

質問：

複素数を引数とするガンマ関数の、精度と効率の点でよい数値計算の方法が知られていましたらお教えください。

回答：

Lanczos 近似という方法を用いるのが標準的のようです。これは近似的級数展開の切断で、簡単な式なので、効率は大変よいです。いろいろな書物に説明されていますが、たとえば、

Numerical Recipes in FORTRAN, The Art of Scientific Computing, 2nd ed., W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery, (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992)

に式とコードと参考文献があります。用いる項の数が任意なのですが、上記文献では、7です（定数項を除く）。10個の項を用いたコード（cバージョン）が

<http://www.numericana.com/answer/info/godfrey.htm> (1)

にあります。このコードとカルキュレータウェブサイト

<http://keisan.casio.com> (2)

を $z=1+100i$ で試してみましたところ、

(1) $-1.5142531804978D-67 -2.7908215556126D-69 i$
(2) $-1.51425318049775596978E-67 -2.79082155561747763E-69 i$

という結果を得ました。大変よい一致を示しています。この例より絶対値の小さい z でも同じくらいの精度で結果は一致しました。また、結果の絶対値がもっと大きいときも一致しました。さらに2、3の特定の値、 $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$ など、を用いて確認を行い精度に問題ありませんでした。ただし、複素ガンマ関数の計算は、 z の絶対値が大きいとき、位相に誤差を生じやすいというわさがありますので、注意して使う必要があると思われます。

もし式は必要でなく、ライブラリが使いたいということであれば、そのひとつは Gnu Scientific Library で、

<http://www.gnu.org/software/gsl>

からダウンロードできます。やはり、当然ですが reference manual の注意書きを読む必要があります。

以上