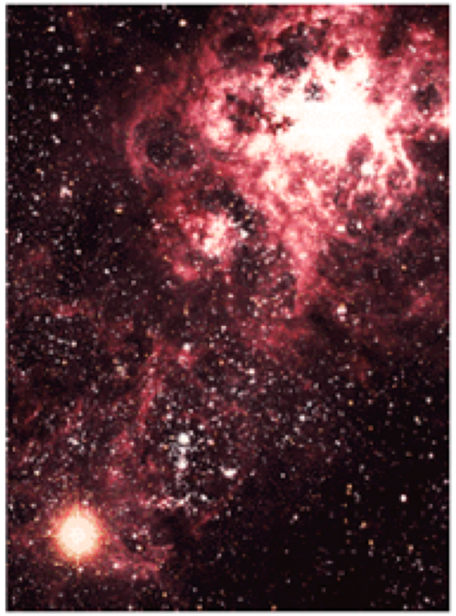
重点課題９研究報告会　　2019.07.12

ボルツマン輻射流体コードによる重力崩壊型超新星の空間三次元計算

発表者

岩上 わかな

大川 博督、長倉 洋樹、原田 了、古澤 峻、松古 栄夫、住吉 光介、山田 章一



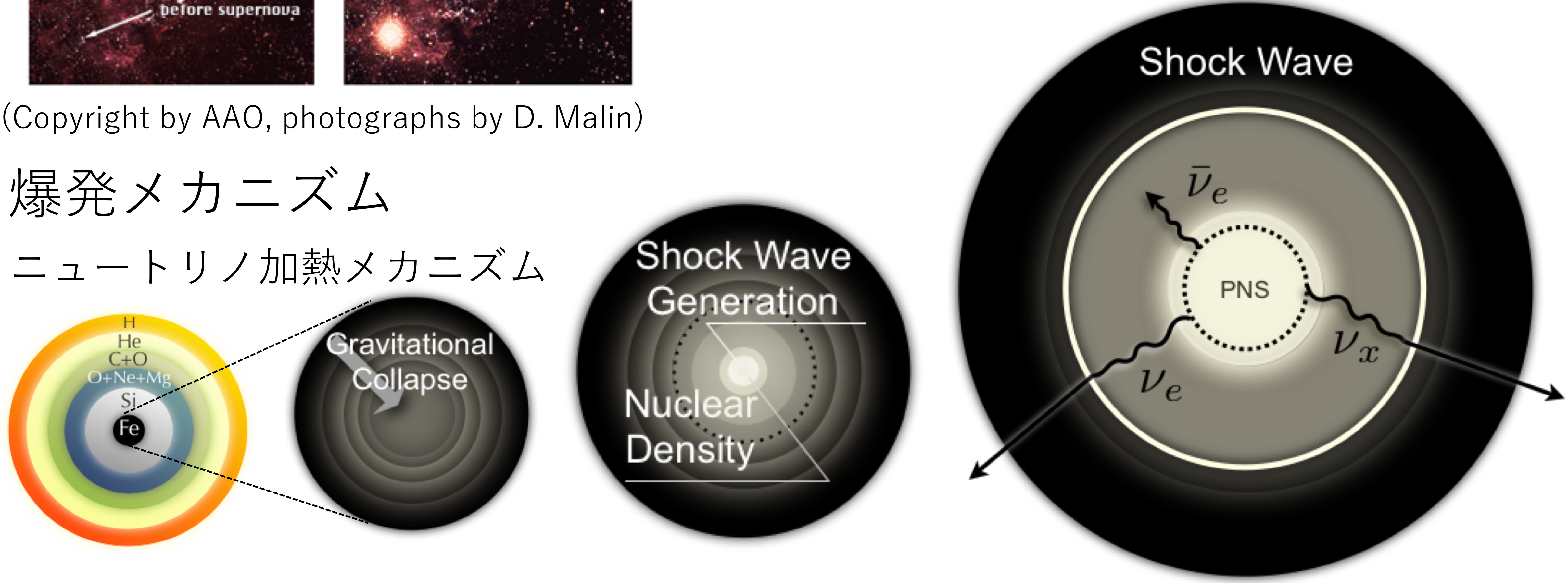
(Copyright by AAO, photographs by D. Malin)

重力崩壊型超新星

大質量星の大爆発

爆発メカニズム

ニュートリノ加熱メカニズム



Boltzmann Equation

Neutrino Radiation

Neutrino distribution function

$$f(t, r, \theta, \phi; \varepsilon_\nu, \mu_\nu, \phi_\nu)$$

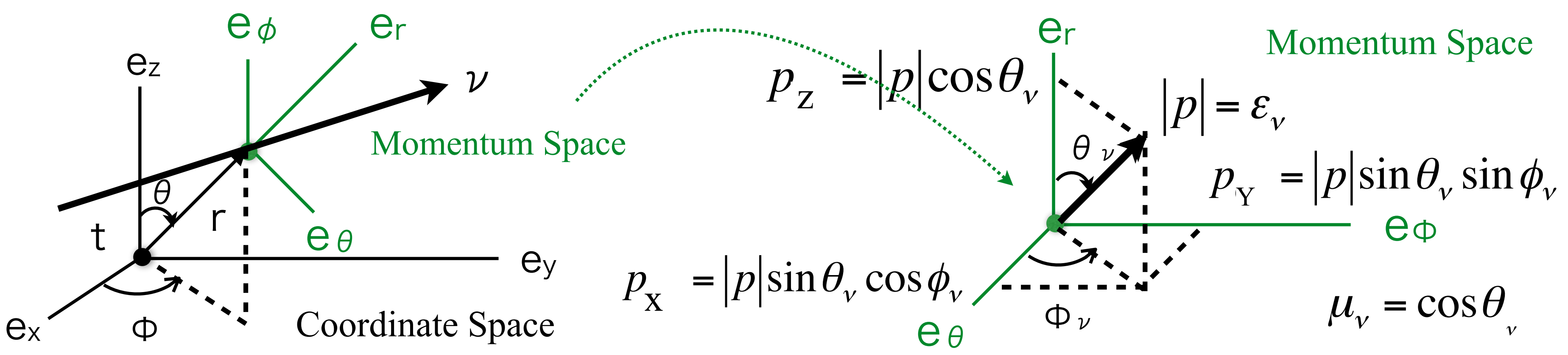
Boltzmann Equation

$$\frac{dx^\mu}{d\lambda}\frac{\partial f}{\partial x^\mu} + \frac{dp^i}{d\lambda}\frac{\partial f}{\partial p^i} = \left(\frac{\delta f}{\delta \lambda}\right)_{\text{collision}}$$

Boltzmann Equation in the spherical coordinate

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \cos\theta_\nu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\sin\theta_\nu \cos\theta_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{\sin\theta_\nu \sin\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$-\frac{\sin\theta_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta_\nu} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\sin\theta_\nu \sin\phi_\nu}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi_\nu} = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{\text{collision}}$$



Collision Terms

$$\left(\frac{\delta f}{\delta \tau}\right)_{\text{collision (s)}} = \left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{emis-abs (s)}} + \left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{scat (s)}} + \left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{pair (s)}}$$

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{emis-abs}} = -R_{\text{abs}}(\varepsilon, \Omega) f(\varepsilon, \Omega) + R_{\text{emis}}(\varepsilon, \Omega)[1 - f(\varepsilon, \Omega)].$$

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{scat}} = -\int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{scat}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') f(\varepsilon, \Omega) \times [1 - f(\varepsilon', \Omega')] + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{scat}}(\varepsilon', \Omega'; \varepsilon, \Omega) \times f(\varepsilon', \Omega')[1 - f(\varepsilon, \Omega)],$$

$$\left[\frac{\delta f}{\delta \tau}\right]_{\text{pair}} = -\int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{pair-anni}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') \times f(\varepsilon, \Omega) \overline{f}(\varepsilon', \Omega') + \int \frac{d\varepsilon' \varepsilon'^2}{(2\pi)^3} \int d\Omega' R_{\text{pair-emis}}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon', \Omega') \times [1 - f(\varepsilon, \Omega)][1 - \overline{f}(\varepsilon', \Omega')],$$

Ω' denotes the angle variables after/before the scattering

$\overline{f}(\varepsilon', \Omega')$ denotes the distribution of anti-neutrinos, which is the angle-averaged distribution in the previous time step.

Neutrino Number Density

s : species ($s = \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_x$)

$$\Gamma_s \equiv \int \left(\frac{\delta f}{\delta \tau}\right)_{\text{collision (s)}} d^3\mathbf{p} \qquad \boxed{\Gamma} \equiv \Gamma_{\nu_e} - \Gamma_{\bar{\nu}_e}$$

Neutrino Energy Density (μ = 0)

Radiation Pressure (μ = 1, 2, 3)

$$G_s^\mu \equiv \int p_s^\mu \left(\frac{\delta f}{\delta \tau}\right)_{\text{collision (s)}} d^3\mathbf{p} \qquad \boxed{G^\mu} \equiv \sum_s G_s^\mu$$

Euler Equations

Hydrodynamics

Continuity Equation: $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\rho v^j\right) = 0$$

Equations of Motion: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho v_i\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\rho v_i v^j + P\delta_i^j\right) = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial x^j} - \boxed{G^i}$$

Energy Equation: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + e\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left[\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + e + P\right)v^j\right] = -\rho v^j \frac{\partial \psi}{\partial x^j} - \boxed{G^0}$$

Time-Evolution Equation of Electron Number: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho Y_e}{m_A}\right) + \frac{\partial}{\partial x^j}\left(\frac{\rho Y_e}{m_A} v^j\right) = -\boxed{\Gamma}$$

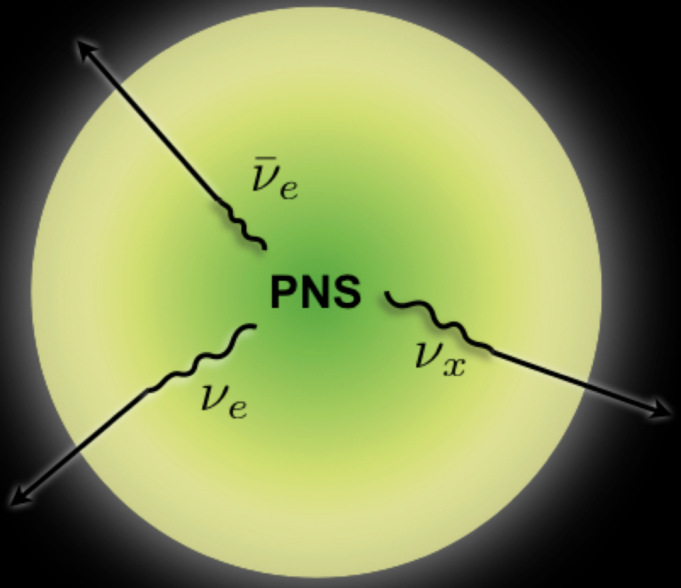
1D Poisson's equation for gravity: $$\Delta \psi = 4\pi G \rho$$

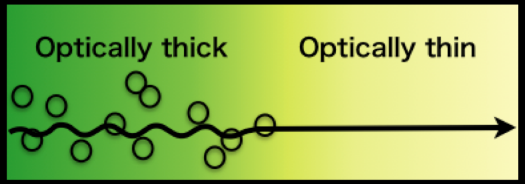
EOS table of Nuclear Matter: $$P = P(\rho, T, Y_e)$$

ρ : density, v: velocity, P: pressure, e: internal energy, ψ: the gravitational potential, G : the gravitational constant (=6.67×10^{-8}[$\mathrm{cm^3 g^{-1} s^2}$]), Y_e: electron fraction, T : temperature, m_A: the atomic mass unit, G^0 : neutrino heating rate, G^i : neutrino radiation pressure, Γ: deleptonization rate ($\equiv \Gamma_{\nu_e} - \Gamma_{\bar{\nu}_e}$), Γ_s : neutrino reaction rate

Approximation of Neutrino Transport

- Leakage Scheme
- Light Bulb Approximation
- Ray-by-Ray Approach
- IDSA (Isotropic Diffusion Source Approximation)
- Moment method
- MGFLD (Multi-Group Flux Limited Diffusion) method

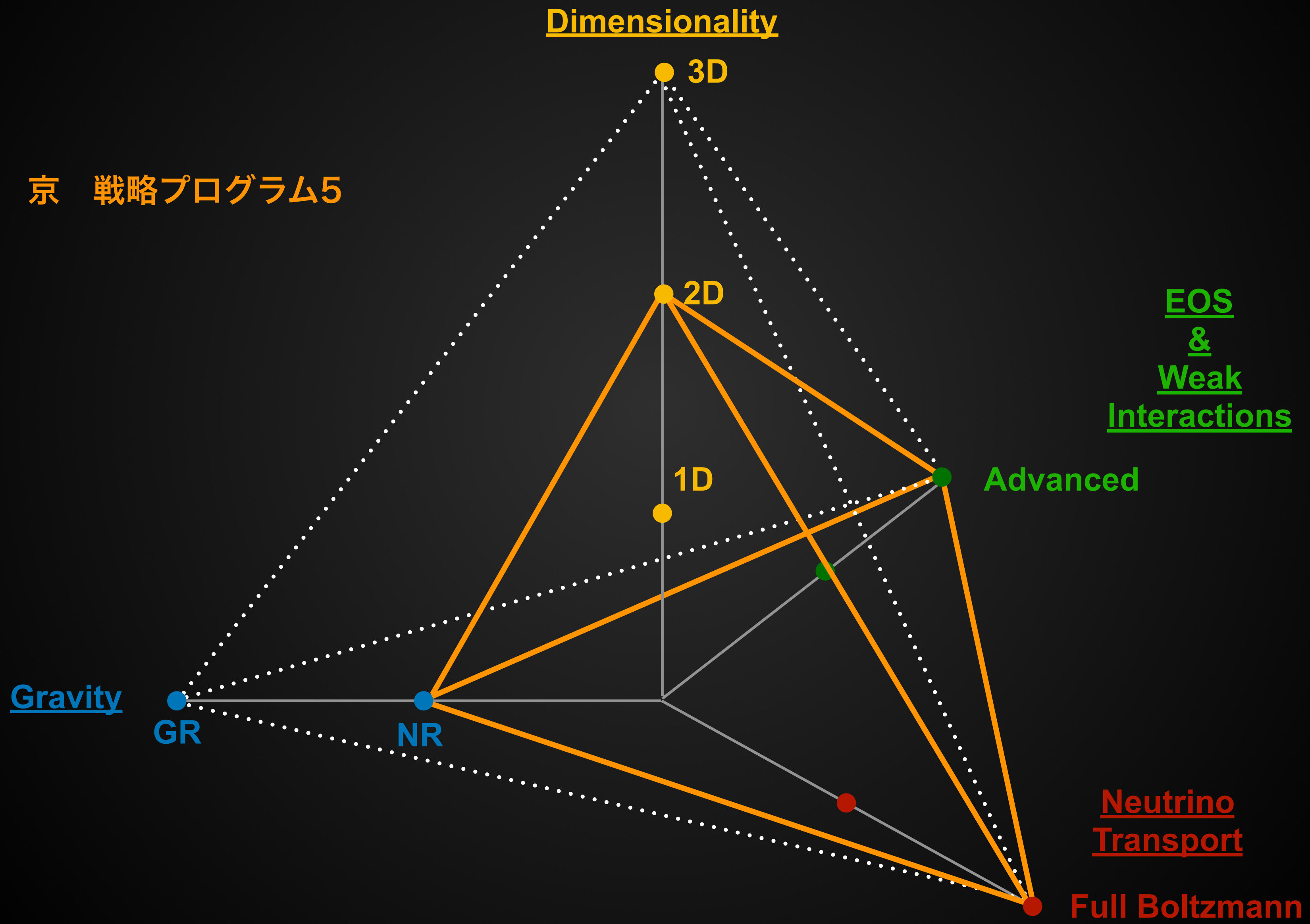




本研究は、近似法の検証、近似法の適用範囲の把握、近似法の改良などを目指し、ボルツマン方程式を直接解く、第一原理計算を行うことを目的としている。

Current Status of Supernovae Simulation

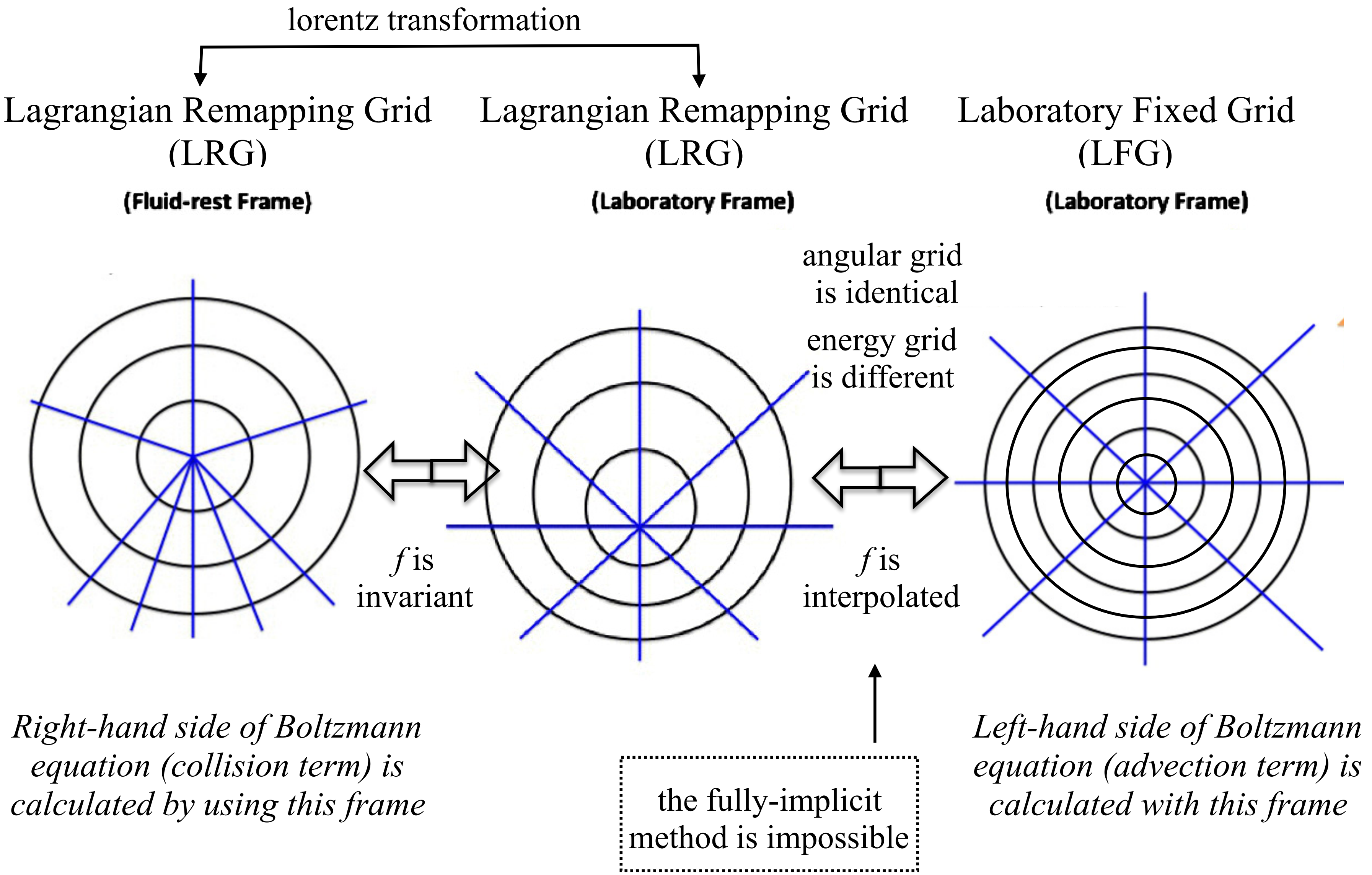
京　戦略プログラム5



京戦略プログラム5では、ニュートリノ輻射流体コードの開発を行った。

1) Two Grids Approach for Momentum Space

(Nagakura et al. 2014)

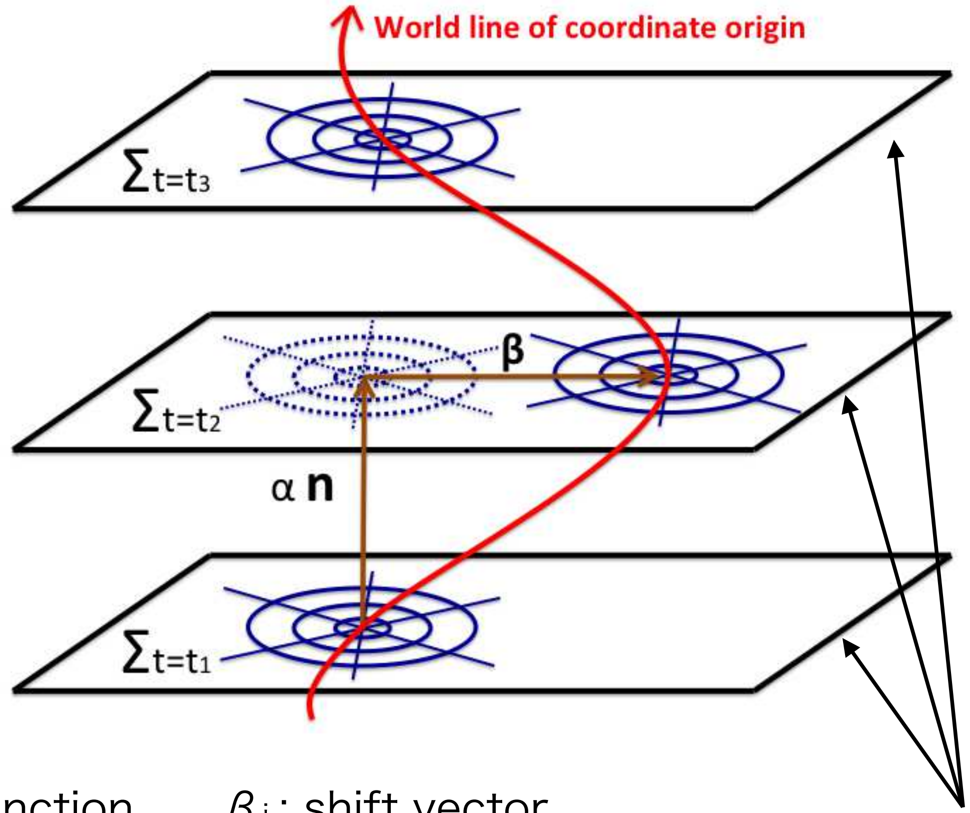


2) Moving Mesh Approach

(Nagakura et al. 2016)

Proto-neutron star moves by non-spherically symmetric distribution of the matter around it.

<u>Boltzmann-Hydro equation in the 3+1 formalism of general relativity (GR)</u>



α: lapse function β_i: shift vector

n: unit vector normal to <u>the spatial hyper-surface with t = constant</u>

3) Furusawa Togashi EOS

(Furusawa et al. 2017)

LS EOS (Lattimer & Swesty)

一様な原子核物質に対し**非相対論的なスキルム型**を適用。
多種の原子核を**単一の原子核**で近似。

反応率を正確に計算できない

Shen EOS (Shen et al.)

一様な原子核物質に対し**相対論的平均場理論**を適用。
多種の原子核を**単一の原子核**で近似。

FS EOS (Furusawa et al.)

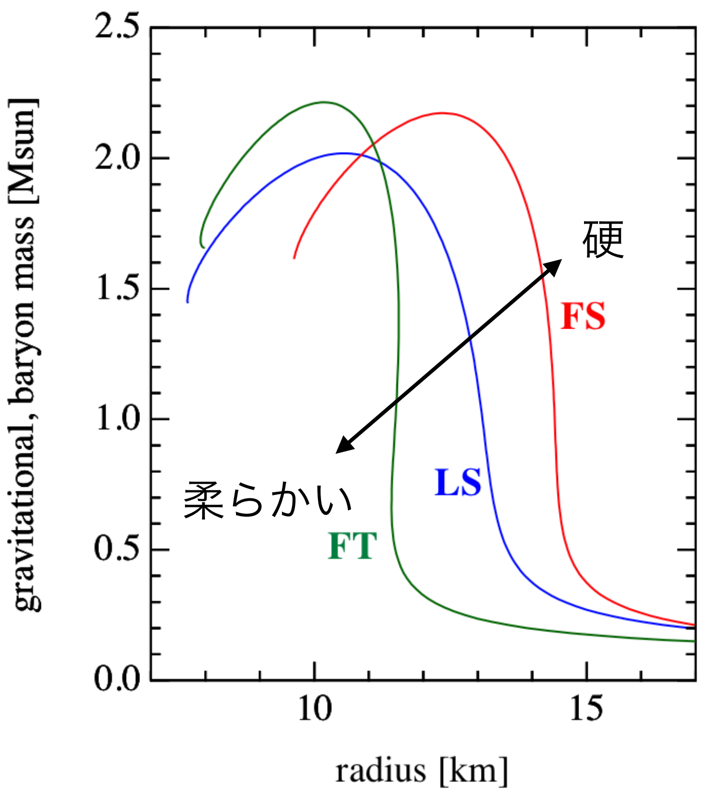
一様な原子核物質に対し**相対論的平均場理論**を適用。
多核種を考慮。

FT EOS (Furusawa-Togashi)

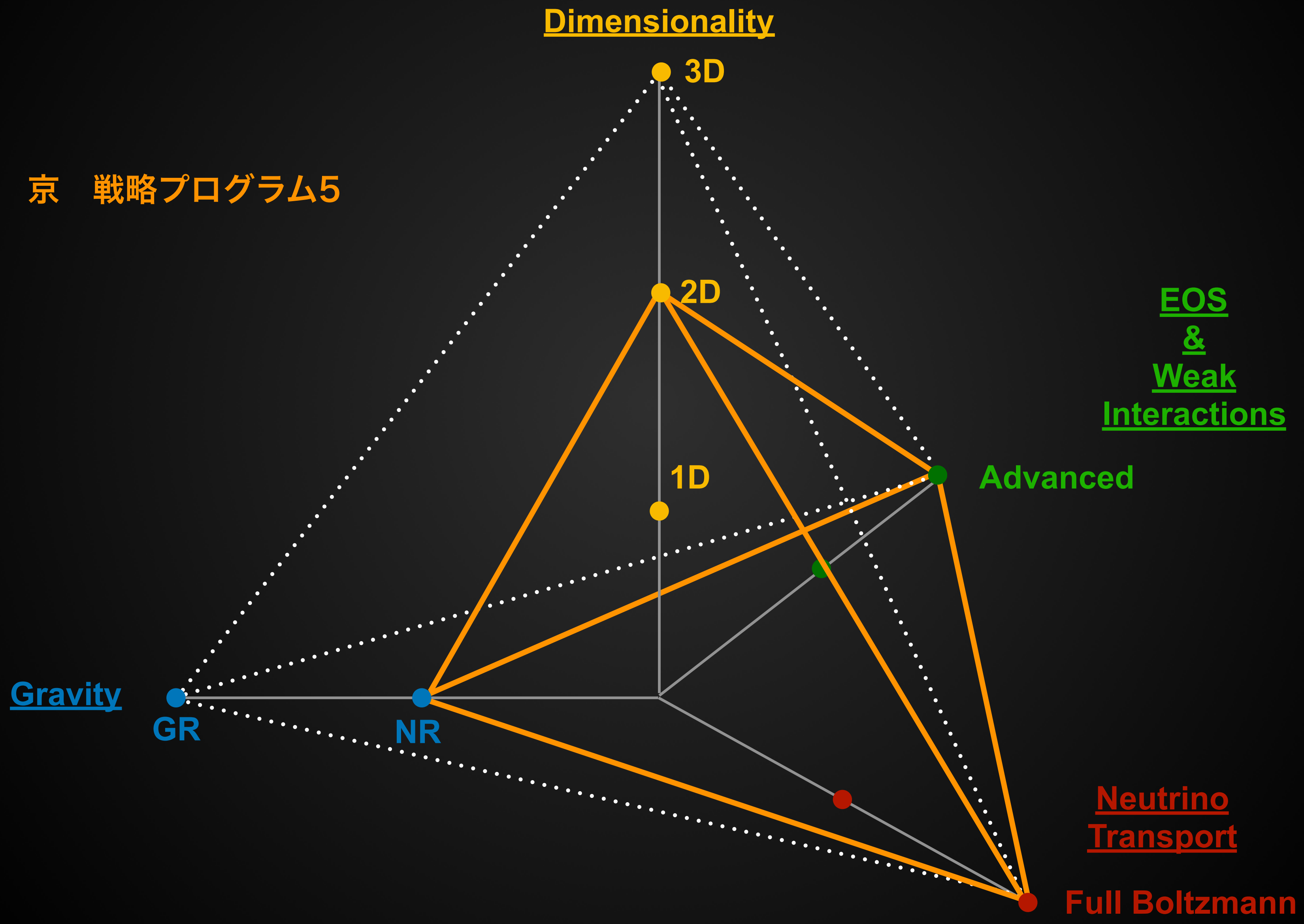
一様な原始核物質に対し**多体理論により計算された現実的な核力**を適用。**多核種**を考慮。

重力波観測、半径の評価、最大質量の全ての制限を満たしている！

中性子星の質量と半径

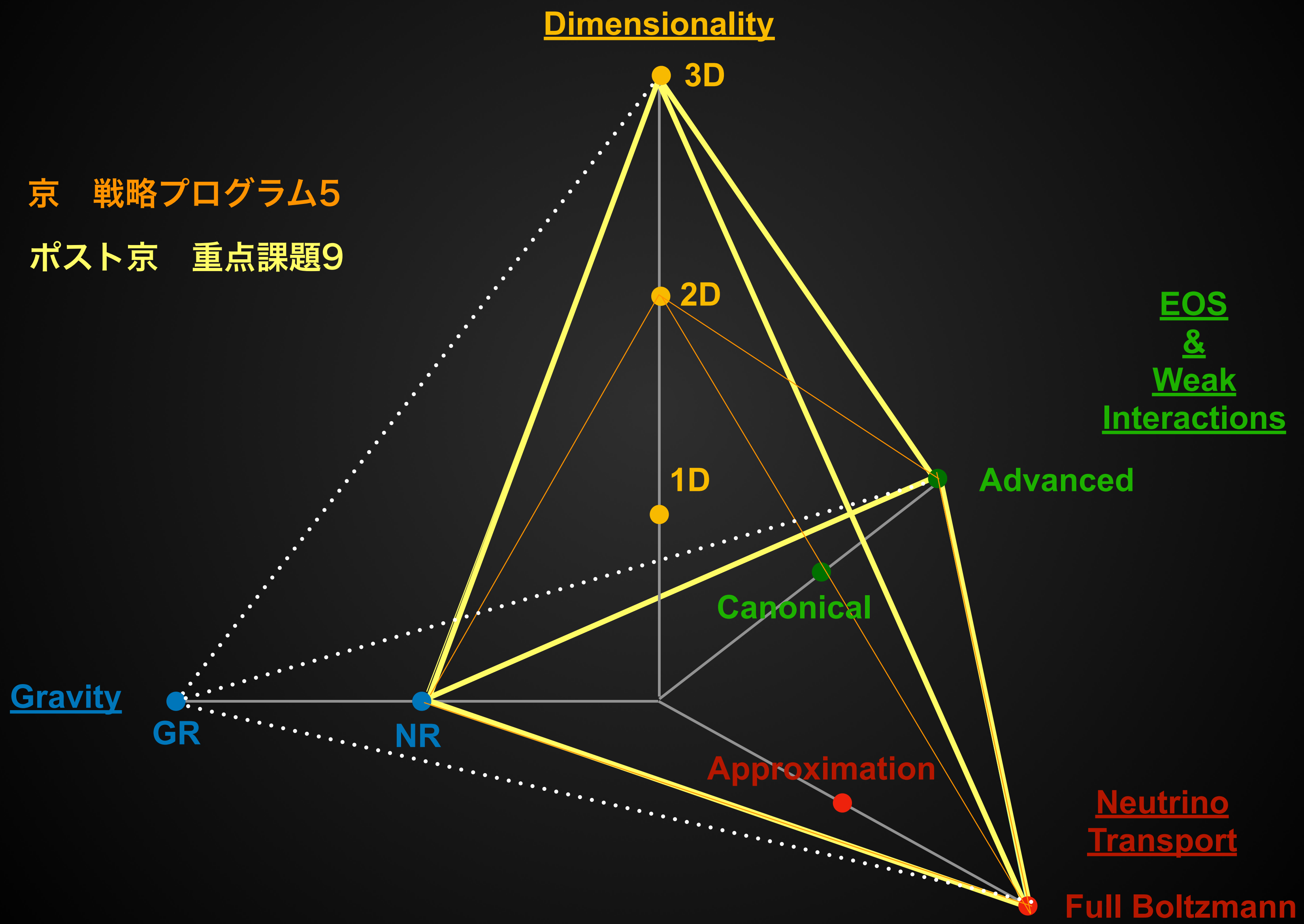


Current Status of Supernovae Simulation



ニュートリノ輻射流体コードの開発・改良は、空間二次元計算を中心に行われてきた。

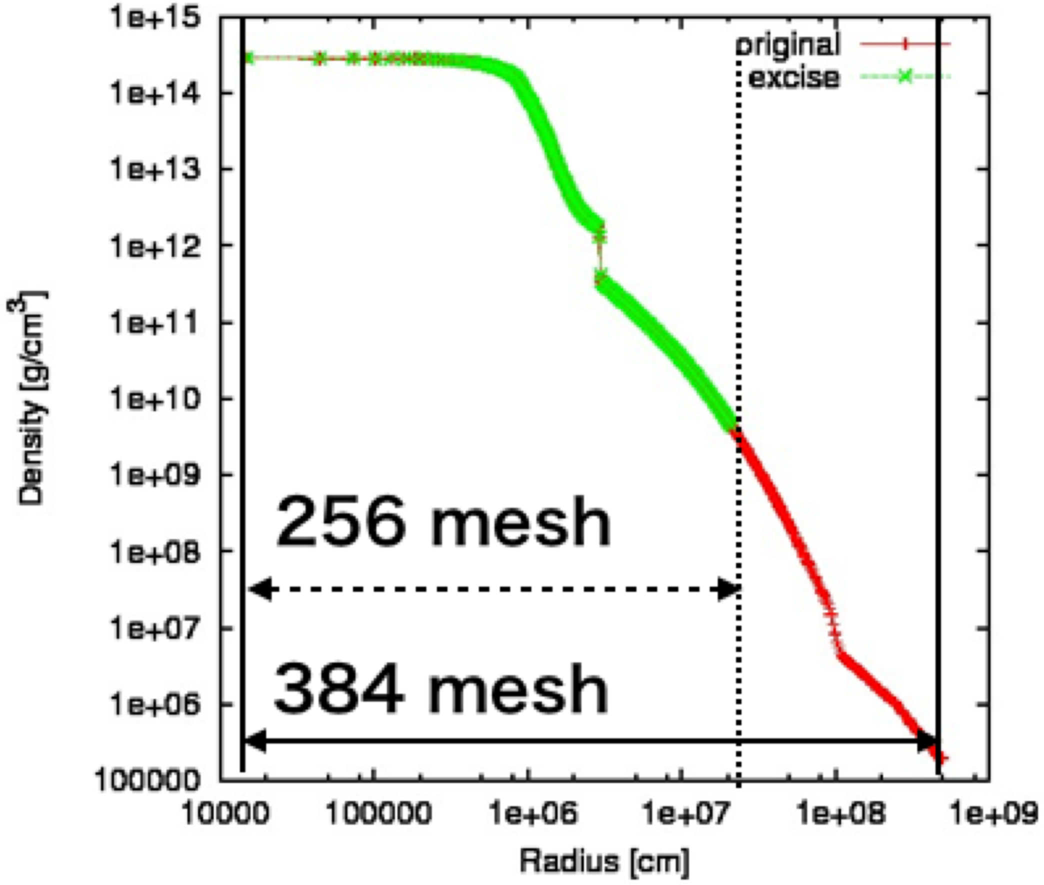
Current Status of Supernovae Simulation



ポスト京の重点課題９では、空間３次元計算を実行し、結果を解析することが目的である。

Numerical Setting for 3D Simulations

Nr × Nθ × Nϕ × Nνe × Nνθ × Nνϕ = 256 × 48 × 96 × 16 × 6 × 6



重力崩壊の始まりから、バウンス、衝撃波発生、衝撃波停滞まで、一通り1D球対称計算を行う。

1D球対称計算結果から、対流不安定条件を満たした時刻のデータを選び、擾乱を与えて3D計算の初期値とする。

1D球対称計算結果から、三次元計算の外部境界上のデータを抽出し、外部境界条件として与える。

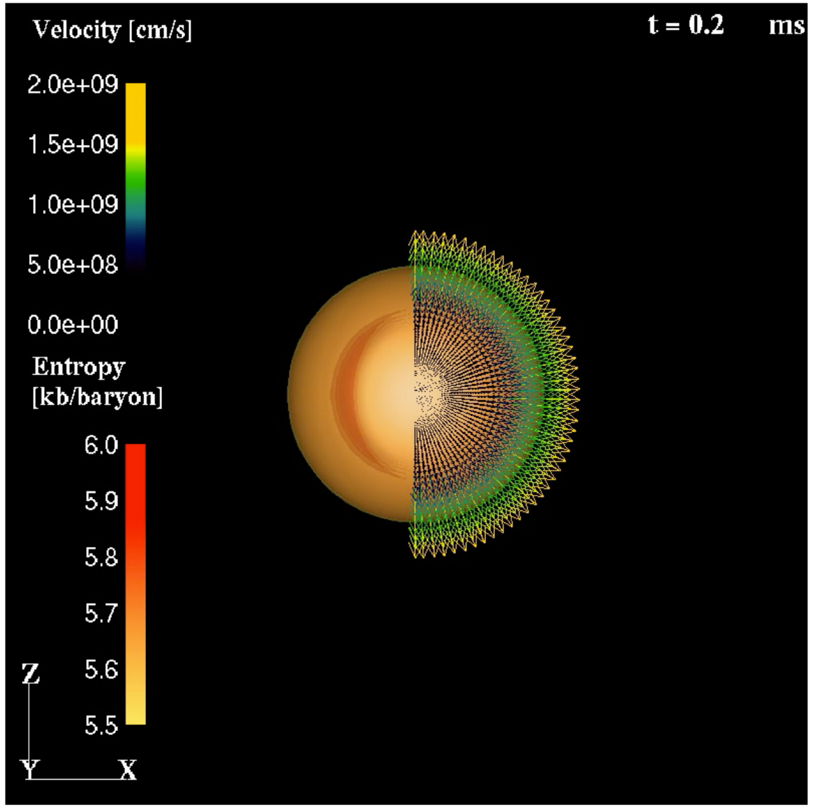
半径8km以内は球対称化して1D計算を行う。それゆえに原点が固定されるため、キックの影響は考慮されない。

京で、3072MPI並列+8openMPスレッド並列で、10msを300万ノード時間消費する計算を実行。現在は23msまで進んだ。

Movies of Entropy Iso-Surfaces and Velocity Vectors

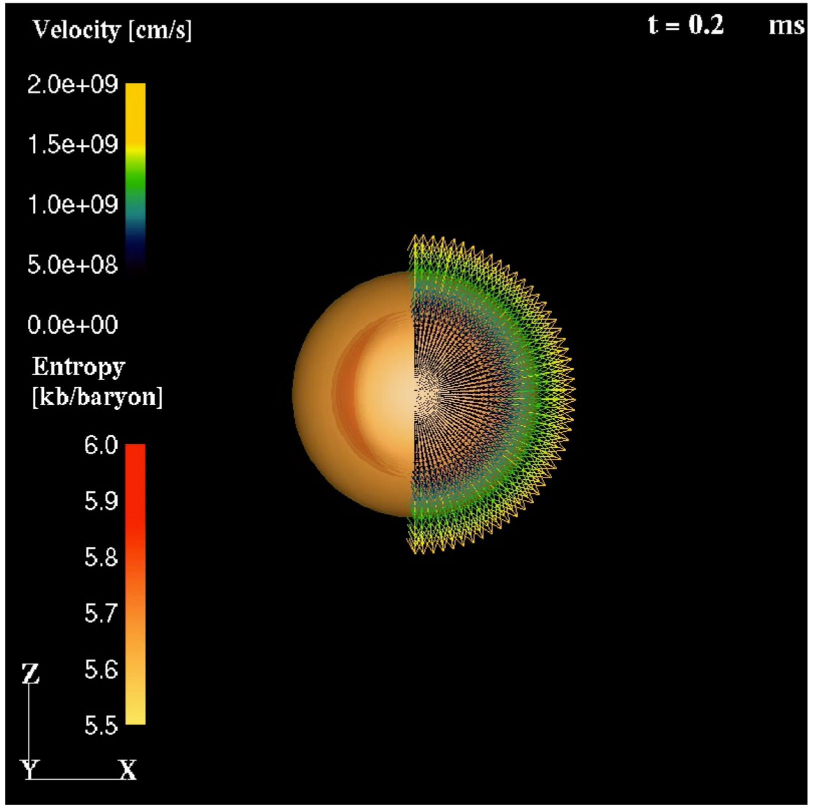
Hydrodynamical physical quantities

1D



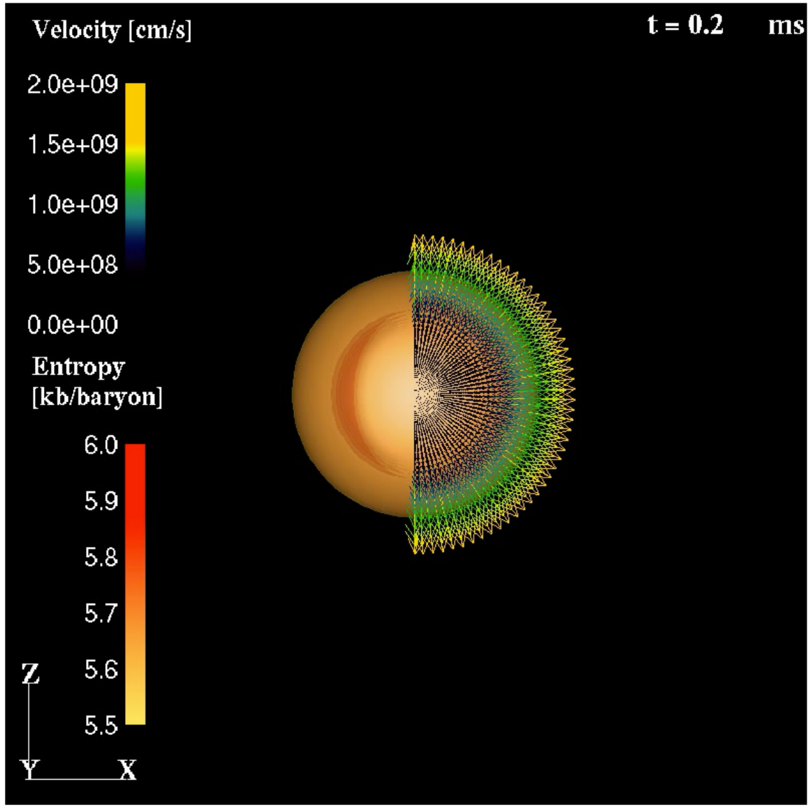
~100km

2D



~100km

3D

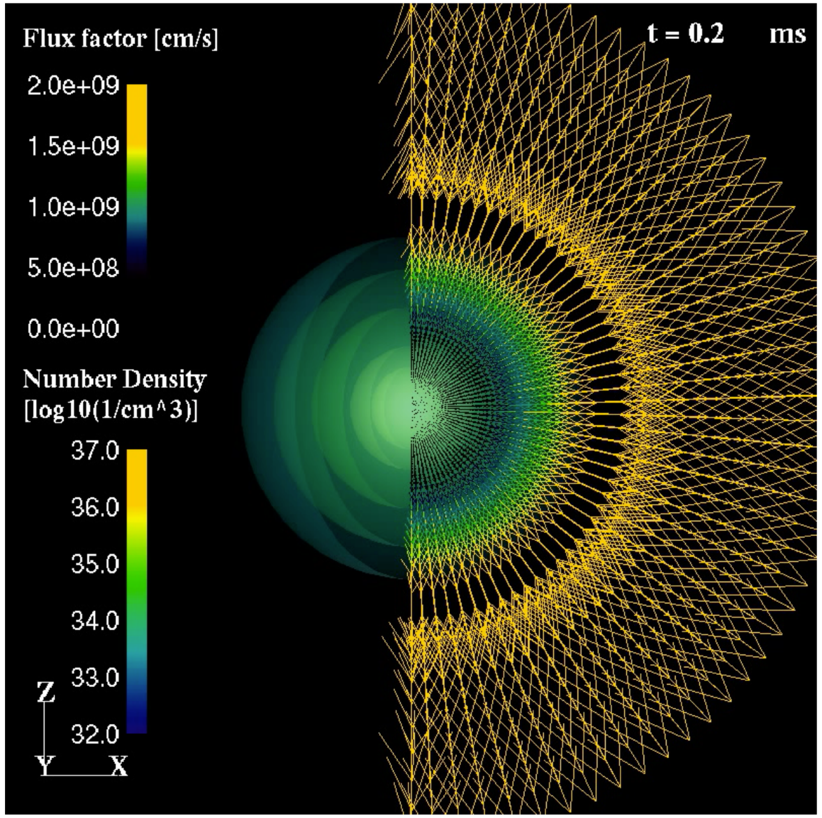


~100km

Movies of Number Density Iso-Surfaces and Neutrino Flux Factor Vectors

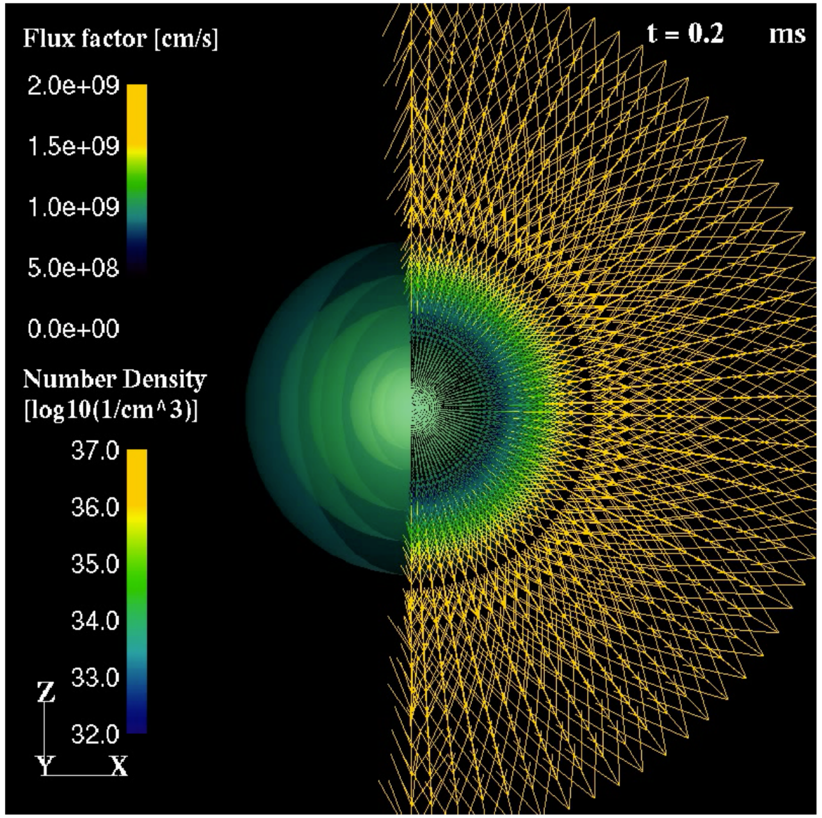
Neutrino physical quantities

1D



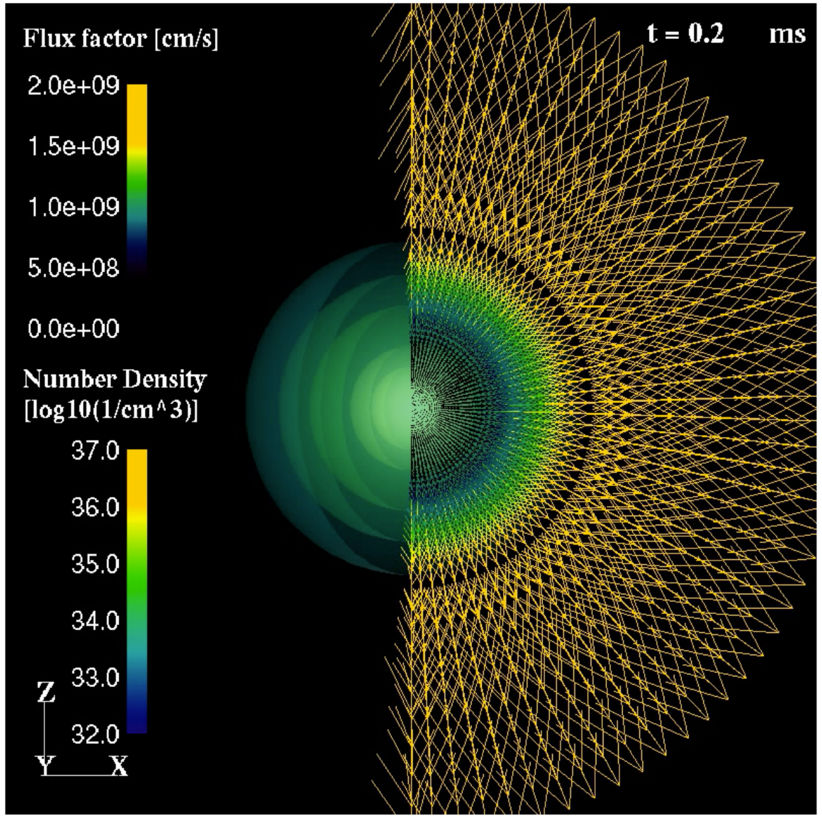
~100km

2D



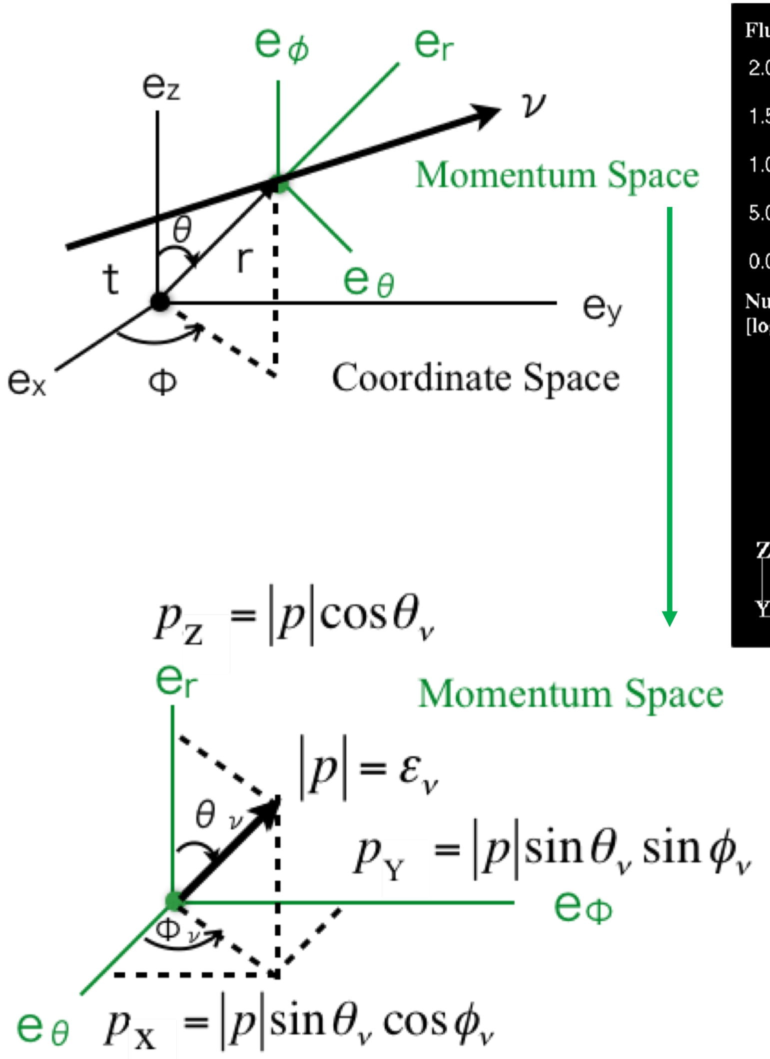
~100km

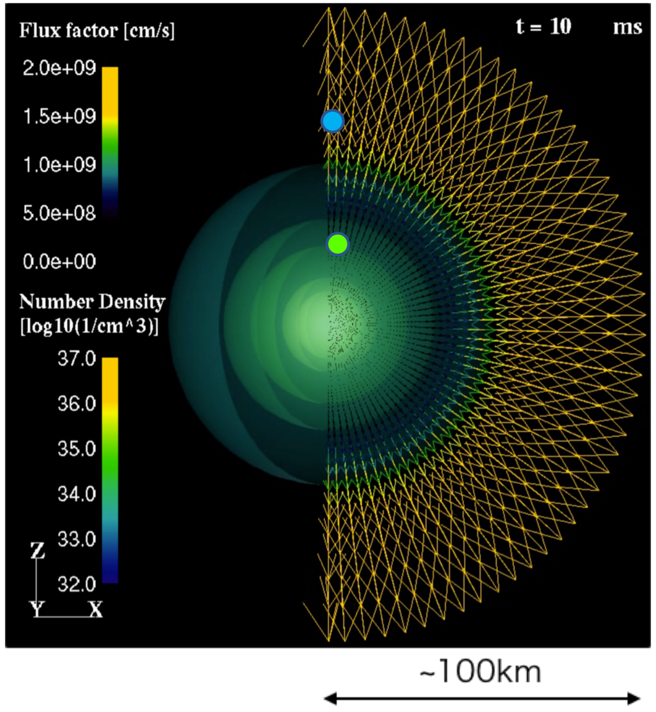
3D



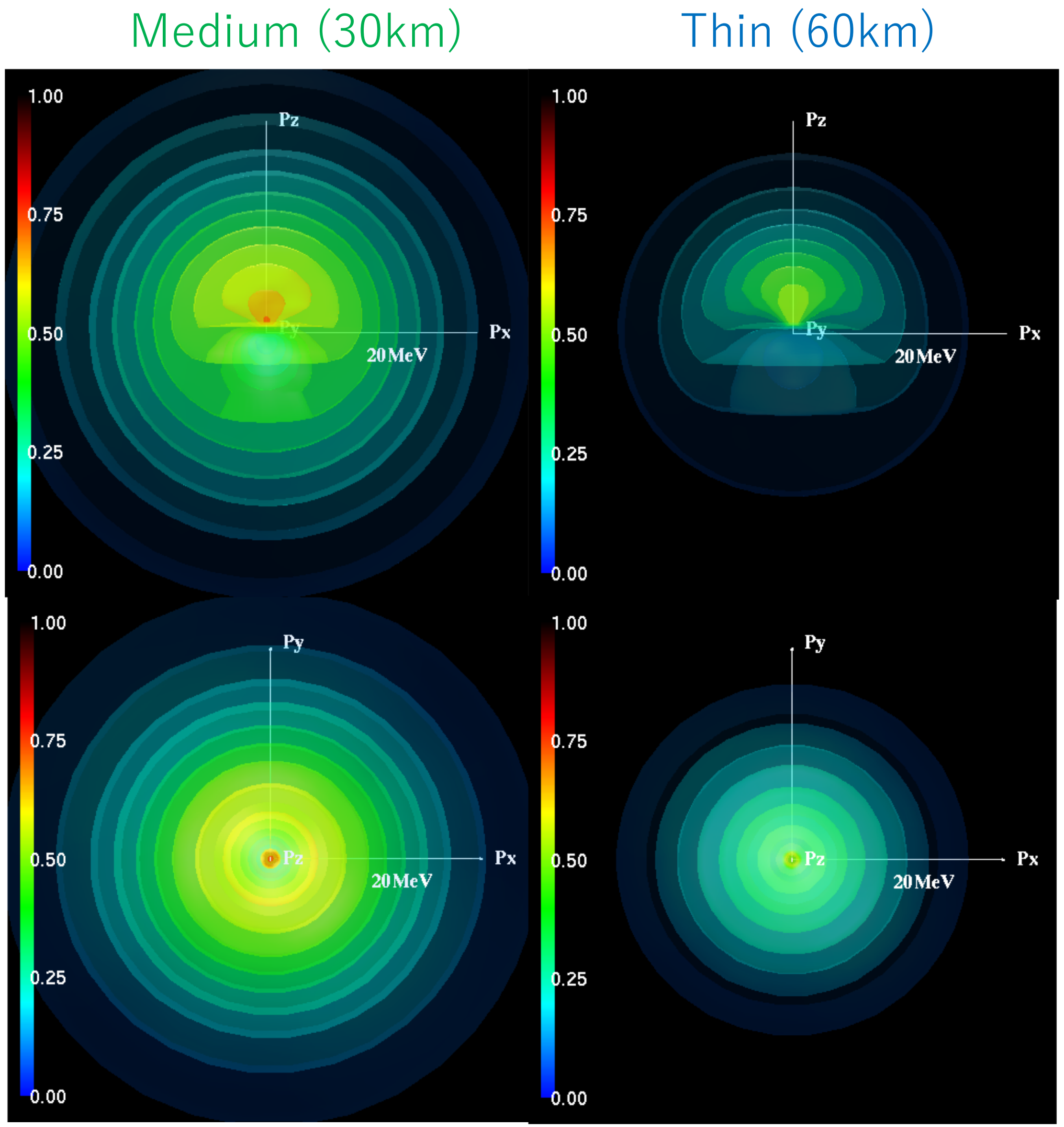
~100km

Neutrino Distribution Function in 1D spherically symmetric space

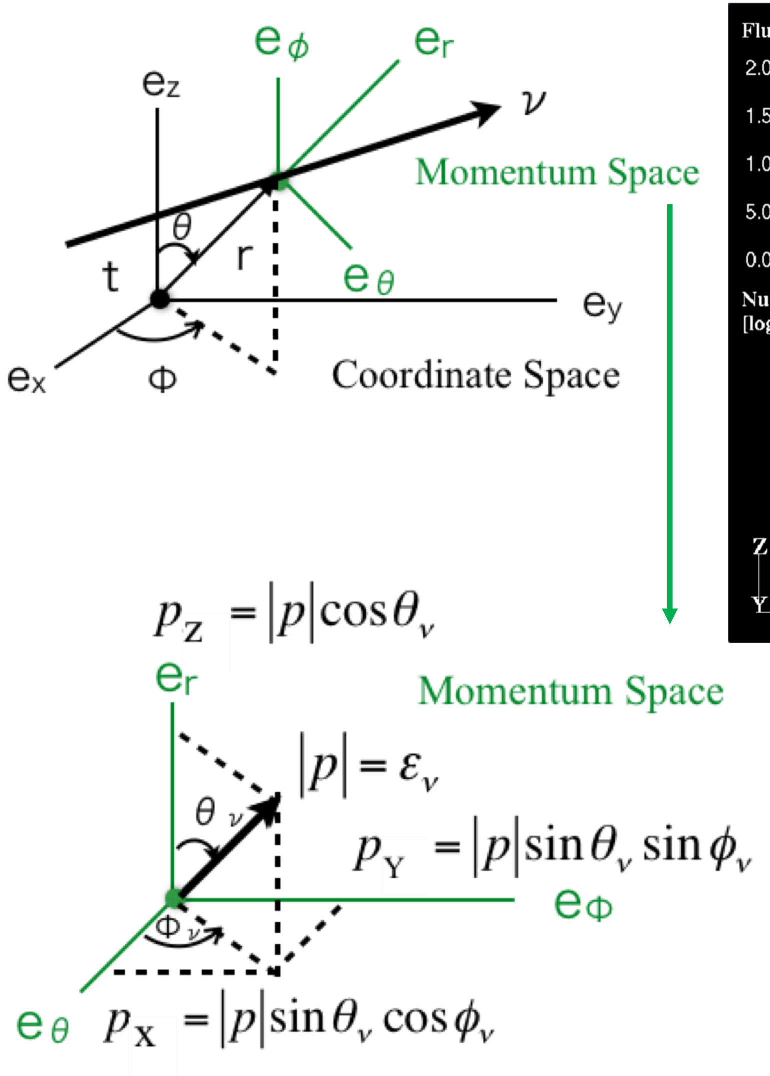


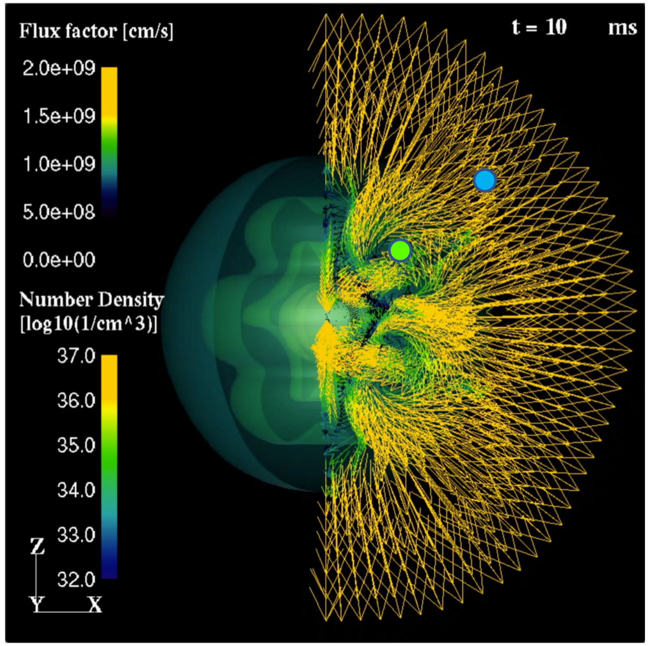


Pz軸対称分布



Neutrino Distribution Function in 2D axisymmetric space



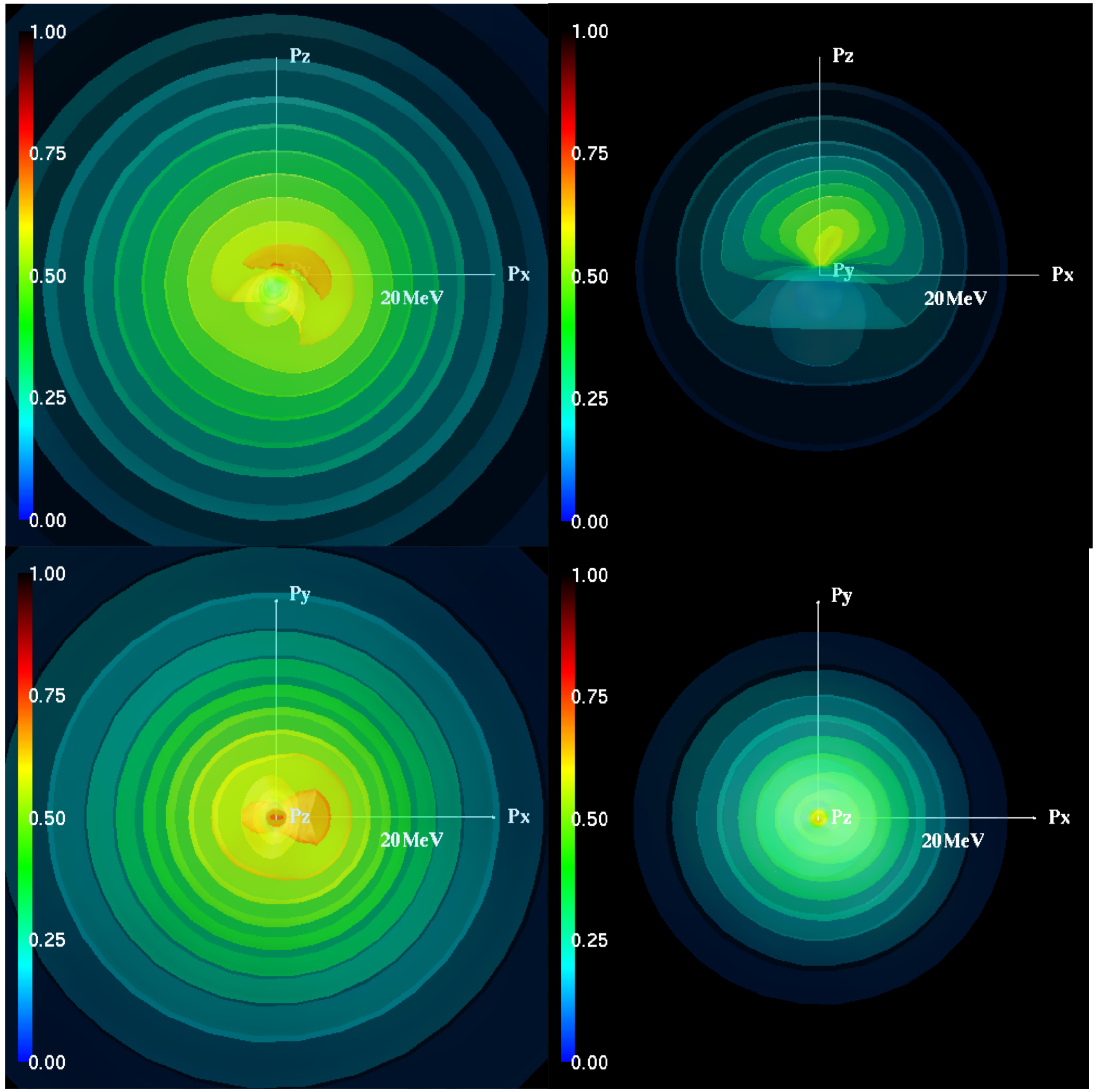


~100km

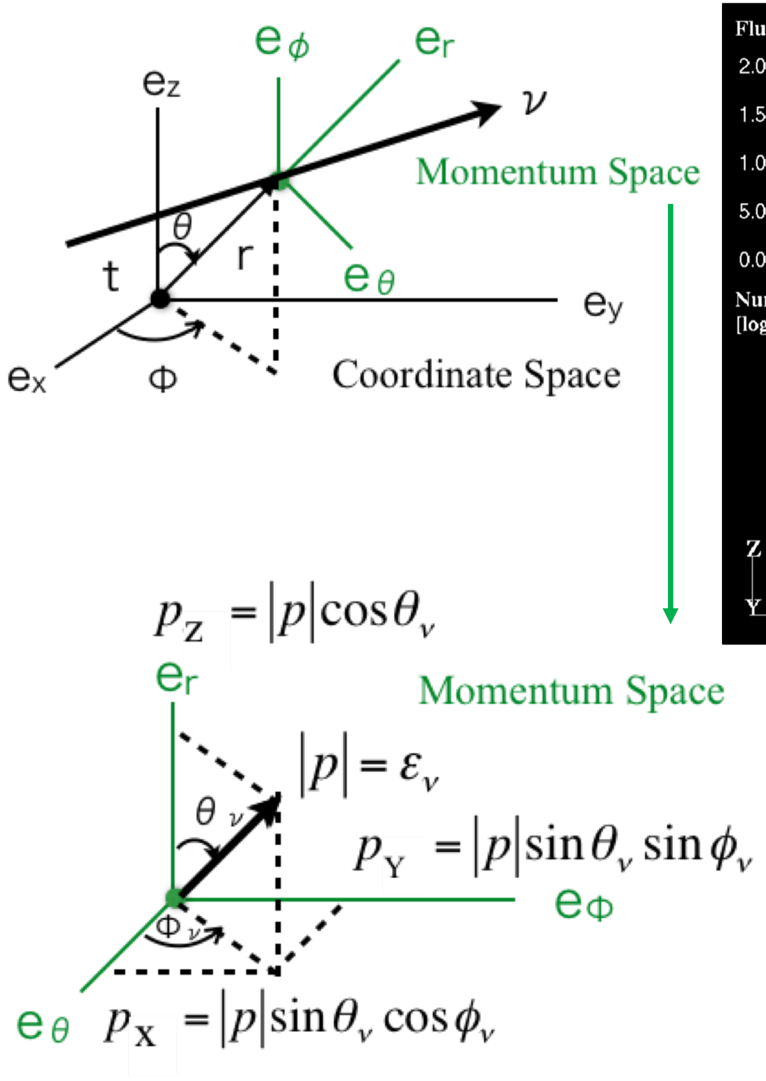
非軸対称分布

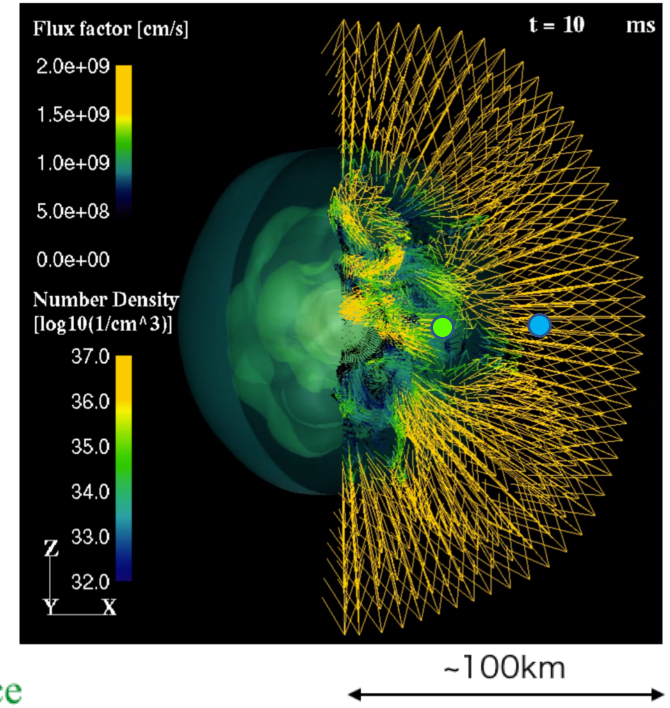
Px-Pz面対称

Medium (30km)　　Thin (60km)



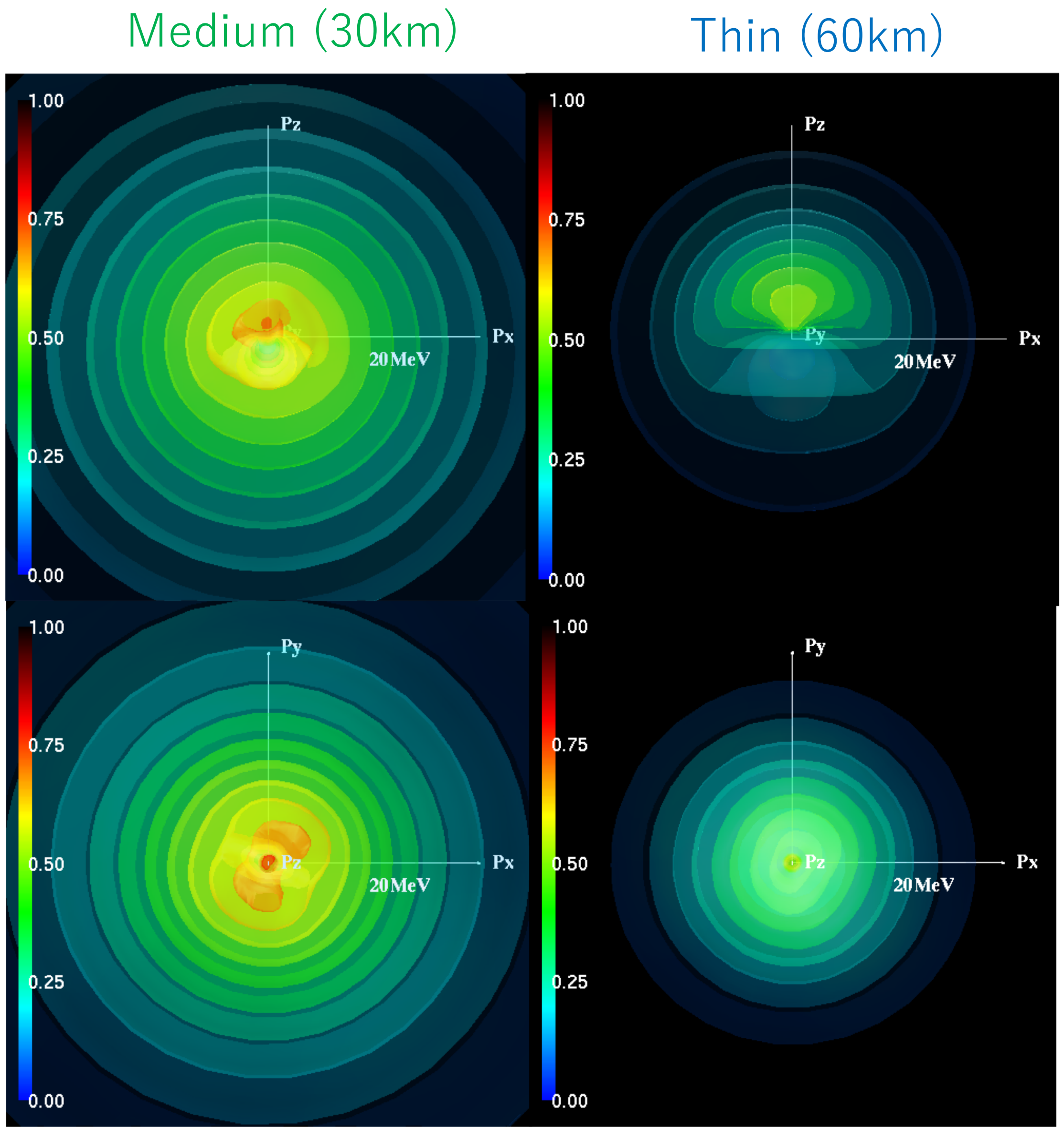
Neutrino Distribution Function in 3D non-axisymmetric space





非軸対称分布

非面対称



Comparison of Eddington-Tensor between M1 method and Boltzmann

Definition

Eddington tensor: $k^{ij} = \frac{P_\nu^{ij}}{E_\nu}$ Radiation pressure tensor: P_ν^{ij} Radiation energy: E_ν

M1 method

$$P_{(\nu)}^{ij} = \frac{3\chi - 1}{2}(P_{(\nu)}^{ij})_{\rm thin} + \frac{3(1-\chi)}{2}(P_{(\nu)}^{ij})_{\rm thick}$$

$$\underset{\text{thin}}{P_{(\nu)}^{\alpha\beta}} = E_{(\nu)}\frac{F_{(\nu)}^{\alpha}F_{(\nu)}^{\beta}}{\gamma_{ij}F_{(\nu)}^{i}F_{(\nu)}^{j}}$$

$$\underset{\text{thick}}{P_{(\nu)}^{ij}} = J_{(\nu)}\left[\frac{\gamma^{ij} + 4V^iV^j}{3}\right] + H_{(\nu)}^{i}V^j + H_{(\nu)}^{j}V^i$$

Boltzmann

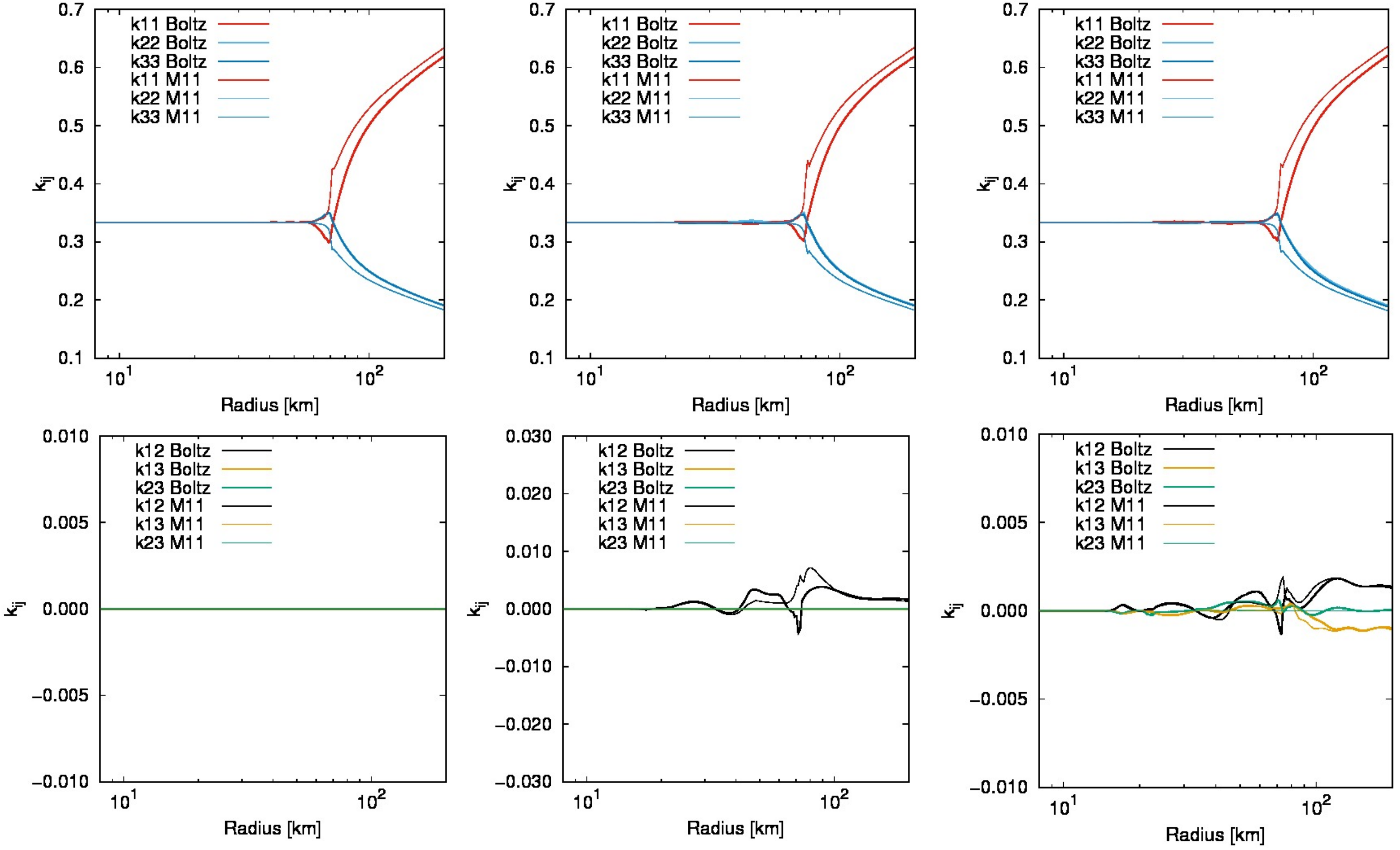
$$P_\nu^{ij} = \int \frac{d\varepsilon\,\varepsilon^2}{(2\pi)^3}\int d\Omega\varepsilon n_i n_j f(\varepsilon,\Omega)$$

$$\chi = \frac{3+4\bar{F}^2}{5+2\sqrt{4-3\bar{F}^2}}. \quad \bar{F} := \left(\frac{\gamma_{ij}F_{(\nu)}^{i}F_{(\nu)}^{j}}{E_{(\nu)}^2}\right)^{1/2}$$

Comparison of Eddington-Tensor between M1 method and Boltzmann

Average Energy @ Fluid Rest-Flame $\langle \varepsilon \rangle = \frac{E_\nu}{n_\nu},$

1D 2D 3D



対角成分

次元によらず
同様の傾向

衝撃波近辺から
M1とBoltzmannの結果
にズレが見られる

非対角成分

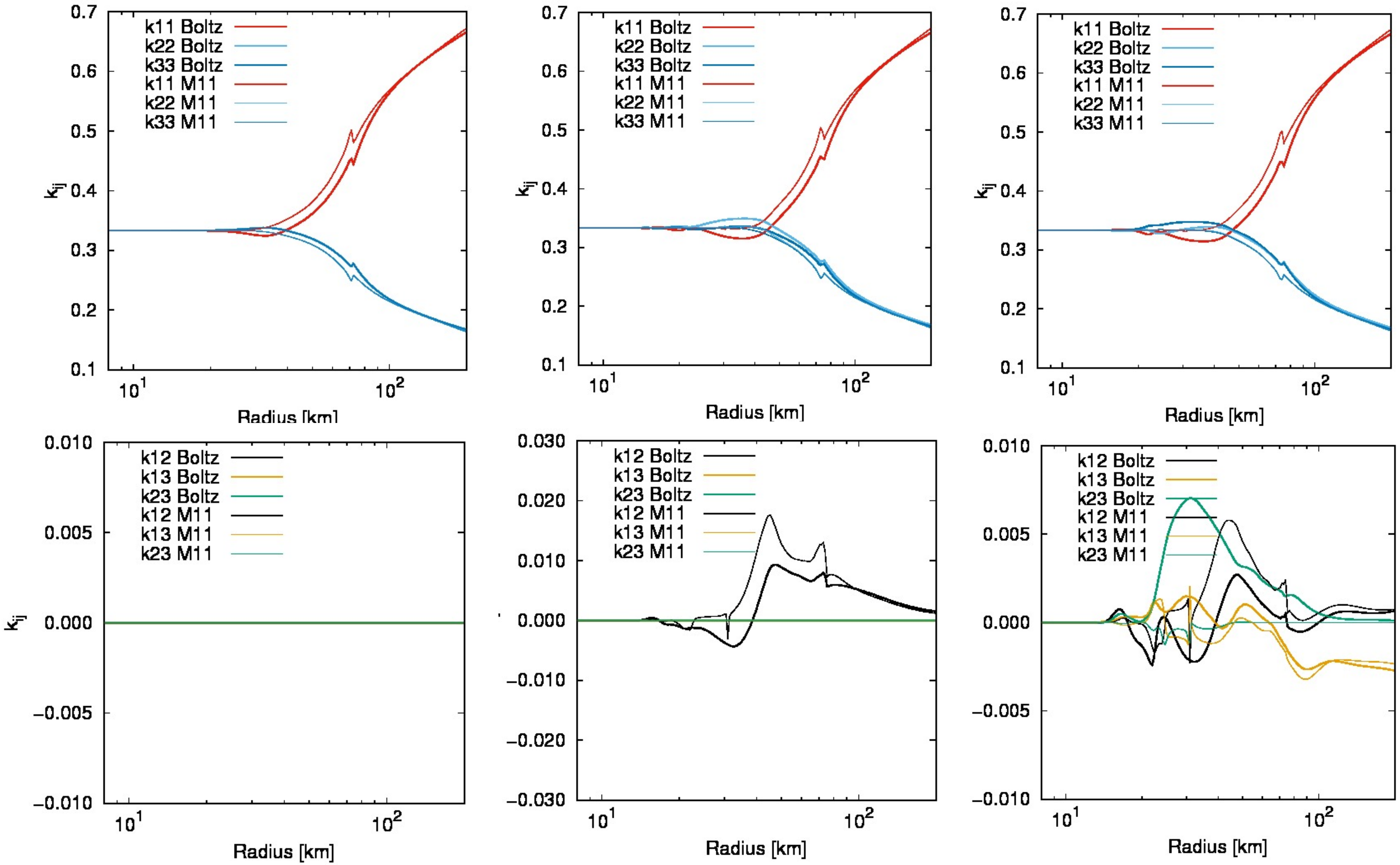
1D ゼロ
2D k12成分のみ
3D 全成分

2Dのk12成分は
3Dの各成分の数倍
大きい傾向がある?

Comparison of Eddington-Tensor between M1 method and Boltzmann

Energy @ Fluid Rest-Flame 3.3MeV

1D　　2D　　3D



<u>対角成分</u>

1Dよりも2Dと3Dの方がより内部の領域からM1とBoltzmannの結果にズレが見られる

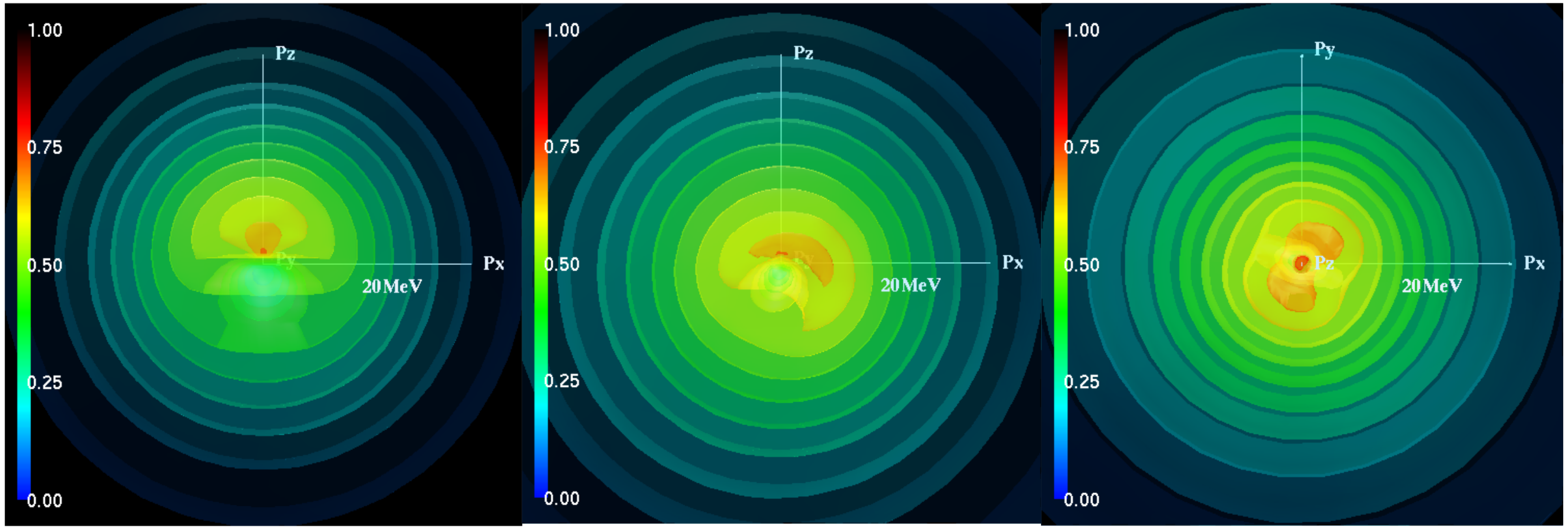
<u>非対角成分</u>

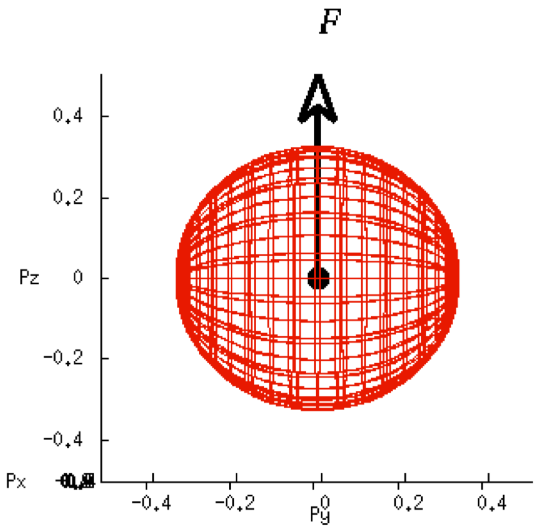
3Dのk23成分についてBoltzmannよりもM1の方が小さい値になる傾向がある?

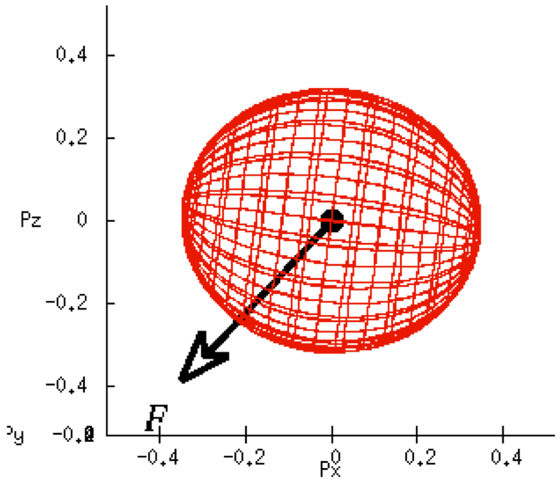
Eigen Values and Vectors of Eddington-Tensor for M1 method and Boltzmann

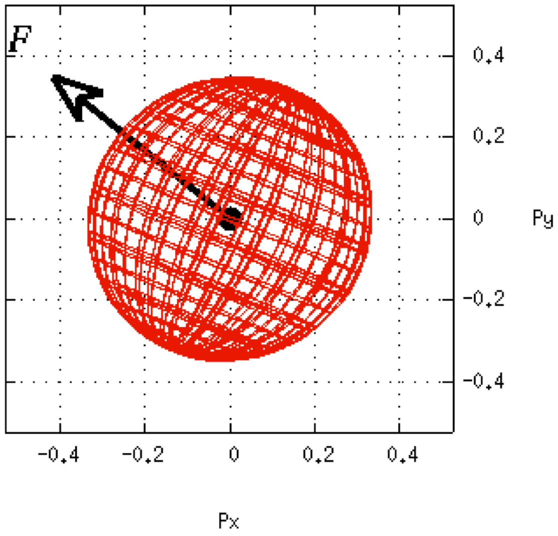
Medium (30km)　　Energy @ Fluid Rest-Flame 3.3MeV

1D　　2D　　3D









1) Jacobi法でエディントンテンソルの固有値と固有ベクトルを求める

2) 固有ベクトルを長軸・中軸・短軸の方向とし、固有値をそれぞれの係数とした楕円体で可視化

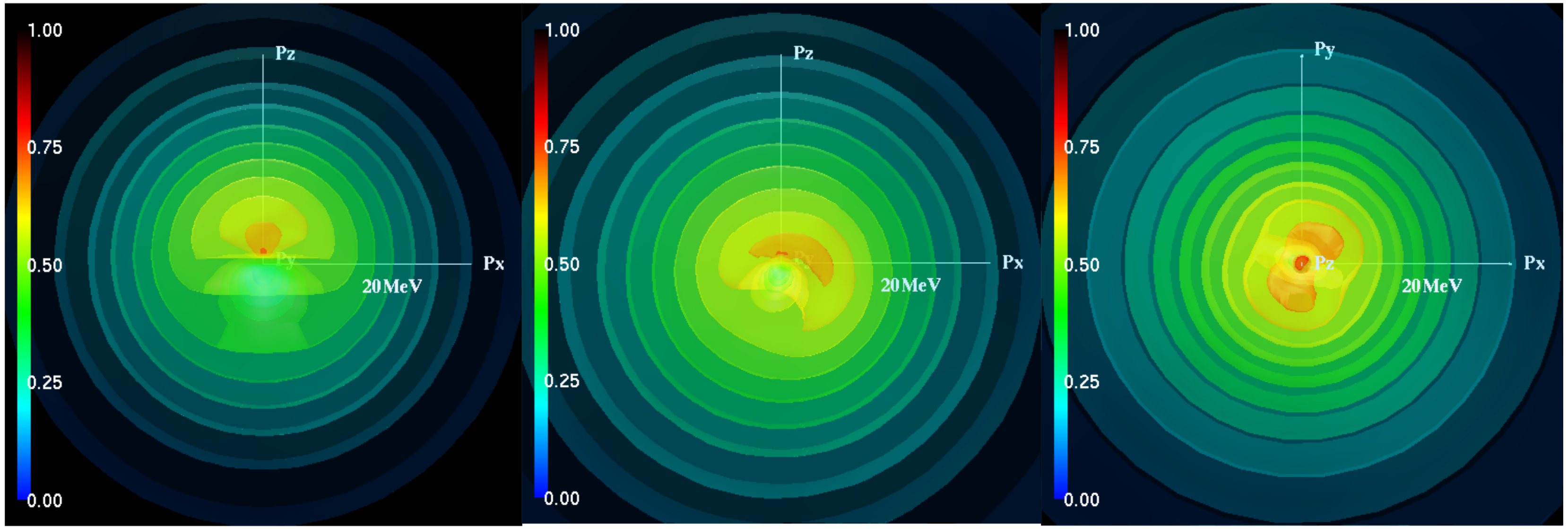
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \cos u \cos v \\ \lambda_2 \cos u \sin v \\ \lambda_3 \sin u \end{pmatrix}$$

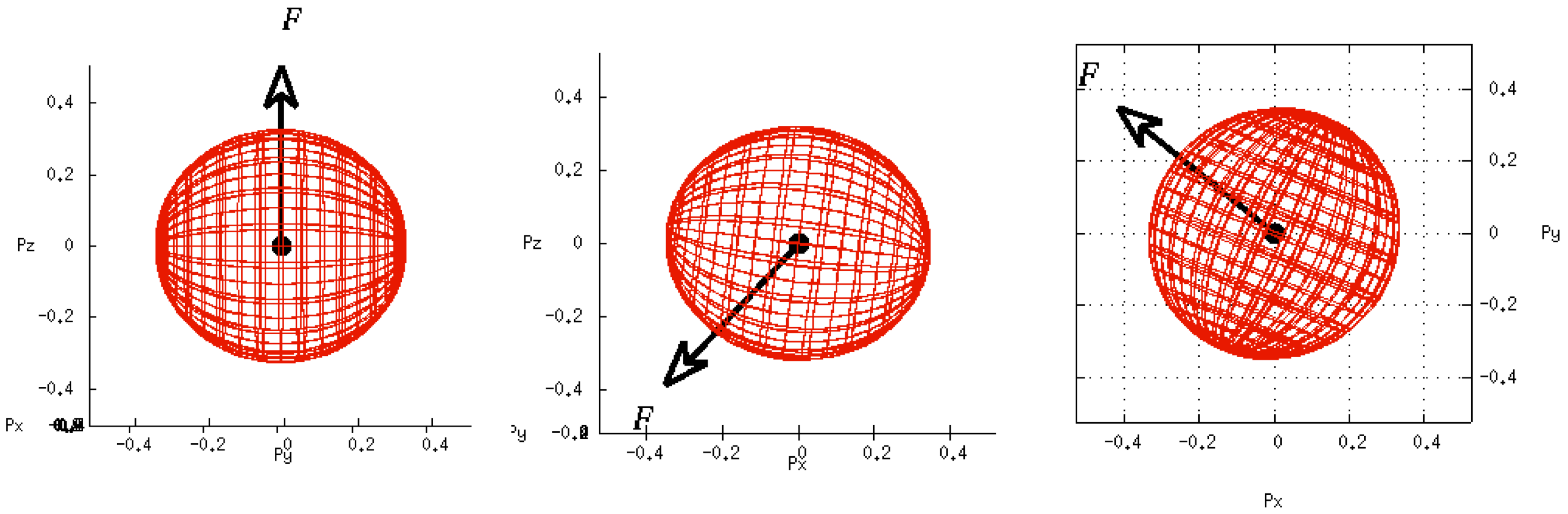
3) エディントンテンソルの性質を定量化。長軸の方向とFluxの方向のズレなどを評価

Eigen Values and Vectors of Eddington-Tensor for M1 method and Boltzmann

Medium (30km)　Energy @ Fluid Rest-Flame 3.3MeV

1D　2D　3D





光学的に厚い領域

ほぼ球体になる。
フラックスはPz方向。

光学的に薄い領域

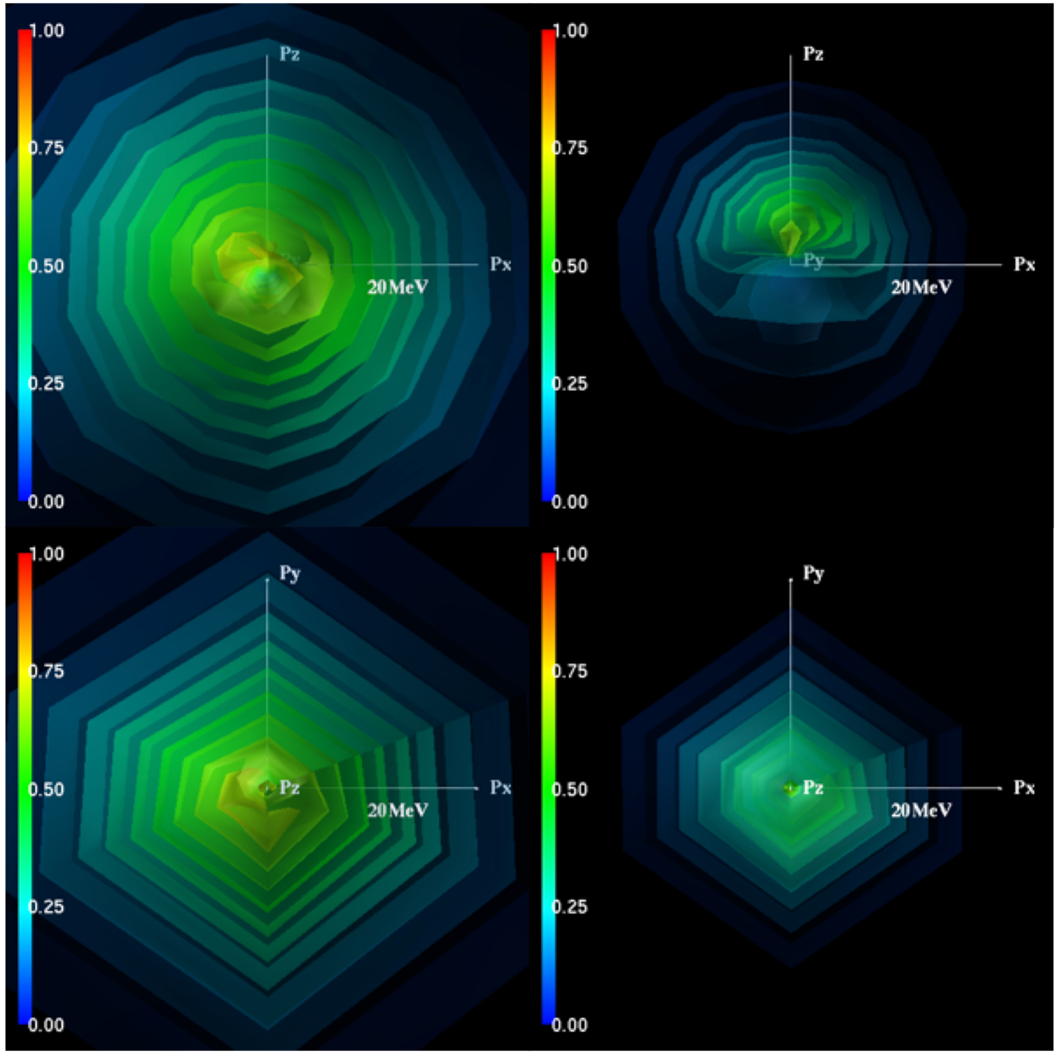
Pz方向に長軸を持つ、細長い楕円体になる。
長軸とフラックスは平行になる。

中間の領域

長軸が様々な方向を向いた楕円体になる。
フラックスの方向は長軸の方向とは限らない。

Reconstruction of f in the momentum space

Medium (30km) Thin (60km)



$$f(\theta,\phi,t)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} c_l^m(t)\,Y_l^m(\theta,\phi)\quad \text{at each } \varepsilon\ (\theta,\varphi)$$

$$Y_k^m(\theta,\phi)=(-1)^{(m+|m|)/2}\sqrt{\frac{2k+1}{4\pi}\frac{(k-|m|)!}{(k+|m|)!}}\,P_k^{|m|}(\cos\theta)\,e^{im\phi}.$$

$$c_l^m(t)=\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}d\theta\ \sin\theta\ f(\theta,\phi,t)\,Y_l^{m*}(\theta,\phi)$$

complex conjugate *

$$\Downarrow$$

$$(\theta,\phi)\rightarrow(\theta_{fine},\phi_{fine})$$

$$\Downarrow$$

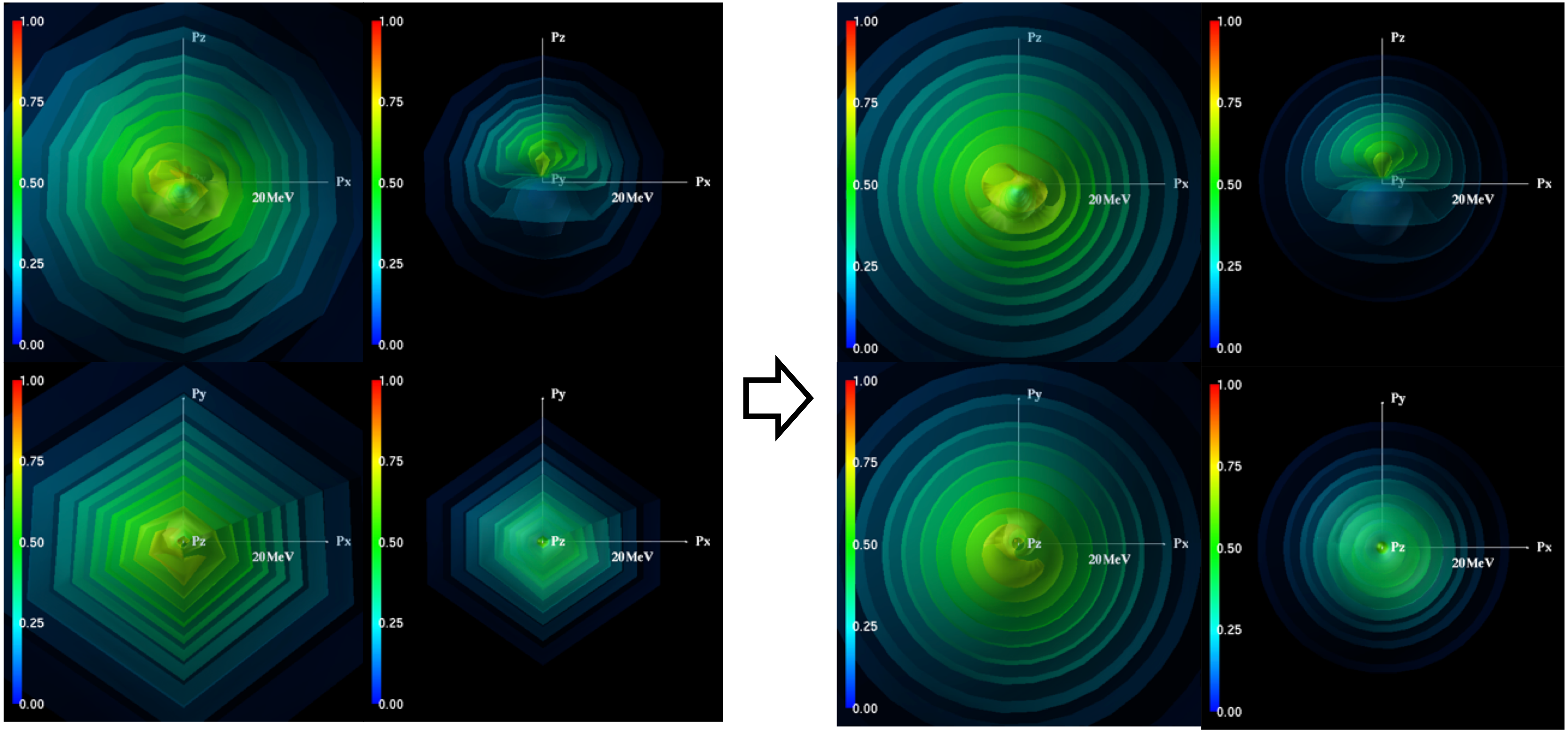
$$f(\theta_{fine},\phi_{fine},t)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} c_l^m(t)\,Y_l^m(\theta_{fine},\phi_{fine})\quad \text{at each } \varepsilon(\theta_{fine},\phi_{fine})$$

have to be truncated because of finite discretized mesh

Reconstruction of f in the momentum space

$N\nu_e \times N\nu_\theta \times N\nu_\phi = 16 \times 6 \times 6 \rightarrow 16 \times 24 \times 48$ $\quad l \leqq 3,\ |m| \leqq 1$

Medium (30km) Thin (60km) Medium (30km) Thin (60km)



High Resolution Simulations for the Momentum Space

現在の解像度では $l \leqq 3, |m| \leqq 1$ のモードまでしか正しく捉えることができない。

運動量空間の解像度チェック計算をする必要がある

オリジナル	$N\nu_e \times N\nu_\theta \times N\nu_\phi = 16 \times 6 \times 6$	3072MPI+8thread	効率10%程度
高解像度モデル1	$N\nu_e \times N\nu_\theta \times N\nu_\phi = 16 \times 6 \times 12$	4096MPI+8thread	効率10%程度
高解像度モデル2	$N\nu_e \times N\nu_\theta \times N\nu_\phi = 16 \times 12 \times 6$	4096MPI+8thread	効率10%程度

バウンス後9.5msのデータを元に初期条件を作成。

10ms付近まで計算したい。

現在、京で実行中であり、FX100でも計算準備中（4096MPI+10thread, 1536 node）。

まとめ

1) 空間三次元のボルツマンニュートリノ輻射流体計算をバウンス後23msまで実行した。

2) 球面調和関数を利用した補完を行い、運動量空間におけるfの可視化を行った。

3) 運動量空間分布が、1Dの場合は軸対称、2Dの場合は面対称、3Dの場合は非対称になっていることを確認した。

4) 3DデータでM1closure近似法で使われるエディントンテンソルとボルツマン計算から得られるエディントンテンソルを比較できるようなサブルーチンを解析コードに追加。

5) Jacobi法を使って固有値・固有ベクトルを求める解析ルーチンを追加した。

今後の予定

運動量空間における高解像度モデルの計算を、京とFX100で実行する予定。

通常モデルの計算についても、高解像度モデルの計算の進捗状況を見ながら、適宜進めていく。

京からのデータの退避も進める。

20msまでのデータで論文を書く。