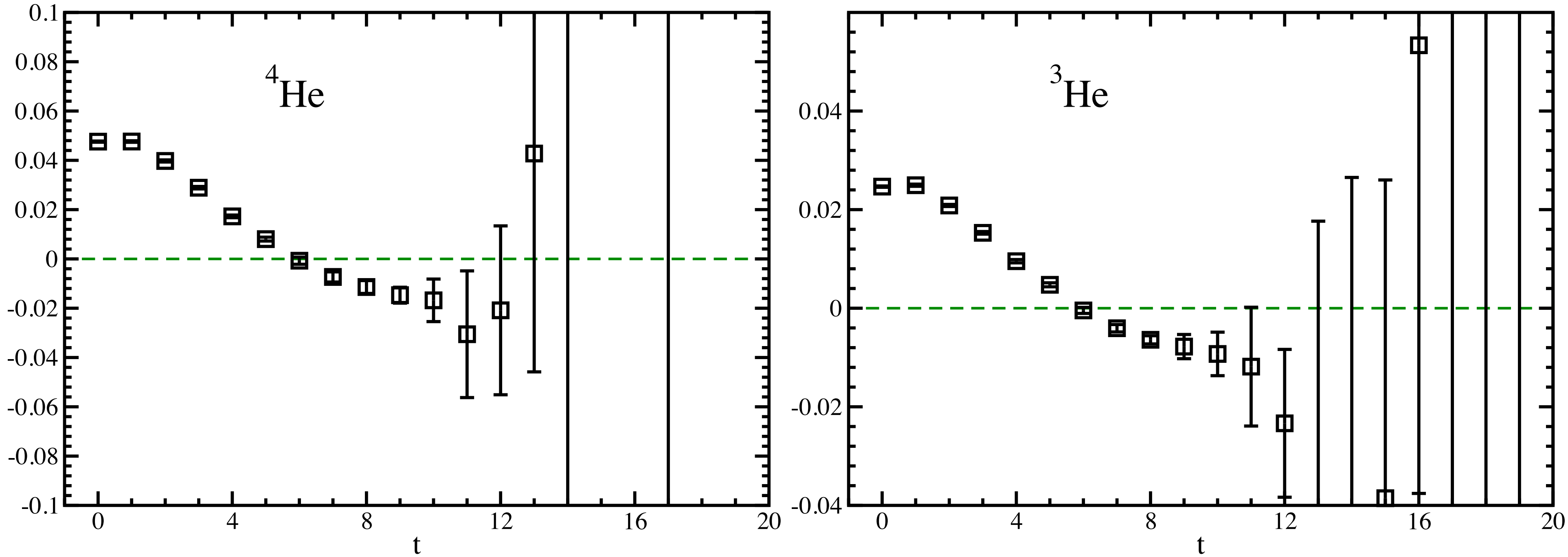
利用計算資源:

PACS-CS, T2K-Tsukuba, HA-PACS at 筑波大, HA8000 at 東大, 「京」 at 理研 AICS

4. $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$ GeV $L = 48$ 中間報告

TY *et al.* PoS(LATTICE 2013):230(2013)[arXiv:1310.5797]

有効エネルギー差: $\Delta E_{^4\mathrm{He}}(t) = \log\left(\frac{C_{^4\mathrm{He}}(t)}{C_{^4\mathrm{He}}(t+1)}\right)$

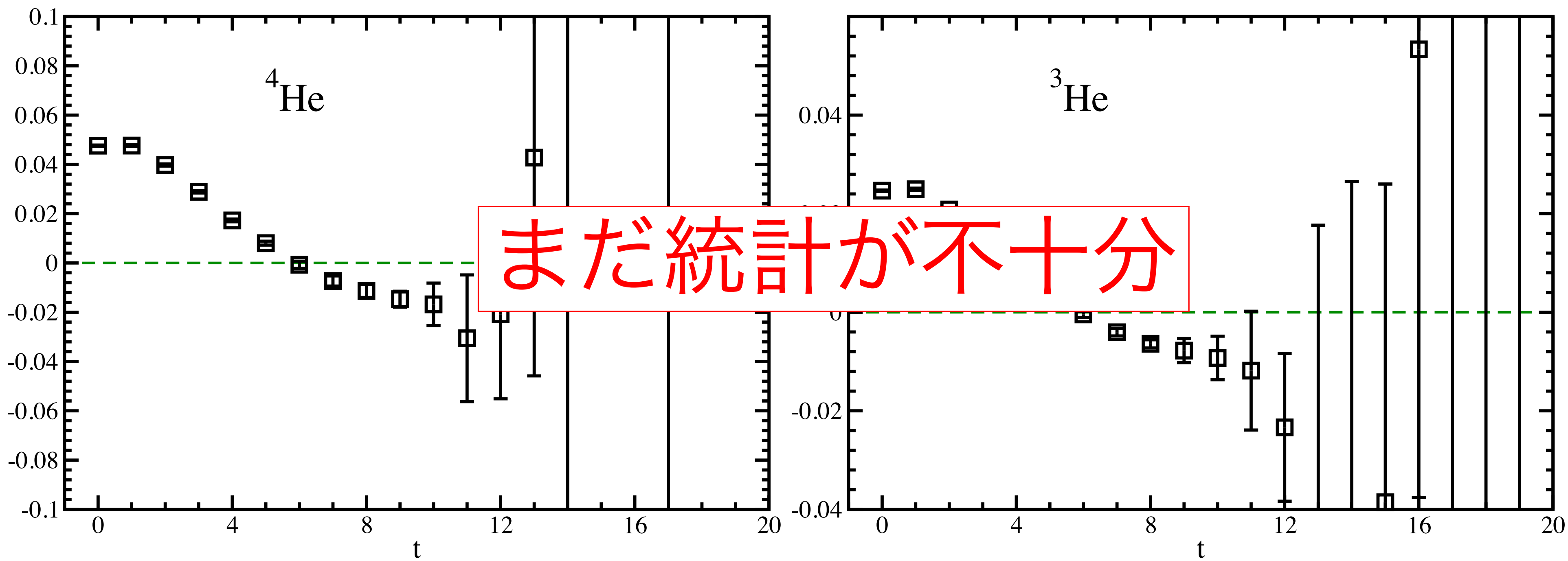


誤差が$m_\pi = 0.5$GeVより大きい

4. $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$ GeV $L = 48$ 中間報告

TY *et al.* PoS(LATTICE 2013):230(2013)[arXiv:1310.5797]

有効エネルギー差: $\Delta E_{^4\mathrm{He}}(t) = \log\left(\frac{C_{^4\mathrm{He}}(t)}{C_{^4\mathrm{He}}(t+1)}\right)$



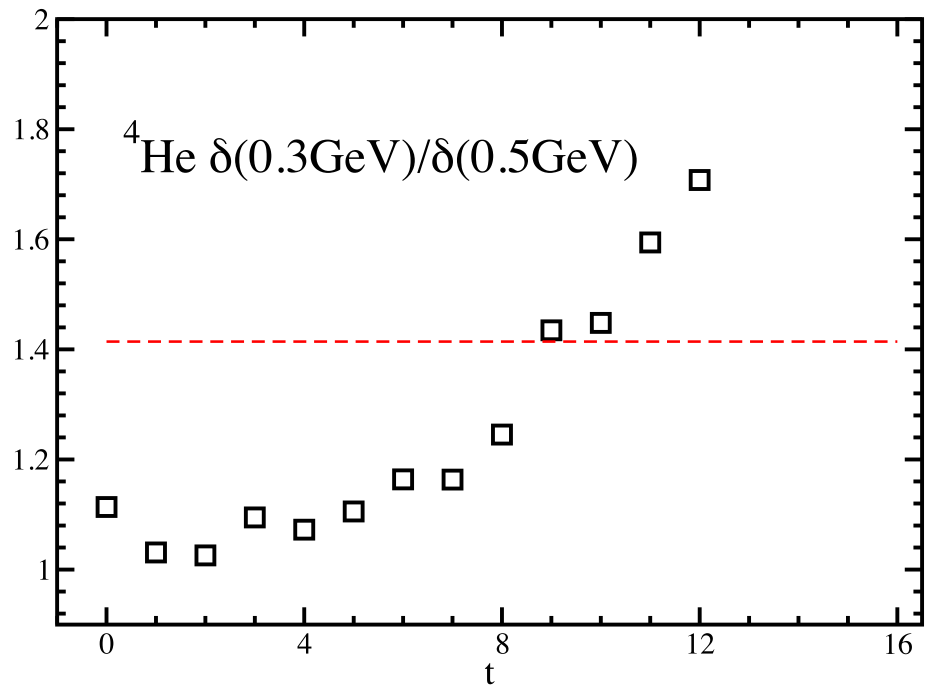
まだ統計が不十分

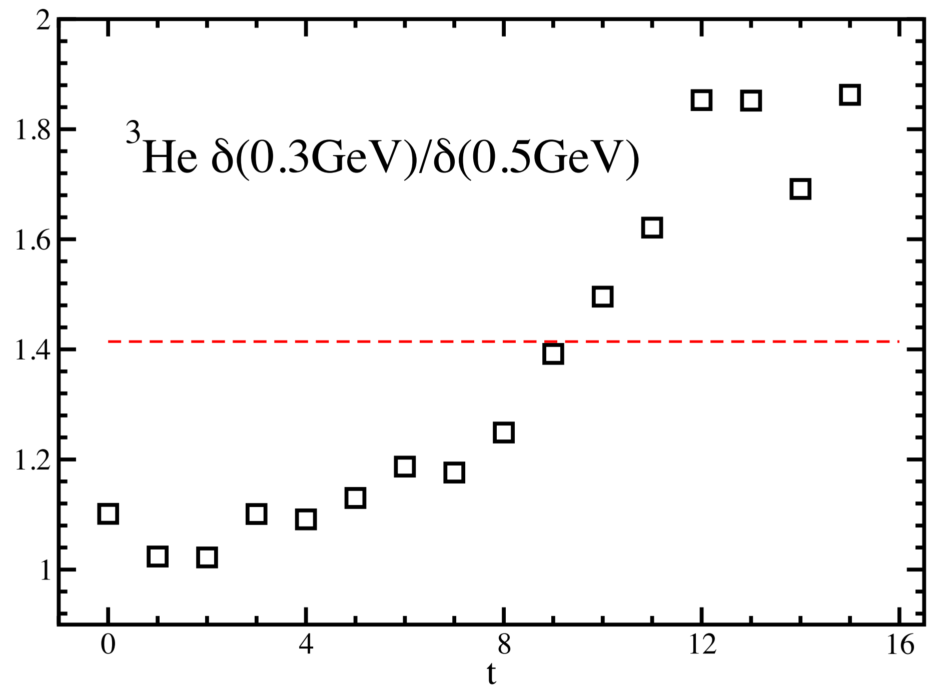
誤差が$m_\pi = 0.5$GeVより大きい

4. $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$ GeV $L = 48$ 中間報告

TY *et al.* PoS(LATTICE 2013):230(2013)[arXiv:1310.5797]

$m_\pi = 0.3$ と 0.5 GeV の相対誤差比較: $\delta_{^4\mathrm{He}}(t) = \dfrac{\delta C_{^4\mathrm{He}}(t)}{C_{^4\mathrm{He}}(t)}$





$t = 8$–12 の相対誤差比 ≈ 1.4

$\rightarrow m_\pi = 0.5$ GeV と同程度の誤差を得るためには2倍統計が必要

$$\frac{N_{\mathrm{conf}} \times N_{\mathrm{meas}}(0.3\mathrm{GeV})}{N_{\mathrm{conf}} \times N_{\mathrm{meas}}(0.5\mathrm{GeV})} \approx 6(\text{現状}) \rightarrow \approx 12\text{: 現在の計算機資源で実行可能}$$

5. まとめ

昨年度: $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV の計算を実行

無限体積極限で $\Delta E \neq 0$

$\rightarrow$ ^{4}He, ^{3}He, ^{3}S$_1$, ^{1}S$_0$ に束縛状態 (原子核)

今年度: これまでよりも系統誤差の小さな $N_f = 2 + 1$ 計算を実行

- 実験値との定量的・定性的違いを理解する
- これまでよりも軽いクォーク $m_\pi = 0.3$ GeV

統計誤差がまだ大きい $\rightarrow$ $L = 48$ は統計 (測定数) を２倍にする予定

将来計画

来年度: $m_\pi = 0.3$ GeV を終了させる

京を使った現実的クォーク質量 $m_\pi = 0.135$ GeV の計算を実行

クォーク質量について系統誤差の無い計算 $\rightarrow$ 実験値を再現 or その他の系統誤差