

宇宙大規模構造形成における ニュートリノの力学的影響

筑波大学 計算科学研究センター

田中 賢

共同研究者

吉川耕司 (筑波大学),

吉田直紀 (Kavli IPMU, 東京大学),

斎藤俊 (Max Planck Institute)

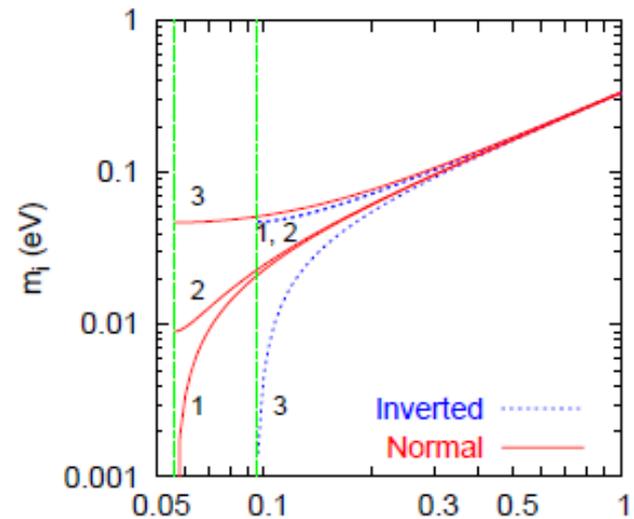
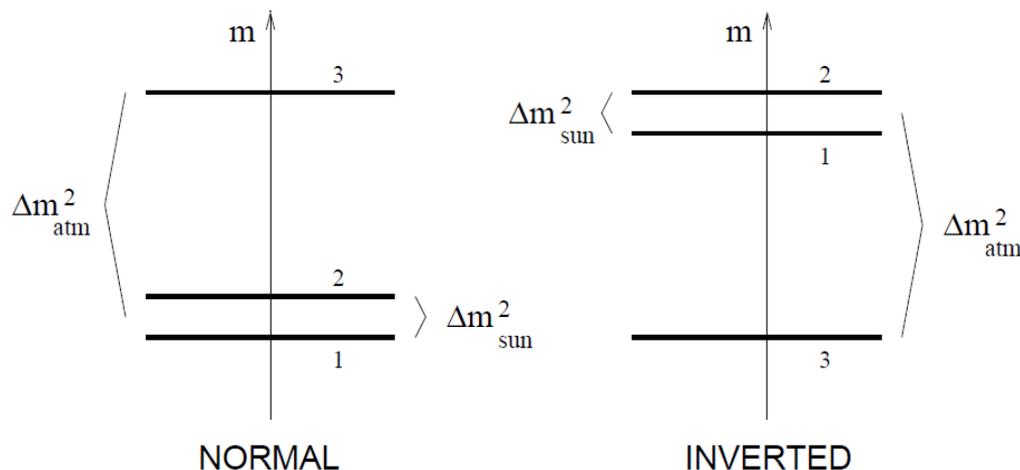
Neutrino Mass

- ◆ニュートリノは宇宙を構成するレプトンの一つ
- ◆ニュートリノ振動の発見により質量は微小ながらも0ではない
- ◆ニュートリノ振動からは3世代あるニュートリノの質量二乗差しかわからない
- ◆質量の絶対値, 質量階層構造(Normal, Inverted)は未だにわかっていない

$$0.05\text{eV} < \sum_{i=1}^3 m_i < 0.23\text{eV}$$

(ニュートリノ振動による制限)

(宇宙論的観測による制限Planck2015,
Planck+WP+BAO+lensing)



Cosmological Relic Neutrino

- ▶ 宇宙背景ニュートリノ数密度

$$n_\nu = \frac{3}{11} n_\gamma = 113 \text{ cm}^{-3} \quad n_\gamma : \text{光子数密度}$$

- ▶ ニュートリノに質量がないなら現在まで光子と同様に放射成分として寄与
- ▶ 質量があるのである時期に非相対論的になる

$$1 + z_{\text{nr},i} = 378 \left(\frac{m_{\nu_i}}{0.2\text{eV}} \right)$$

(Shoji and Komatsu , 2010)

- 個々の質量は非常に小さいが数が膨大なため重力相互作用により宇宙大規模構造形成に影響を与える
- 非常に小さい質量による大きな速度分散が Cold Dark Matter (CDM) のみの大規模構造形成とは異なる振る舞いをする

Neutrino Free-Streaming

Lesgourgues & Paster 2006

- ニュートリノの質量は非常に小さいため
銀河や銀河団の脱出速度に比べ大きな速度分散をもつ
- 大きな速度分散によりその場に物質が留まることができない
→ **小スケールの構造形成を抑制**
- **大スケールではCDMと一緒に重力不安定性で成長**

- ニュートリノの速度分散

$$\sigma = 150(1+z) \left(\frac{1\text{eV}}{m_\nu} \right) \text{ km/s}$$

- free-streaming scale
(密度ゆらぎが抑制されるスケール)

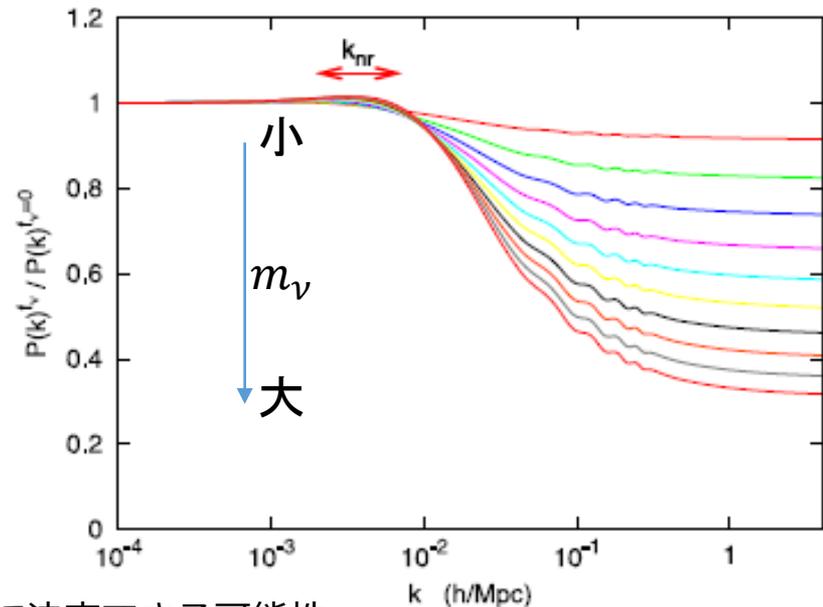
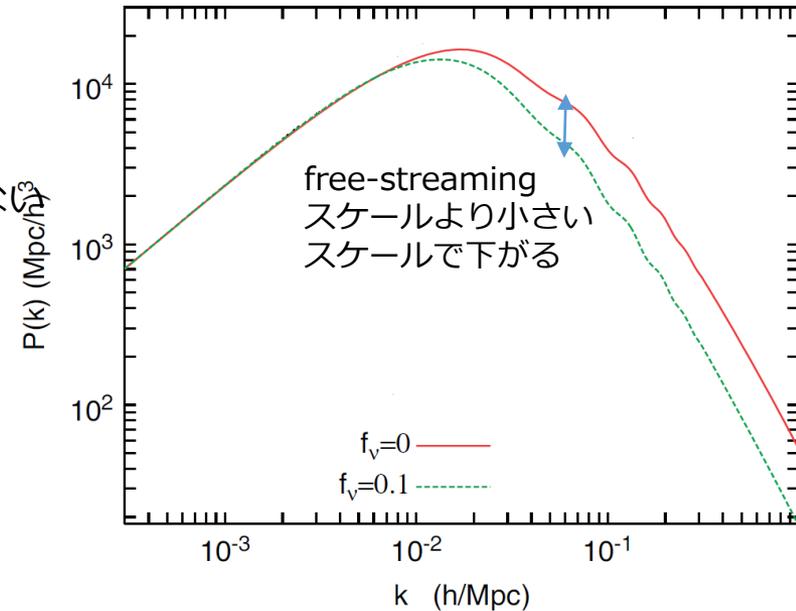
$$k_{\text{FS}} = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{\sigma^2}} \text{ h/Mpc}$$

➔ $\lambda_{\text{FS}}(z=0) = 7.7 \left(\frac{1\text{eV}}{m_\nu} \right) \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$

- 最小波数 (最大スケール)

$$k_{\text{nr}} = 0.018 \Omega_{\text{m}}^{1/2} \left(\frac{1\text{eV}}{m_\nu} \right) \text{ h/Mpc}$$

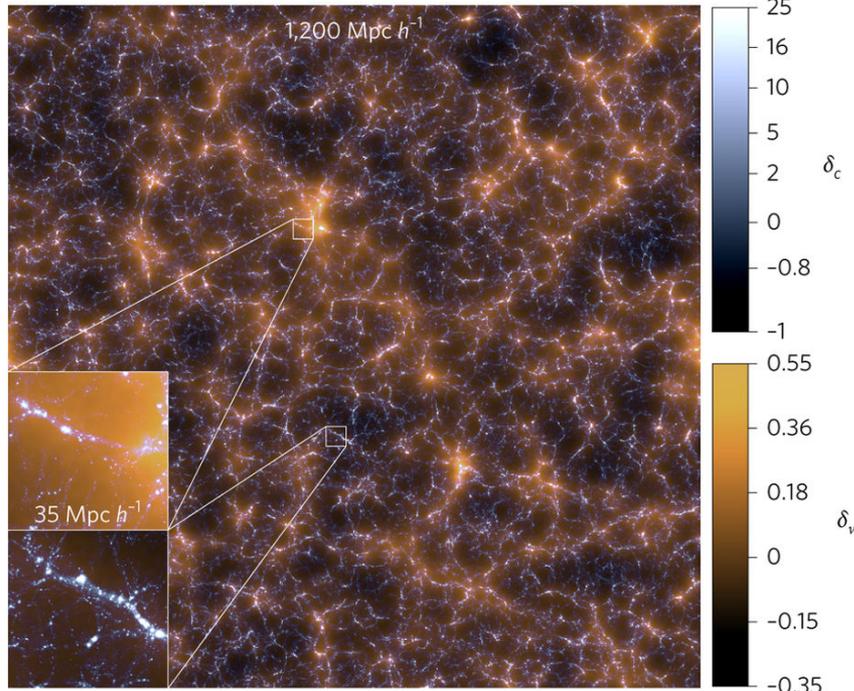
- 将来の大規模サーベイによってニュートリノ質量を精密に決定できる可能性



これまでのニュートリノを考慮したシミュレーション

➤ N-body シミュレーション

- 現在、主に無衝突系自己重力系で行われている手法
- 6次元位相空間上の分布関数をモンテカルロ的にサンプリング
- 統計的なノイズを減らすためには大量の粒子をつぎ込む必要がある



➤ ニュートリノを考慮した N-body シミュレーションでは密度空間だけでなく速度空間の粒子サンプリングが必要のため膨大な粒子数が要求される

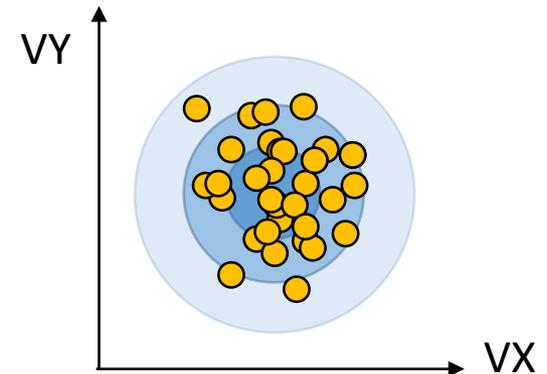
- 速度空間のサンプリング方法が結果の精度に大きく依存 (Banerjee et al. 2018)

N-body Simulation “TianNu”

$\sim 3 \times 10^{11}$ CDM particles and $\sim 2 \times 10^{12}$ neutrino particles
(Emberson et al. 2017, Yu et al 2017)

粒子法の問題点

- 離散粒子、超粒子近似による人為的な二体緩和により長時間積分において望ましくない衝突が起こる
- 座標空間, 速度空間でのモンテカルロサンプリングによって物理量にshot noiseが含まれる
- 高速度成分を取り扱うことが難しくニュートリノなどの速度分散の大きな系ではサンプリングに偏りができるためfree-streaming が正しく扱えない
- これらの問題を回避するために無衝突Boltzmann方程式(Vlasov方程式)を計算する必要がある



本来は連続的に分布していても高速度成分のサンプリングがまばらになってしまう

自己重力系のVlasov-Poissonシミュレーション

◆ Vlasov(無衝突Boltzmann)方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0.$$

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$$

: 6次元位相空間上の分布関数

◆ Vlasov-Poisson方程式 (自己重力系)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad \nabla^2 \phi = 4\pi G \rho = 4\pi G \int f d^3 \mathbf{v}.$$

- 座標空間を3次元グリッドに分割
- 各座標空間で速度空間を3次元グリッドに分割
- 各次元で1次元の移流方程式に帰着させ計算
 - 座標方向3本、速度方向3本の計6本

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0 \quad (i = x, y, z)$$

- 2013年我々のグループで6次元位相空間上での自己重力系のVlasov-Poissonシミュレーションを世界で初めて実現

自己重力系のVlasov-Poissonシミュレーション

- ◆ 6次元計算なので計算時間、メモリサイズは $O(N^6)$
 - e.g. $(N_x, N_v) = (128^3, 128^3) \sim 20 \text{ TByte}$
 - $(N_x, N_v) = (256^3, 256^3) \sim 1200 \text{ TByte (single precision)}$
- ◆ メッシュ数を増やして高精度な計算をすることは困難。
なるべく少ないメッシュ数で正確な計算が要求される
→ 移流方程式を解くスキームの高次精度化
- ◆ 先行研究(Yoshikawa, Yoshida and Umemura 2013)
 - ✓ 正値性, 最大値の定理, 質量保存の法則を満たす数値解法である空間3次精度の Positive Flux Conservative(PFC)スキーム (Filbet et al. 2003)
- ◆ 空間3次精度では数値拡散が大きすぎるため、より高次精度のスキームを開発

□ 空間 5, 7 次精度

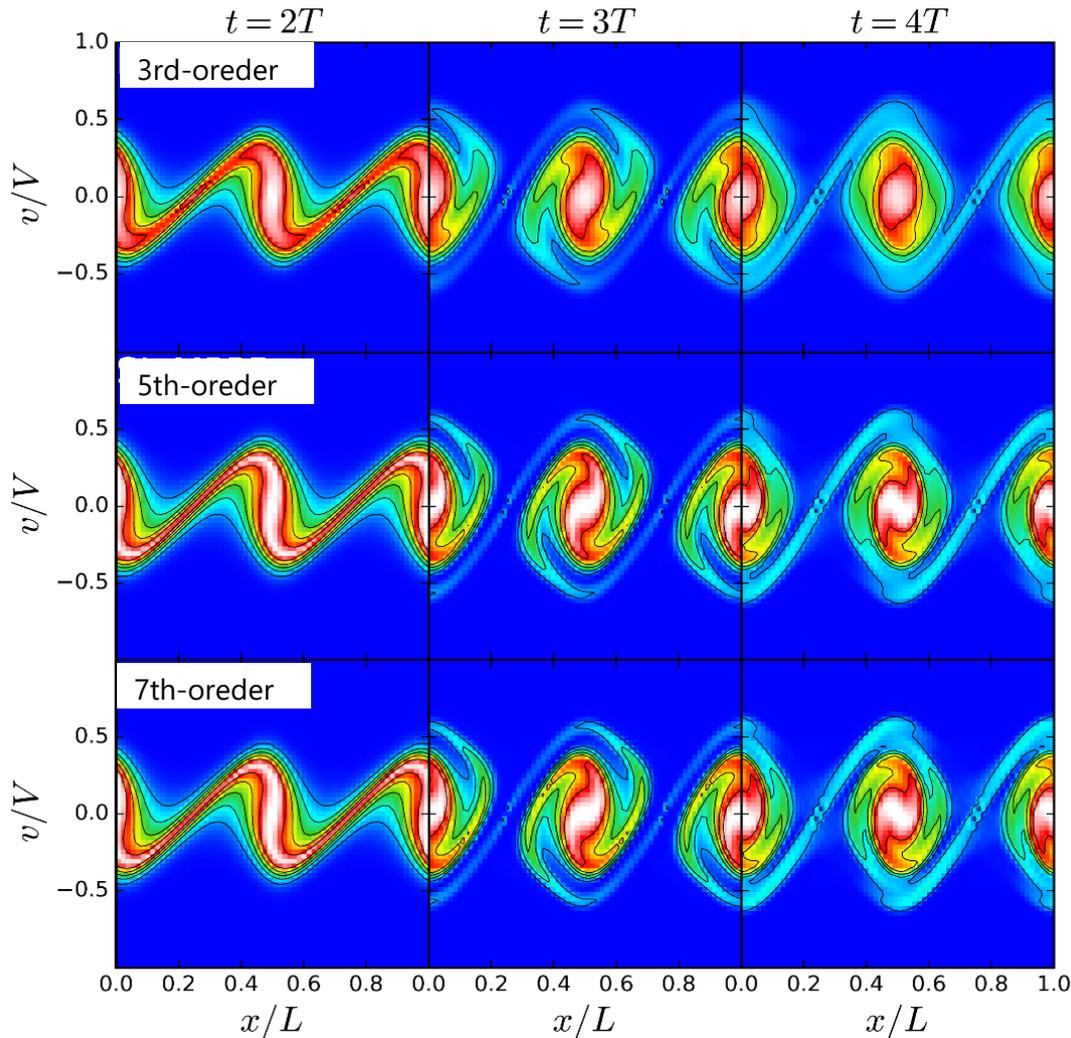
□ 単調性

□ 正値性

(ST, Yoshikawa, Minoshima & Yoshida, 2017)

2D Phase-Space Self-Gravitating System

$$(N_x, N_v) = (64, 64)$$



Phase-space map

- 2次元位相空間における重力不安定性テスト
- 3次精度スキームでは全体的に数値拡散によってなまる
- 5次,7次精度スキームでは中心の細かい構造まで表現

Simulation of LSS with CDM + Neutrino

- CDM(コールドダークマター) は高解像度N体計算,
ニュートリノはVlasov計算で解く Hybridシミュレーション

- cold dark matter : N-body (PM) simulation

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + 2H \frac{d\mathbf{x}}{dt} = -\frac{1}{a^2} \nabla \phi$$

- neutrino : Vlasov-Poisson simulation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{a^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad \mathbf{p} = a^2 \dot{\mathbf{x}}$$

- Poisson equation

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 (f_{\text{cdm}} \delta_{\text{cdm}} + f_{\nu} \delta_{\nu})$$

ニュートリノとCDMを両方考慮した
重力ポテンシャルを使用

Poisson solverの解像度は高解像度の
CDMに合わせる

Initial Condition

$\sum m_\nu$	Ω_ν/Ω_m
0 eV	0
0.1 eV	0.0075
0.2 eV	0.015
0.3 eV	0.0025
0.4 eV	0.03

- total matter を固定 : $\Omega_m = \Omega_{\text{CDM}} + \Omega_\nu$
 - ニュートリノの質量によって $\Omega_{\text{CDM}}, \Omega_\nu$ の割合を変更

- 宇宙論パラメータは Planck衛星による宇宙背景放射の観測から
- 初期の密度ゆらぎのパワースペクトルを計算(CAMB)し、初期条件生成
- 初期赤方偏移 $z=10$ ※今回考えるneutrino massでは $z=10$ ではニュートリノは非相対論的
- 初期条件の密度分布の違う 4 パターンを計算

- simulation box size : $L=10000, 1000, 200 \text{ Mpc}/h$
- neutrino mass : $\sum m_\nu = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 \text{ eV}$

各世代のニュートリノ質量は等質量

※ 0.1eVの場合は3世代あるニュートリノの質量は等質量として取り扱うのは本来不適切だが今回は等質量として扱う

Simulation Setup

- Vlasov simulation mesh : $(N_x, N_v) = (128^3, 64^3)$
 - 7th-order accuracy
- CDM particles : $N_p = 1024^3$
- particle mass : $m_{\text{CDM}} = 9.39 \times 10^8 f_{\text{CDM}} M_{\odot}$
($L=200 \text{ Mpc/h}$)
- Poisson solver meshes : $N_{\text{PM}} = 1024^3$

- 計算環境 : 最先端共同HPC基盤施設(JCAHPC) ”Oakforest-PACS”
: 国立天文台天文 “アテルイII”

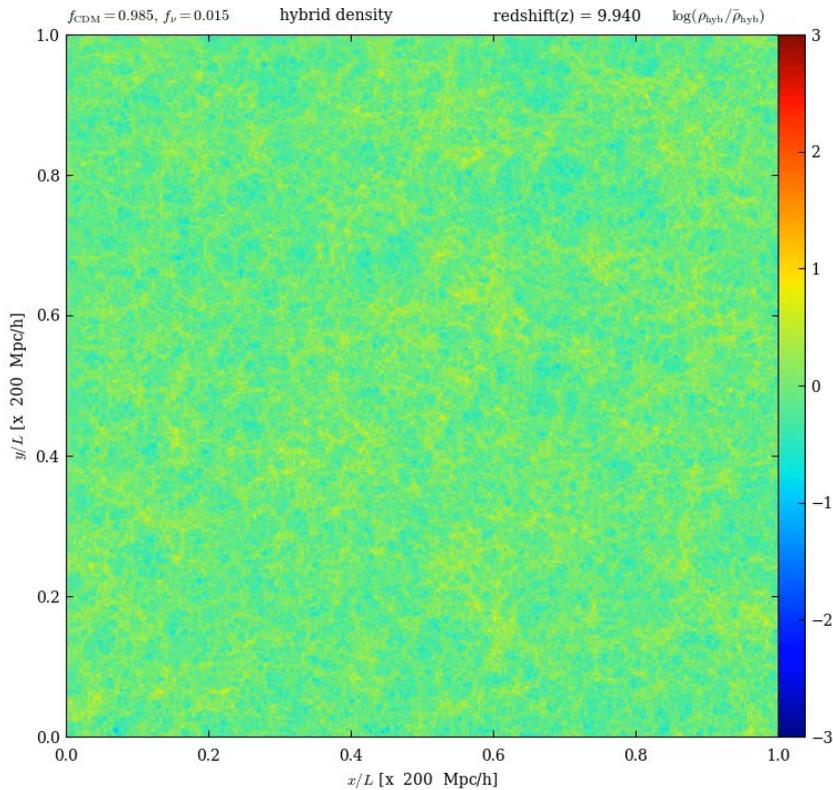
- 計算ノード : 512 node (OFP)
 - MPIとOpenMPによる Hybrid 並列
 - Intel Xeon Phi (KNL) のAVX512を効率的に使えるよう最適化

- 計算時間 : 最も時間のかかるrunで4日弱



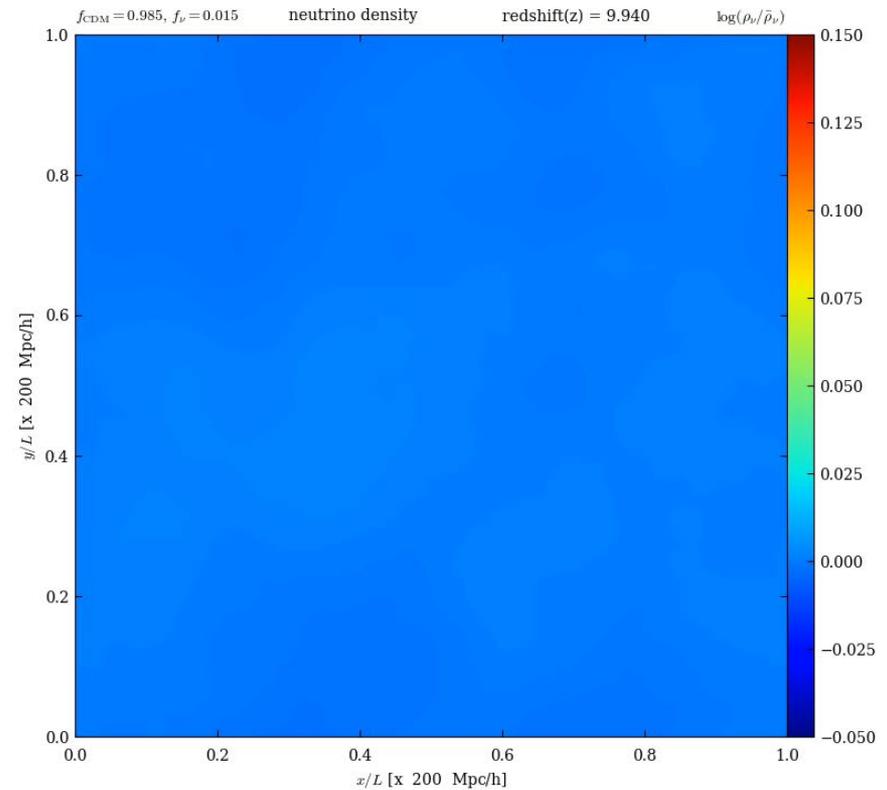
CDM + Neutrino Simulation with $\Sigma m_\nu = 0.2\text{eV}$

mass density of total matter
(CDM+neutrinos)



← 200 Mpc/h →

mass density of neutrino



← 200 Mpc/h →

- $(N_x, N_y) = (128^3, 64^3)$ for Vlasov simulation with 7th-order accuracy
- $N_p = 1024^3$ for N-body simulation

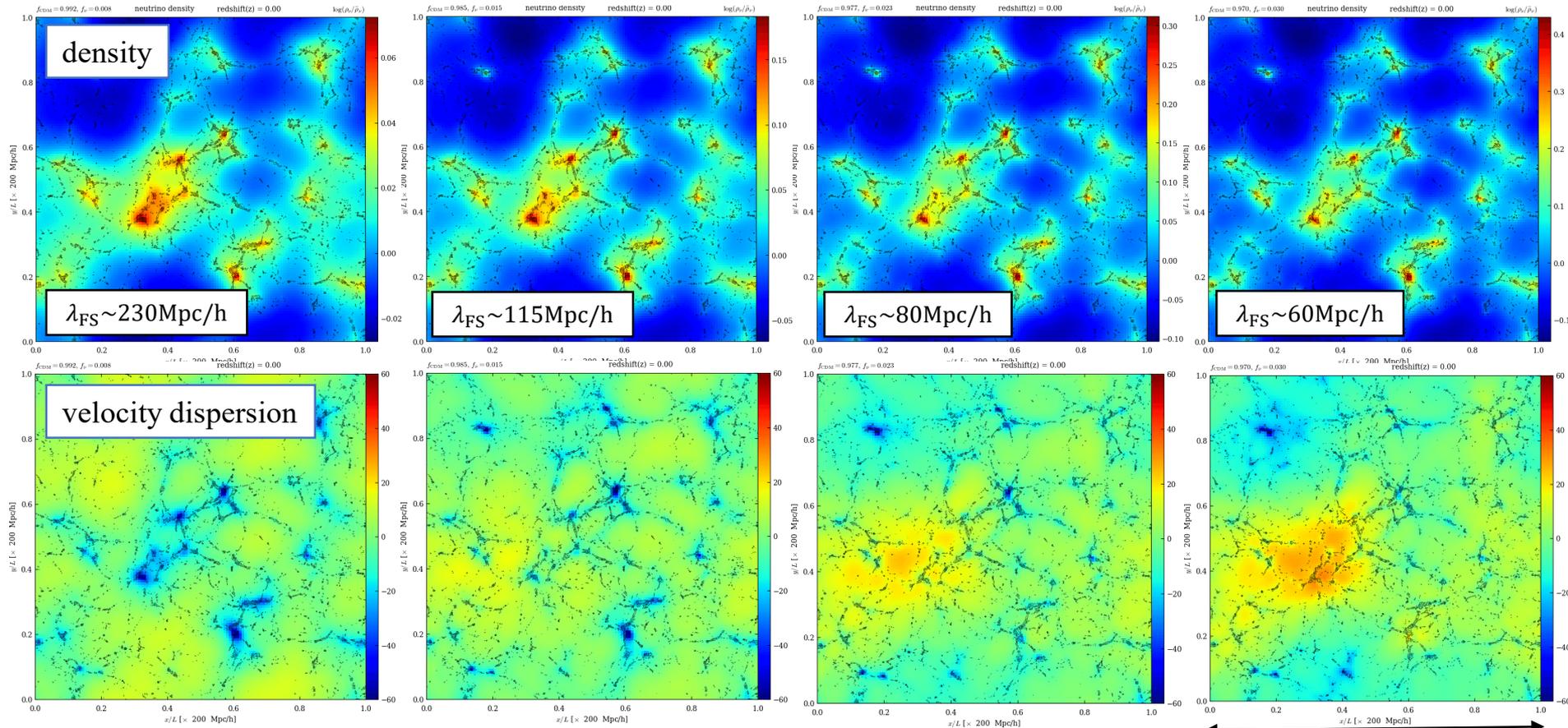
Neutrino + CDM Density and Velocity Dispersion

$$\sum m_\nu = 0.1\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.2\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.3\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.4\text{eV}$$



- upper panels : neutrino density, $\log_{10} (\rho_\nu / \bar{\rho}_\nu)$ (different color range)
- lower panels : neutrino velocity dispersion, $\sigma_\nu - \bar{\sigma}_\nu$
- contour : CDM density, $\log_{10} (\rho_{\text{CDM}} / \bar{\rho}_{\text{CDM}})$

200 Mpc/h
赤方偏移 $z=0$

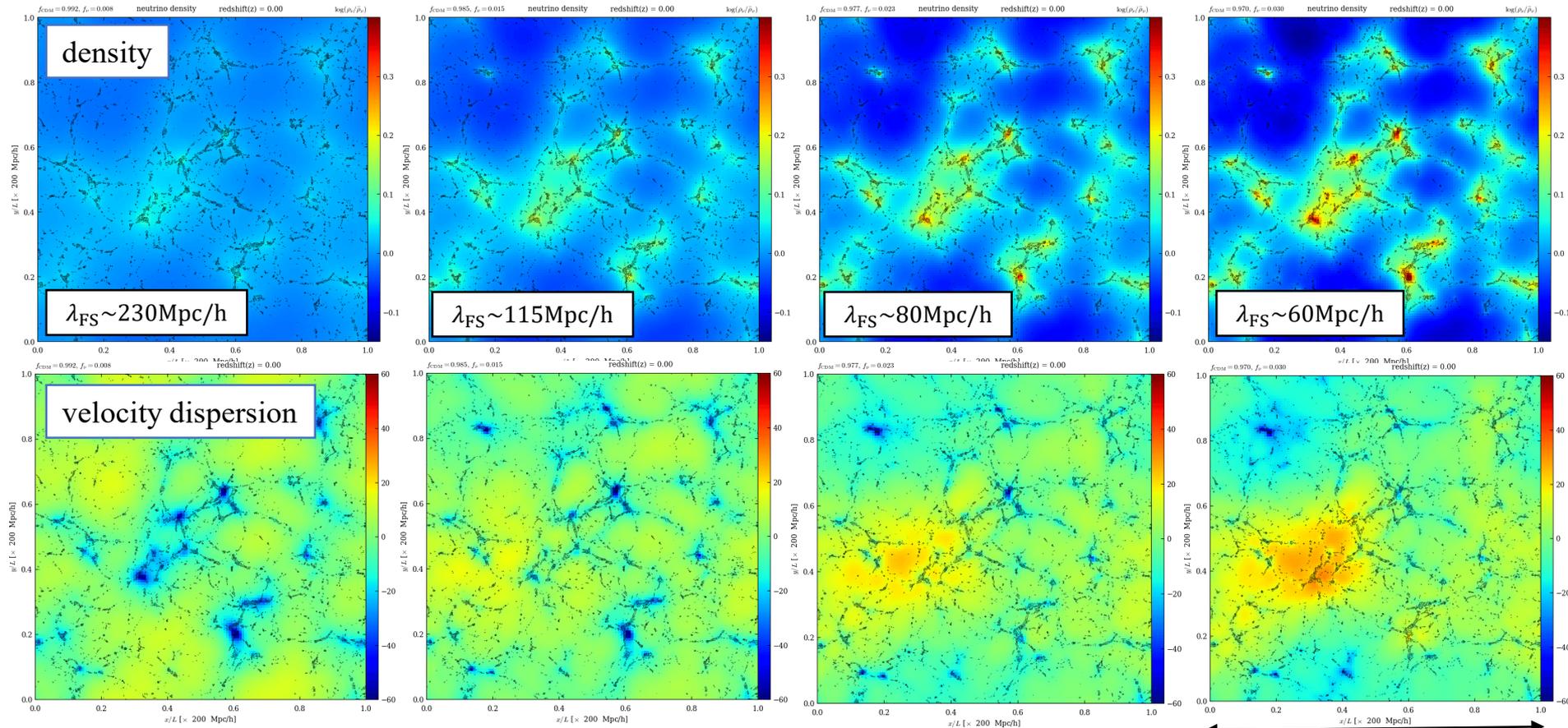
Neutrino + CDM Density and Velocity Dispersion

$$\sum m_\nu = 0.1\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.2\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.3\text{eV}$$

$$\sum m_\nu = 0.4\text{eV}$$

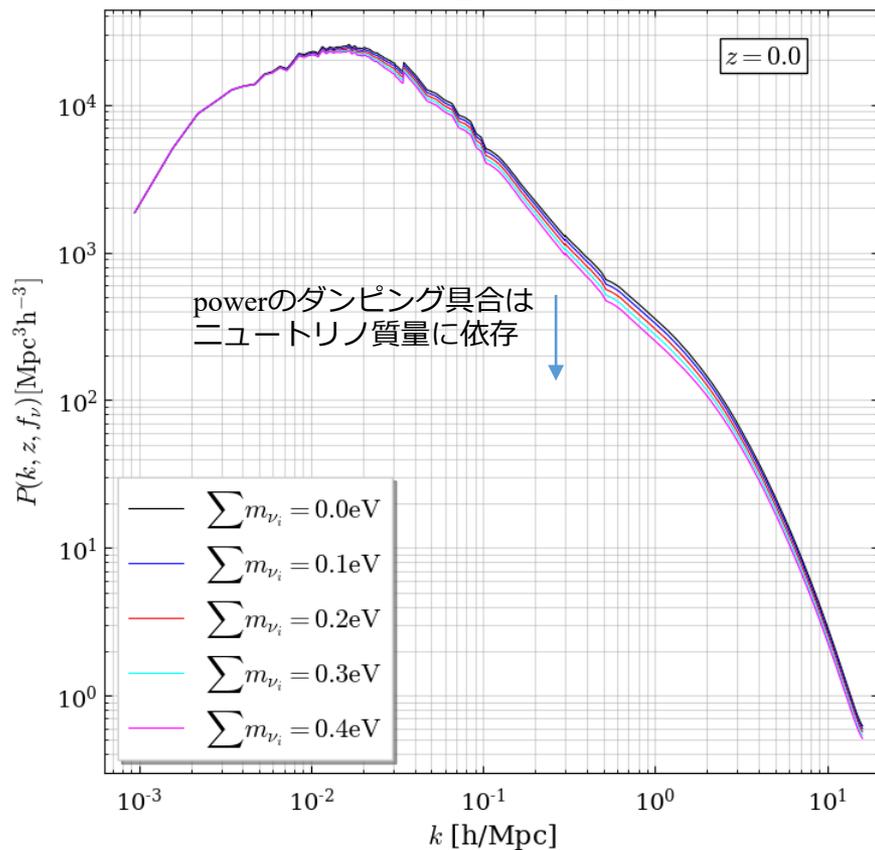


- upper panels : neutrino density, $\log_{10} (\rho_\nu / \bar{\rho}_\nu)$ (same color range)
- lower panels : neutrino velocity dispersion, $\sigma_\nu - \bar{\sigma}_\nu$
- contour : CDM density, $\log_{10} (\rho_{\text{CDM}} / \bar{\rho}_{\text{CDM}})$

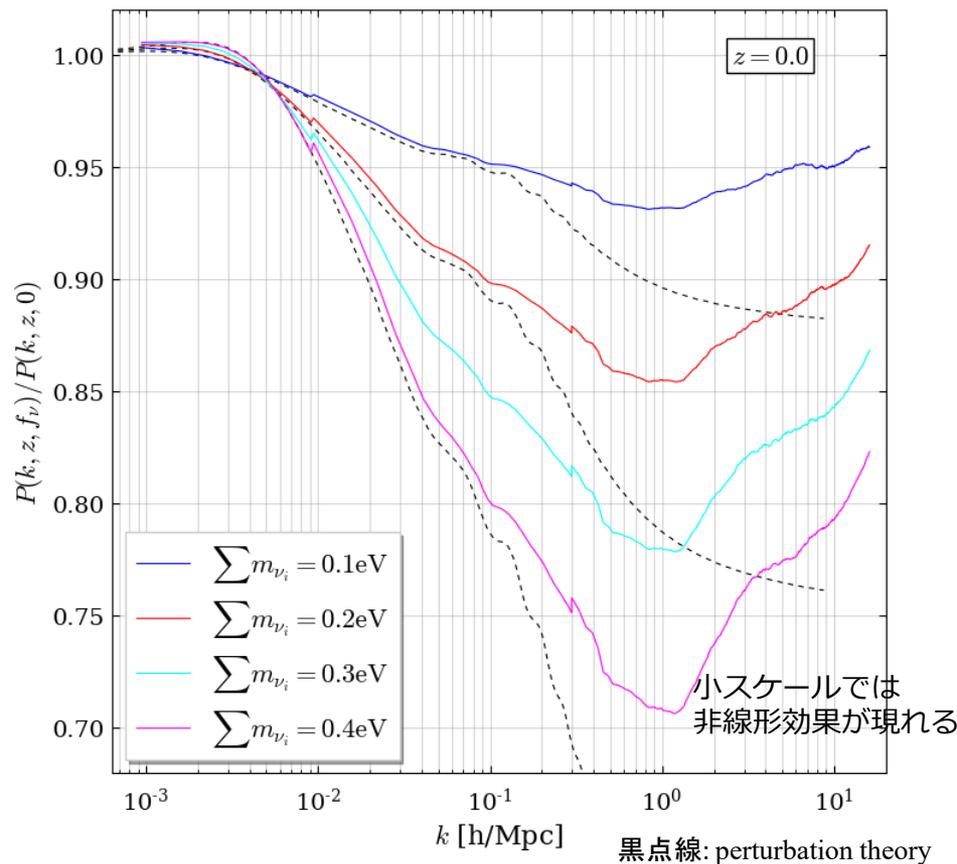
200 Mpc/h
赤方偏移 $z=0$

Power Spectrum of Density Fluctuation

total matter power spectrum

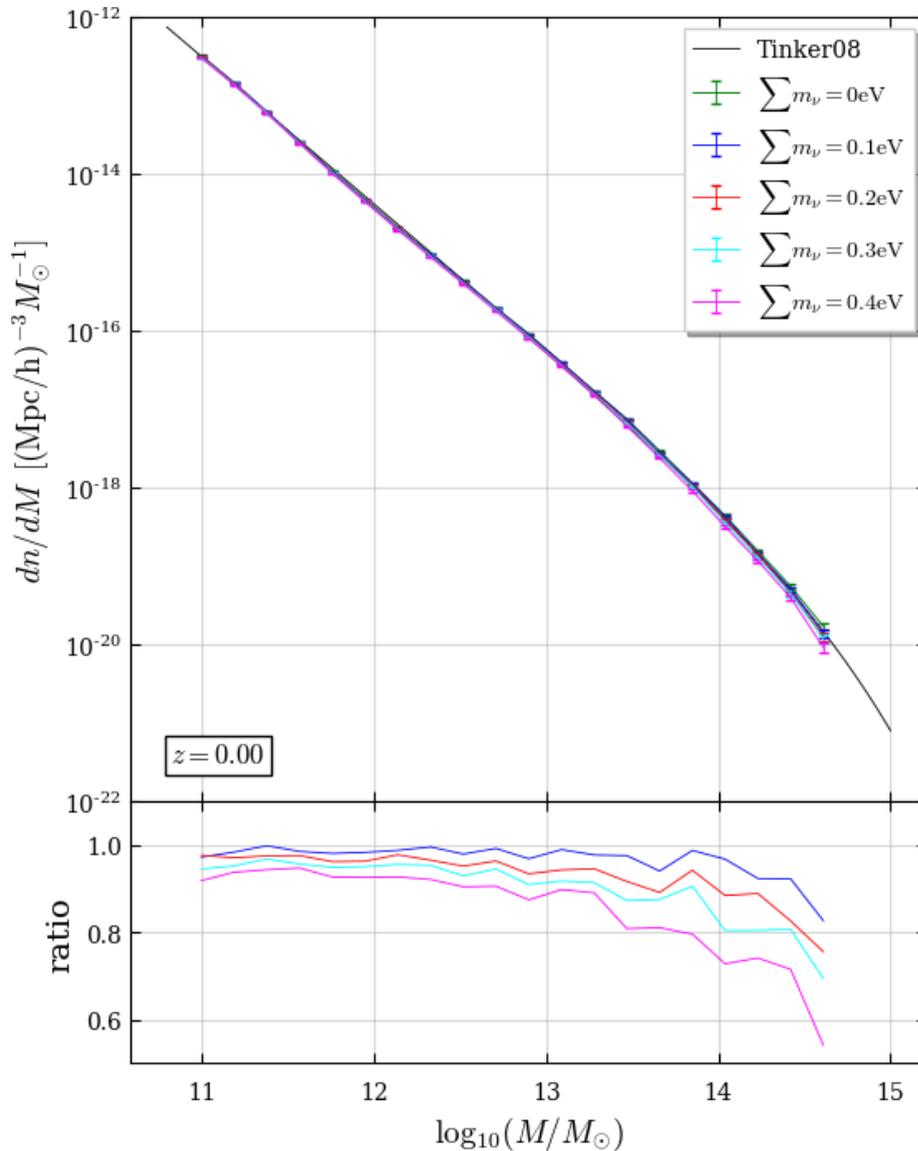


ratio of power spectrum



- free-streaming スケール以下で密度ゆらぎの減衰
- Perturbation theory では見られない up-turn 構造
 - DM haloのクラスタリング等による非線形効果

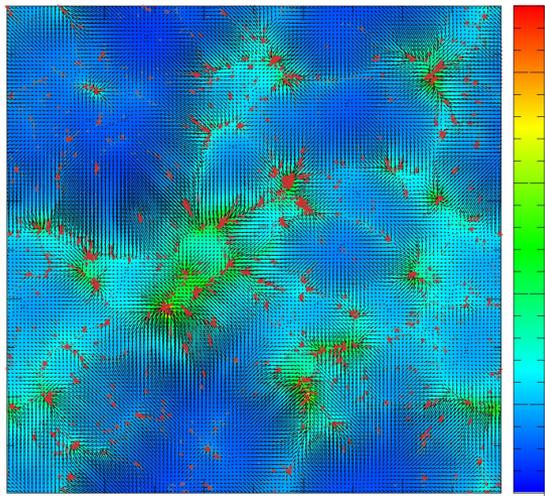
Mass Function of DM halos



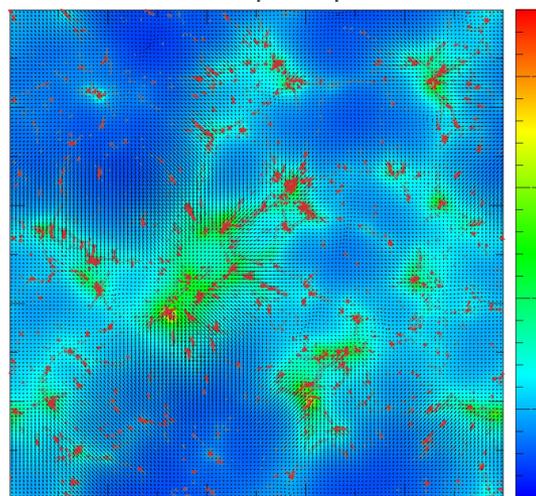
- mass function of dark matter halos identified by ROCKSTAR package
- halo abundance of more massive DM halos are suppressed by the dynamical effect of massive neutrinos
- With $\sum m_{\nu} = 0.1\text{ eV}$, halo abundance at $M \sim 10^{14.5} M_{\odot}$ is about 90% of the massless neutrino case
- Consistent with theoretical prediction by Ichiki & Takada (2012)

Bulk Velocity Field of CDM and Neutrino

$$|\vec{v}_{\text{CDM}}|$$

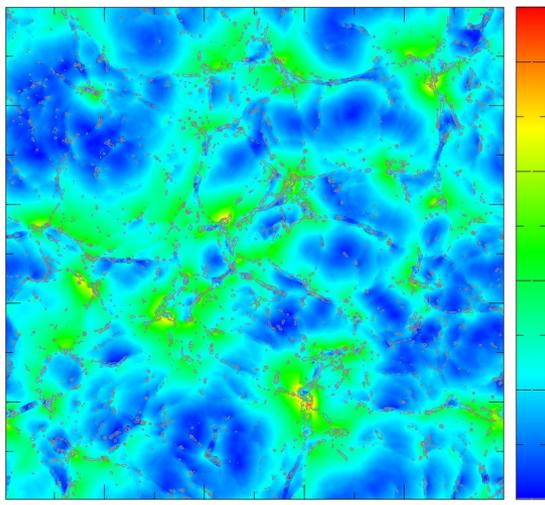


$$|\vec{v}_\nu|$$



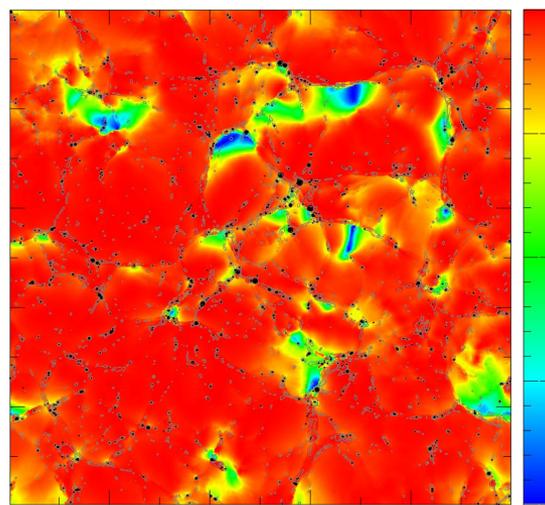
- ✓ 赤点 : DM halo
- ✓ 矢印 : velocity fields
- ✓ color map: density fields
- CDM がニュートリノのbulk velocityより卓越

$$|\vec{v}_{\text{CDM}} - \vec{v}_\nu|$$



relative velocity [km/s]

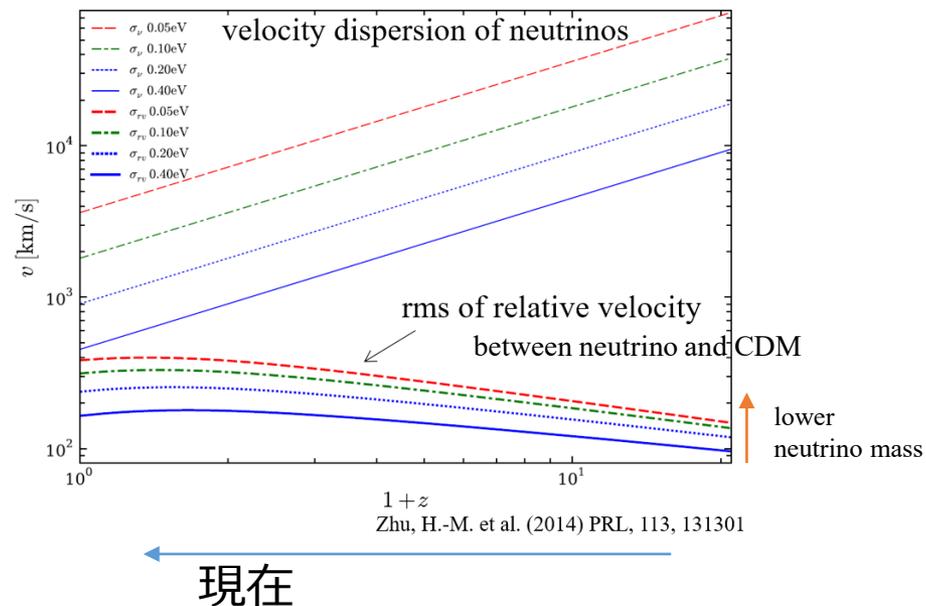
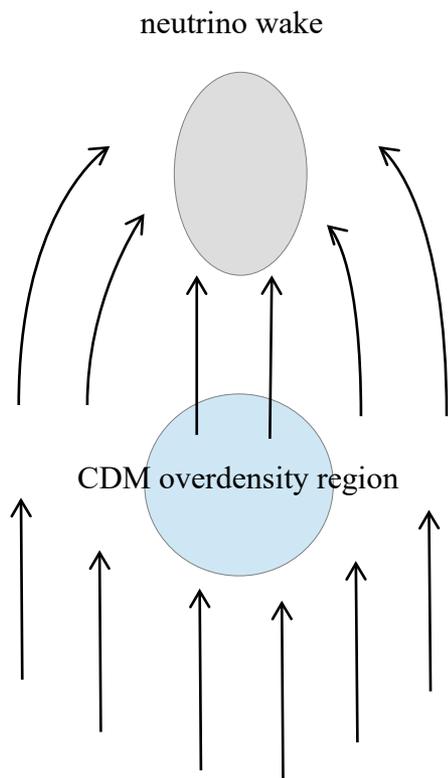
$$\vec{v}_{\text{CDM}} \cdot \vec{v}_\nu / |\vec{v}_{\text{CDM}}| |\vec{v}_\nu|$$



velocity alignment

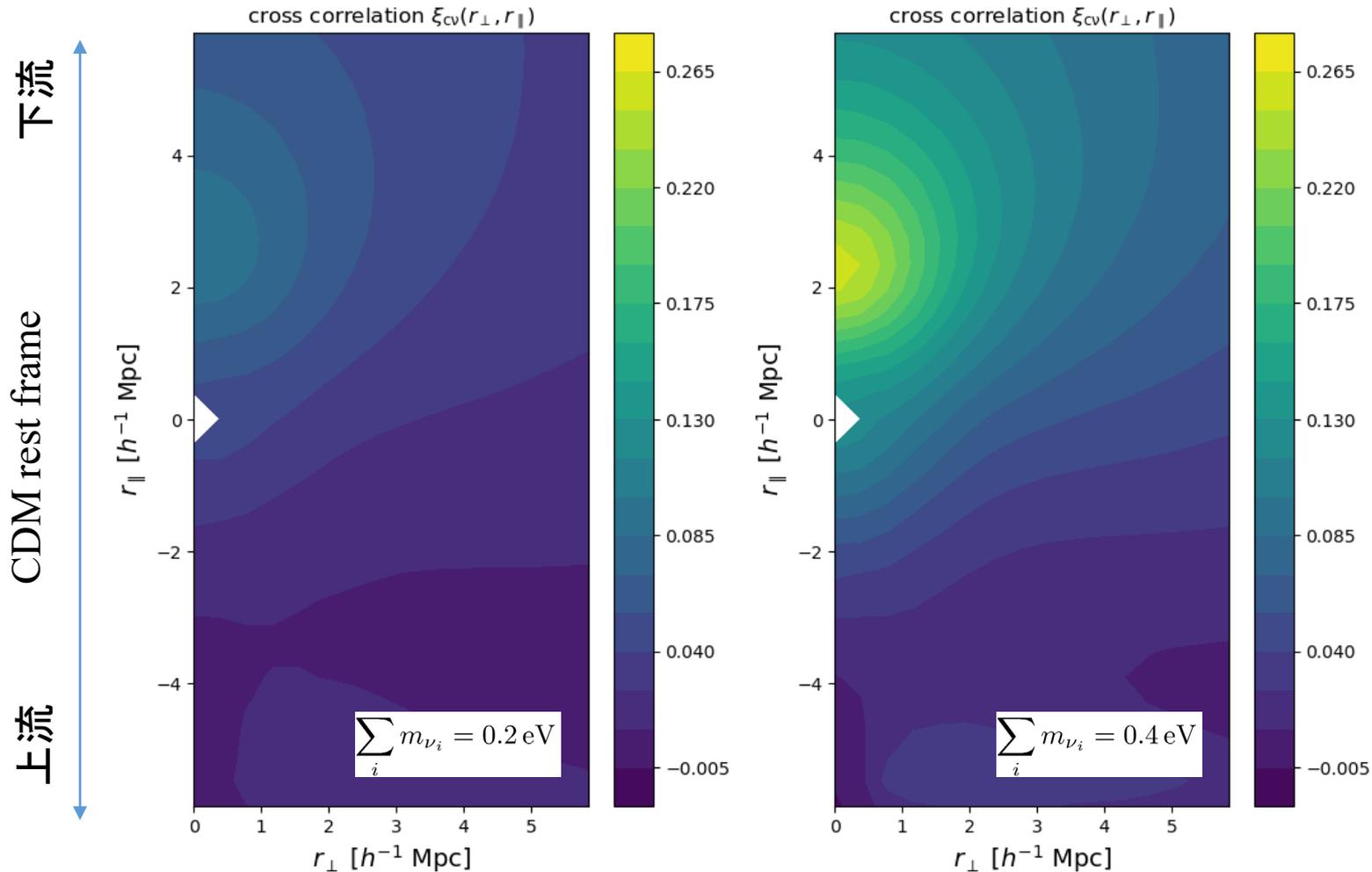
- DM フィラメント周りでは 200-500km/s の相対速度(左)
- CDM とニュートリノの速度の向きは常に揃っているわけではない(右, 赤だと同方向)

Neutrino Wakes in Large-Scale Structure



- CDMの高密度領域が“neutrino sea”を横切ると重力相互作用によりニュートリノの密な領域が後方に形成
- CDM – neutrino relative velocity は CDM の bulk velocity が支配的
- typical relative velocity は $z=0$ に向けて増大。値はニュートリノ質量依存 (Zhu, 2014)

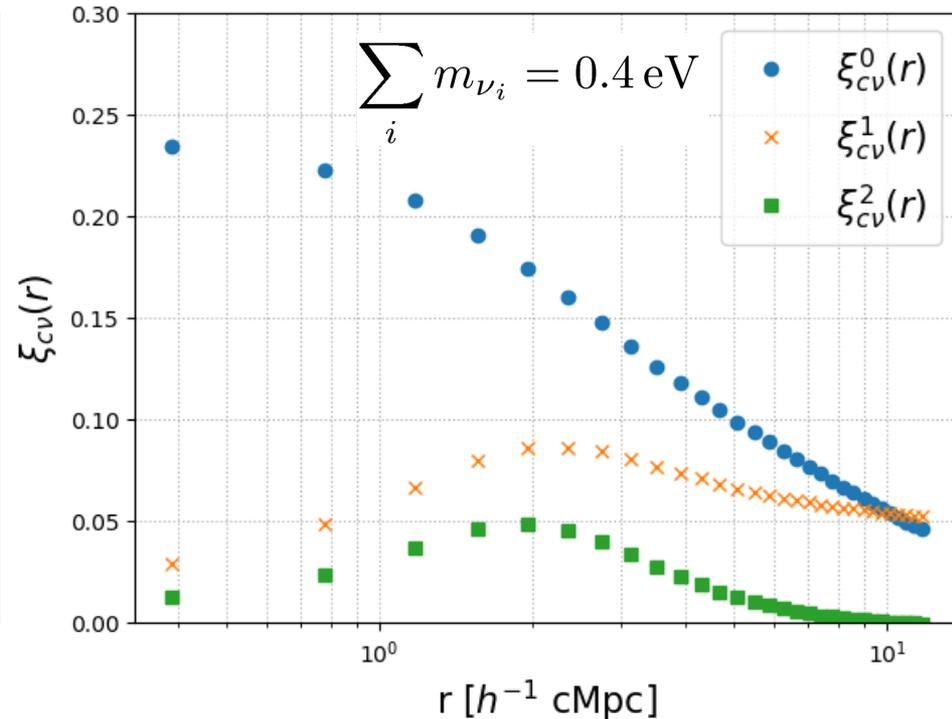
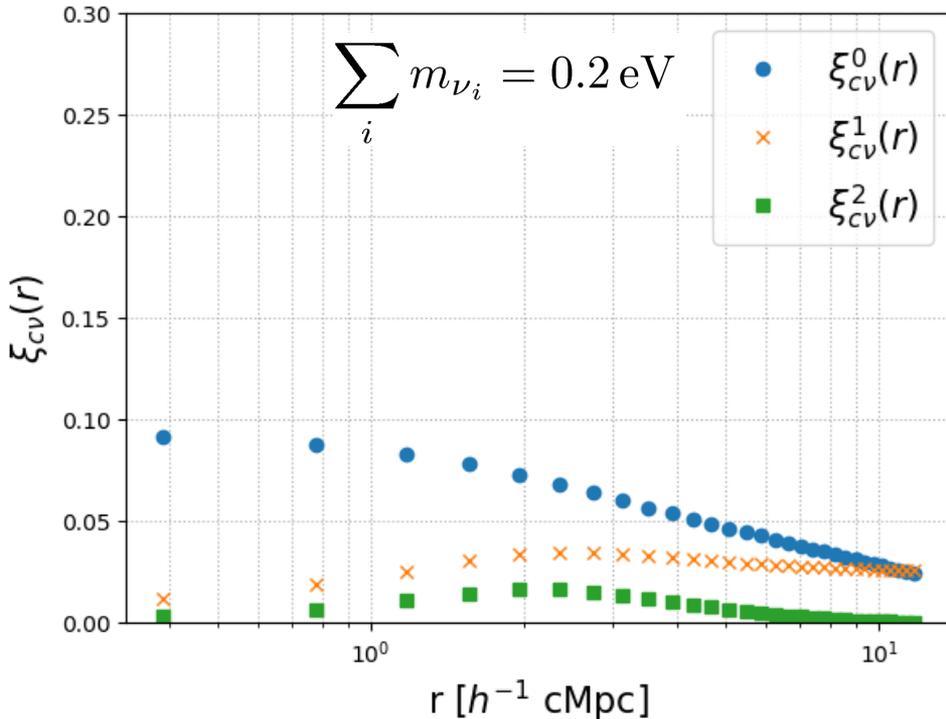
Cross Correlation of CDM and Neutrino



- neutrino wakes の影響により下流方向に相関
- ニュートリノ質量が小さいと速度分散が大きく wake の影響は小さくなる

Legendre Expansion of ξ_{cv}

$$\xi_{cv}(r, \mu) = \sum_{\ell} \xi_{cv}^{\ell}(r) P_{\ell}(\mu)$$



- $\ell = 1$ (双極子成分)は $r = 10 \text{ Mpc/h}$ 程度まで寄与
- 0.2 eV では $r = 2.5 - 3 \text{ Mpc/h}$ 付近, 0.4 eV では $r = 2 \text{ Mpc/h}$ 付近にピーク
- ニュートリノ質量が小さい(速度分散が大きい)と neutrino wake の影響は小さくなる

まとめと今後

➤宇宙論的 Vlasov-Poisson シミュレーションコードの開発

- MP法による5次, 7次精度, 正值性の保証
- 粒子法では困難なニュートリノなどの高速度成分を noiseless で取扱い

➤ニュートリノの効果を入れた大規模構造シミュレーションに応用

- 速度分散が重要なニュートリノの効果は Vlasov シミュレーション,
CDM の効果は N-body シミュレーションによるハイブリッドシミュレーション
- ニュートリノ質量の違いにより大規模構造に与える影響の調査
 - 密度ゆらぎパワースペクトルの非線形領域での振る舞いの見積もり
 - DM halo の質量関数のニュートリノの質量依存性
 - neutrino wakes によるのCDMとニュートリノの方向依存性の確認

□ 今後

- 宇宙背景ニュートリノは直接検出が不可能なので間近の観測計画で観測可能な DM halo の cross-correlationによりニュートリノ質量の推定可能性を探る
- 小質量ニュートリノ($<0.1\text{eV}$) の計算で質量階層構造の判別 (複数の分布関数)
- 磁気プラズマへの応用 (Vlasov-Maxwell シミュレーション)