

超弦理論の数値シミュレーションの 現状と展望

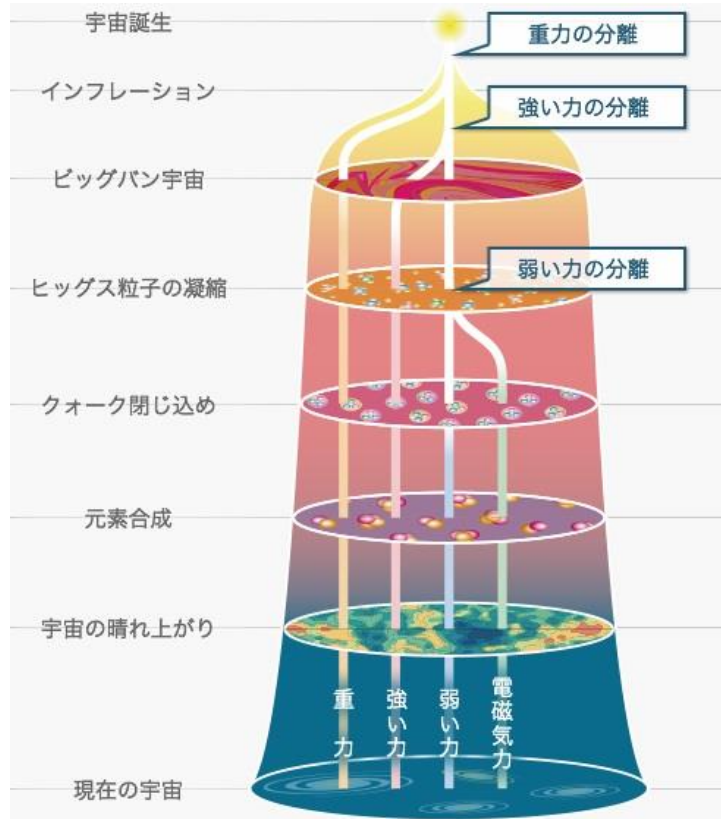
サブ課題A “究極の自然法則と宇宙開闢の解明”
素粒子・原子核・宇宙 「京からポスト京に向けて」シンポジウム
2019年1月9-10日、筑波大学東京キャンパス文京校舎

西村 淳 (KEK理論センター、総研大)

1. はじめに

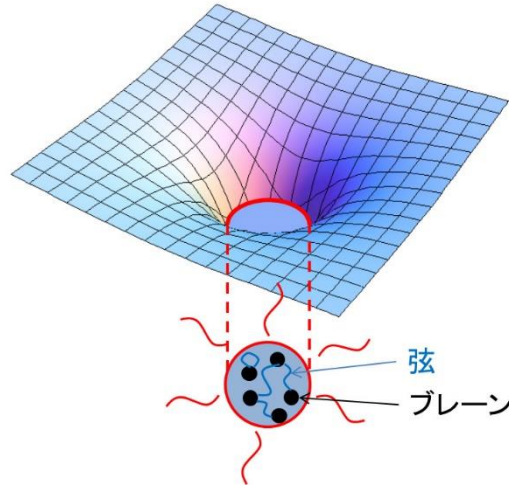
超弦理論

時間・空間の起源
宇宙の始まり



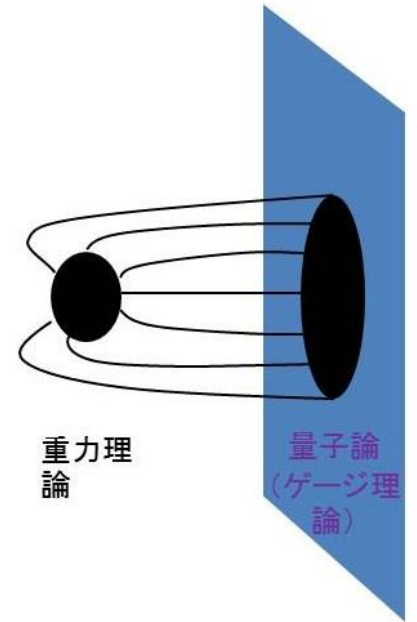
物質・力の起源

ブラックホールの
微視的描像



量子情報

ゲージ重力対応



QCD、超伝導、超流動の
ホログラフィックな記述

超弦理論

- 量子重力を含む基礎理論の「大本命」1980s～

「Dブレーン + 摂動論」という従来のアプローチ

標準模型 (intersecting D-brane模型など)

インフレーション (colliding D-brane模型など)

無数の模型が考えられ、予言能力なし。
(ランドスケープ問題、人間原理の援用)

非摂動的定式化に基づく研究が不可欠

「ゲージ/重力対応」
「IIB行列模型」

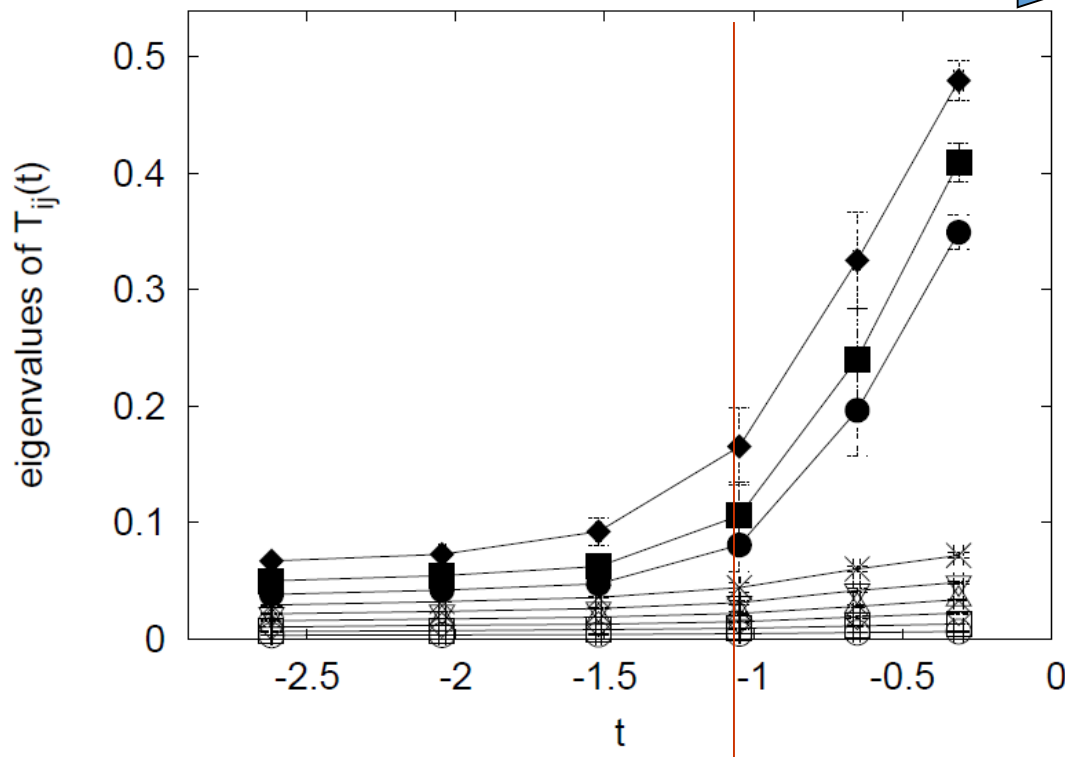
行列を基本自由度として、超弦を記述。
「時空」は、行列の自由度の中から創発。

行列で書かれた理論の数値シミュレーションにより、
時空のダイナミクスを研究。

これまでの研究

- (3+1)次元の膨張宇宙の出現

SSB
 $SO(9) \rightarrow SO(3)$



$$T_{ij}(t) = \frac{1}{n} \text{tr} \{ \bar{A}_i(t) \bar{A}_j(t) \}$$

ある時刻を境に、
3方向だけが膨張を始める。

回転対称性の自発的破れが
宇宙の起源！

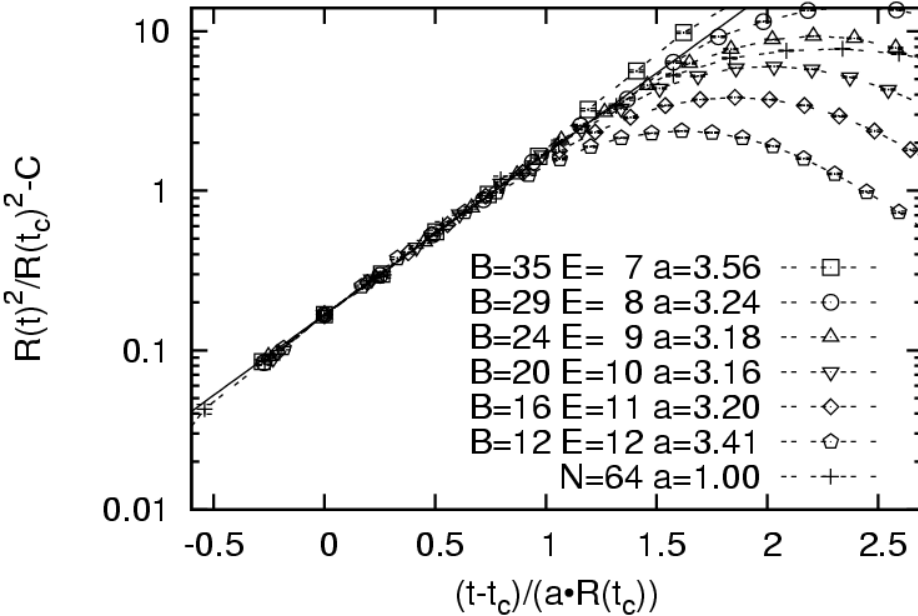
Kim-J.N.-Tsuchiya
PRL 108 (2012) 011601
[arXiv:1108.1540]

これまでの研究 (続き)

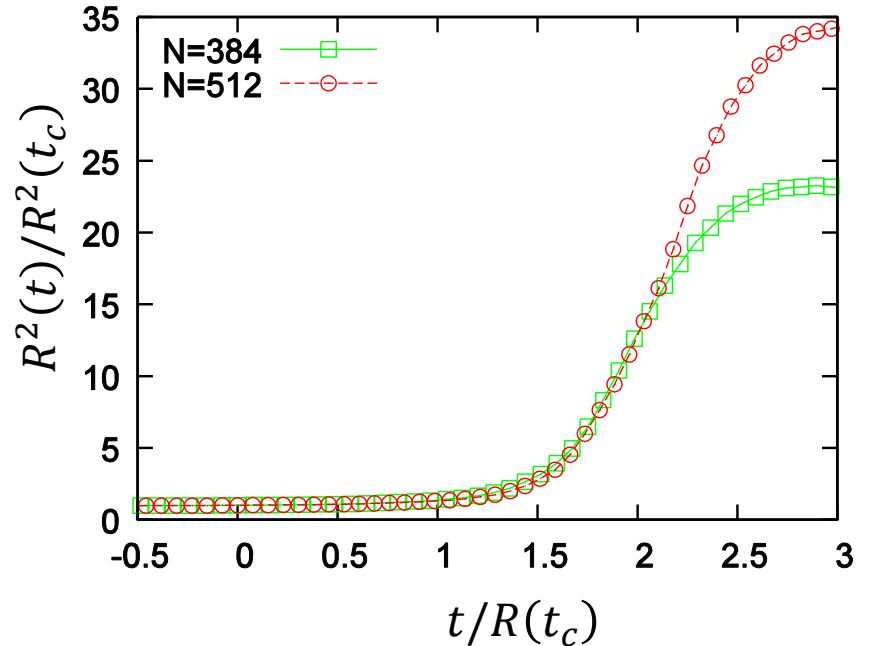
● 3次元空間の広がり

$$R^2(t) = \frac{1}{n} \text{tr} \{ (\bar{A}_i(t))^2 \}$$

simplified model for early times



10d bosonic type IIB MM



Y.Ito, S.-W.Kim, Y.Koizuka, J.N., A.Tsuchiya ('14)

Y.Ito, J.N., A.Tsuchiya ('15)

空間の膨張則

$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \rightarrow R(t) \propto t^{1/2}$$

遷移

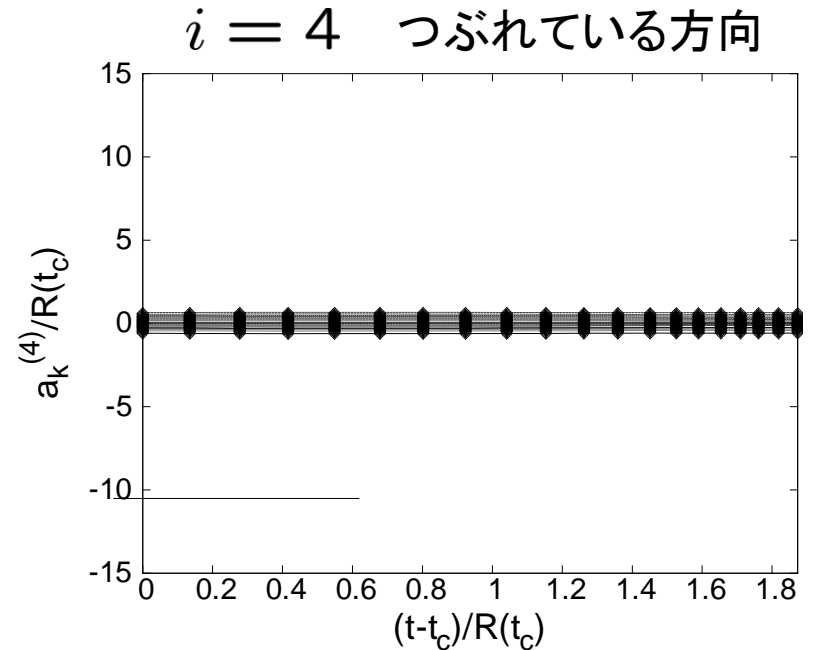
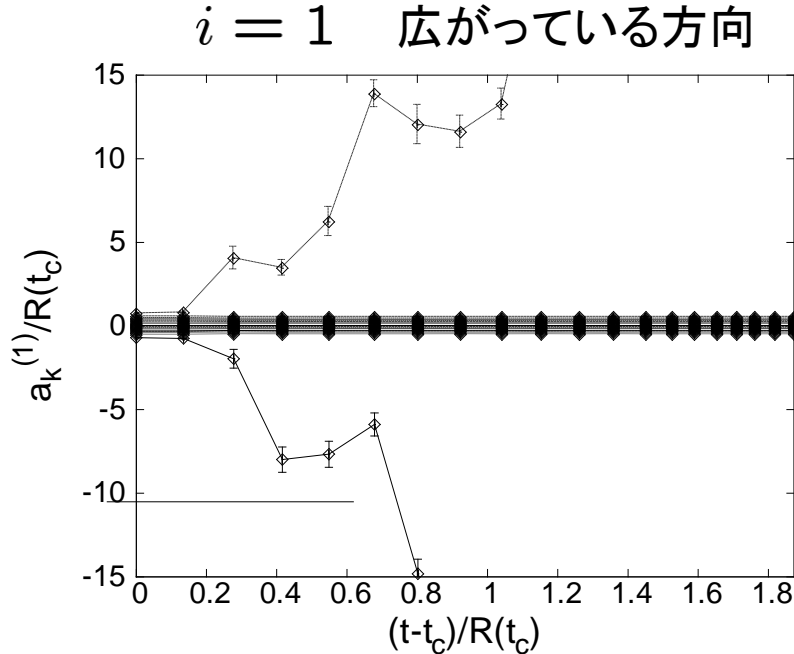
輻射優勢期の兆候?

行列で表される時空は、連続的か？

従来の計算手法で得られた行列の配位



空間を表す行列 $\bar{A}_i(t)$ の固有値



「空間の膨張」を、2つの固有値だけで担っている！

原因は符号問題の処理のしかた

ローレンツ型IIB行列模型の分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{i(S_b + S_f)} = \int dA e^{iS_b} \underbrace{\text{Pf} \mathcal{M}(A)}_{\text{実}}$$

モンテカルロ法を適用する際に
符号問題を引き起こす

これまでの処理のしかた

$A_\mu = \rho \tilde{A}_\mu$ として、 ρ の積分を先に実行。

➡ $f(S_b)$ $f(x)$ は、 $x = 0$ に大きなピークを持つ関数

➡ $S_b = 0$ という拘束に置き換える

問題点: $f(x)$ は複素数の値を持ち、 $x = 0$ 付近で位相が激しく振動。

$\frac{\delta S_b}{\delta A_\mu} = 0$ を満たす配位(古典解)をfavorする効果が反映されていない。

$e^{iS_b} \mapsto e^{\beta S_b}$ としてしまったことに対応。(カノニカルとミクロカノニカルの等価性)

空間を表す行列の非可換性を最大化させることになり、「パウリ行列」に！

複素ランジュバン法

多くの系、パラメタ領域で、符号問題を解決できる強力な手法。

Parisi ('83), Klauder ('83)

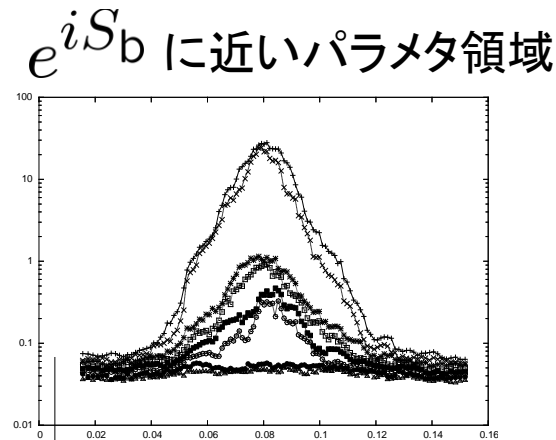
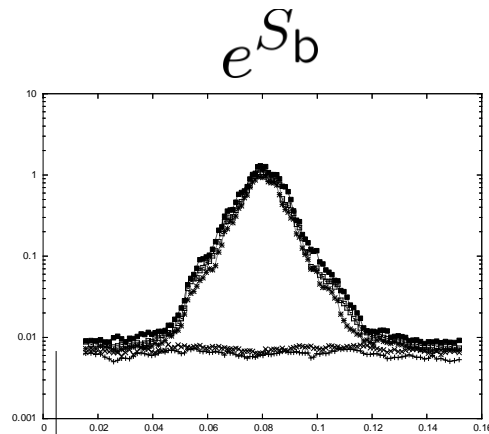
最近、正しい結果に収束するための必要十分条件が明らかになった。

Aarts, James, Seiler, Stamatescu: Eur. Phys. J. C ('11) 71, 1756

Nagata-J.N.-Shimasaki, Phys.Rev. D94 ('16) no.11, 114515

ローレンツ型IIB行列模型に初めて適用。

J.N. and Asato Tsuchiya, in prep.



行列サイズ
 $N = 128$

連続的な空間が現れる兆候が見られた。

(3+1)次元の膨張する振る舞いは保たれたまま！

目次

1. はじめに
2. ローレンツ型IIB行列模型
3. 複素ランジュバン法
4. 結果
5. まとめと展望

2. ローレンツ型IIB行列模型

IIB行列模型 (IKKT行列模型)

$$S = -\frac{1}{g^2} \text{tr} \left(\frac{1}{4} [A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi] \right)$$

Ishibashi-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

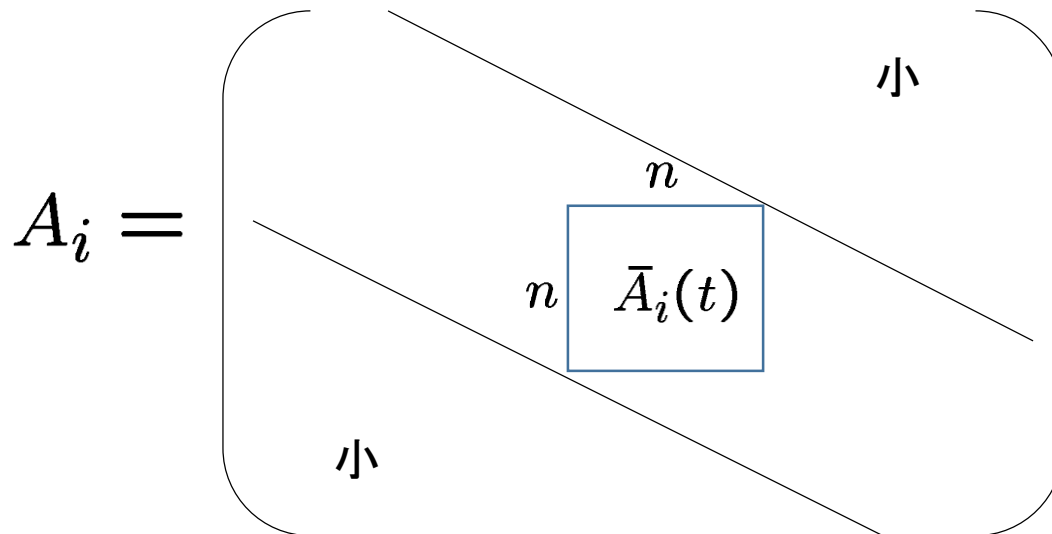
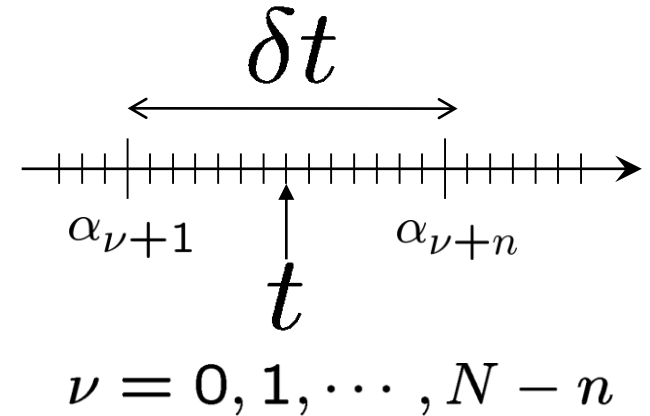
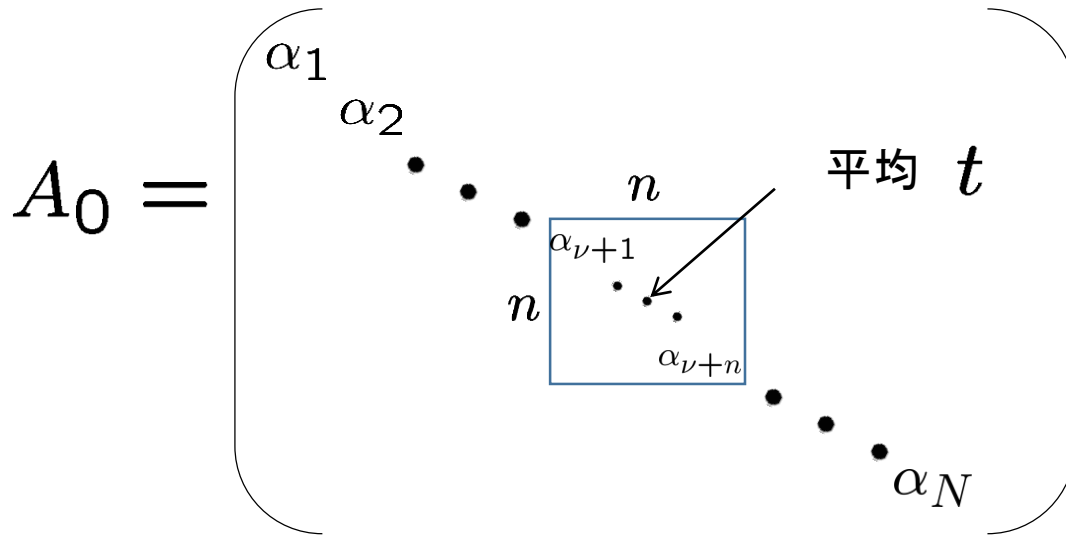
- (9+1)次元Minkowski時空上のタイプIIB超弦理論の摂動論を all orderで再現できる理論。

Fukuma-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

- 行列模型そのものは、摂動論に依らずに定義されている。
→ 超弦理論の非摂動的な定義になっているはず！
c.f.) D-brane (非摂動的物体)も正しく記述されている。

ローレンツ型IIB行列模型における「時間発展」

Kim-J.N.-Tsuchiya
PRL 108 (2012) 011601



$$t = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n \alpha_{\nu+a}$$

バンド対角的構造の出現

$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における状態

ウィック回転のパラメタを導入

$$S = N\beta e^{-i\frac{\pi}{2}(1-s)} \left\{ \frac{1}{2} e^{-ik\pi} \text{tr} [A_0, A_i]^2 - \frac{1}{4} \text{tr} [A_i, A_j]^2 \right\}$$

↑ worldsheet,
↑ target space上のウィック回転

赤外 カットオフ

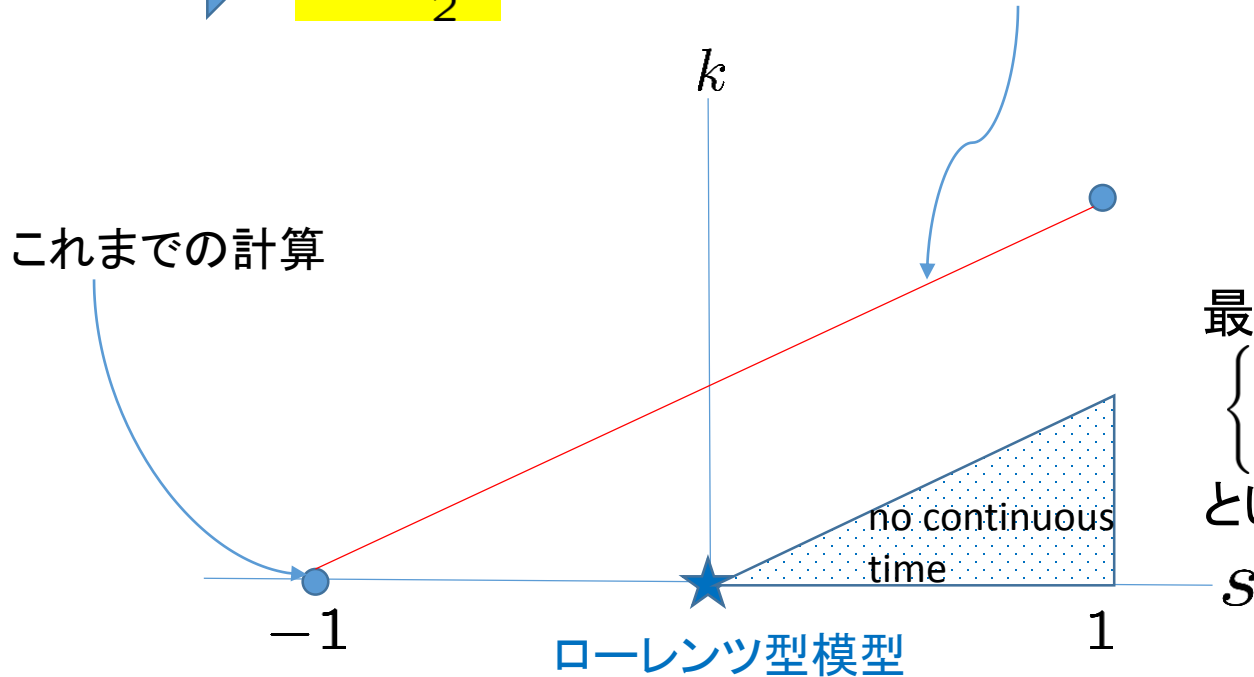
$$\frac{1}{N} \text{tr} (A_0)^2 = \kappa$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} (A_i)^2 = 1$$

第一項は $e^{-i\frac{\pi}{2}(1-s)} e^{-ik\pi} = -1$ とすることにより実正にできる

➡ $k = \frac{1+s}{2}$

この場合に限定して調べることにする。



最終的には、

$$\begin{cases} 1) N \rightarrow \infty \\ 2) (s, k) \rightarrow (0, 0) \end{cases}$$

という極限をとる必要有。

2. 複素ランジュバン法

複素ランジュバン法

Parisi ('83), Klauder ('83)

$$Z = \int dx w(x)$$

複素

力学変数を複素化して、(仮想的な)時間発展を考える

$$z^{(\eta)}(t) = x^{(\eta)}(t) + i y^{(\eta)}(t)$$

時間発展を定義する「複素ランジュバン方程式」

$$\frac{d}{dt} z^{(\eta)}(t) = v(z^{(\eta)}(t)) + \eta(t)$$

ガウス型のノイズ
probability $\propto e^{-\frac{1}{4} \sum_t \eta(t)^2}$

$$\langle \mathcal{O} \rangle \stackrel{?}{=} \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \mathcal{O}(z^{(\eta)}(t)) \rangle_{\eta}$$

注：ドリフト項 $v(x) \equiv \frac{1}{w(x)} \frac{\partial w(x)}{\partial x}$ と オブザーバブル $\mathcal{O}(x)$ を、
複素変数に対して定義するには、解析接続を用いることが重要。

変数の複素化の際、時間に順序をどう入れるか？

$$Z = \int dA_0 dA_i e^{-S} = \int d\alpha dA_i \Delta(\alpha) e^{-S}$$

$$A_0 = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_N)$$

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N$$

$$\Delta(\alpha) = \prod_{a>b} (\alpha_a - \alpha_b)^2 : \text{ van der Monde determinant}$$

変数を複素化する前に、次のような変数変換を行なうことにより、時間に順序を入れる。

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = e^{\tau_1}, \quad \alpha_3 = e^{\tau_1} + e^{\tau_2}, \quad \dots, \quad \alpha_N = \sum_{a=1}^{N-1} e^{\tau_a},$$

τ_a ($a = 1, \dots, N-1$) を複素化する。

複素ランジュバン方程式

赤外カットオフを表す拘束は、適切なポテンシャルを用いて課す。

$$\begin{aligned}\frac{1}{N}\text{tr}(A_0)^2 &= \kappa \\ \frac{1}{N}\text{tr}(A_i)^2 &= 1\end{aligned}$$



$$S_{\text{pot}} = \frac{1}{p}\gamma_s \left(\frac{1}{N}\text{tr}(A_i)^2 - 1 \right)^p + \frac{1}{p}\gamma_t \left(\frac{1}{N}\text{tr}(A_0)^2 - \kappa \right)^p$$

ここでは $p = 4$ を用いた。

有効作用:
$$S_{\text{eff}} = N\beta e^{-i\frac{\pi}{2}(1-s)} \left\{ \frac{1}{2}e^{-ik\pi}\text{tr}[A_0, A_i]^2 - \frac{1}{4}\text{tr}[A_i, A_j]^2 \right\} \\ + \frac{1}{p}\gamma_s \left(\frac{1}{N}\text{tr}(A_i)^2 - 1 \right)^p + \frac{1}{p}\gamma_t \left(\frac{1}{N}\text{tr}(A_0)^2 - \kappa \right)^p \\ - \log \Delta(\alpha) - \sum_{a=1}^{N-1} \tau_a$$

τ_a を複素変数、
 A_i を一般の複素行列として扱い、
右の複素ランジュバン方程式
を数値的に解く。

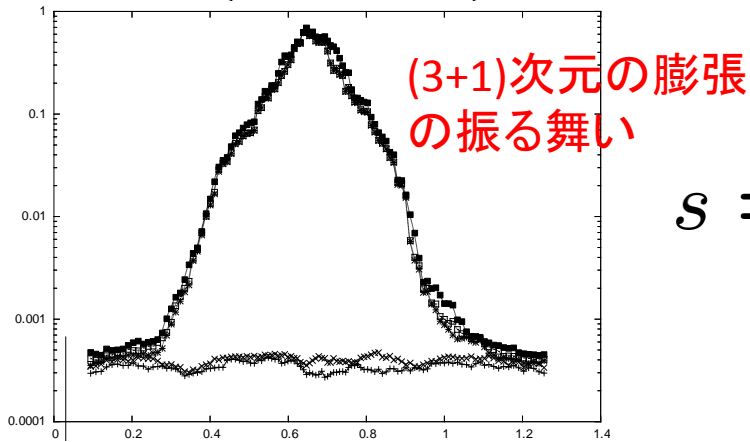
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\tau_a}{dt} &= -\frac{\partial S_{\text{eff}}}{\partial \tau_a} + \eta_a \\ \frac{d(A_i)_{ab}}{dt} &= -\frac{\partial S_{\text{eff}}}{\partial (A_i)_{ba}} + (\eta_i)_{ab} \end{aligned} \right.$$

まずはフェルミオンは無視し、10次元の代わりに6次元を考慮することで、計算コストを抑えて調べてみる。

3. 結果

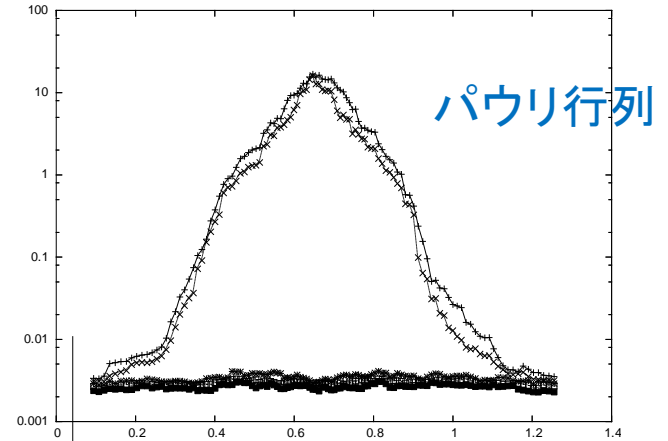
$s = -1$ v.s. $s \sim 0$

$T_{ij}(t) = \frac{1}{n} \text{tr} \left\{ \bar{A}_i(t) \bar{A}_j(t) \right\}$ の固有値

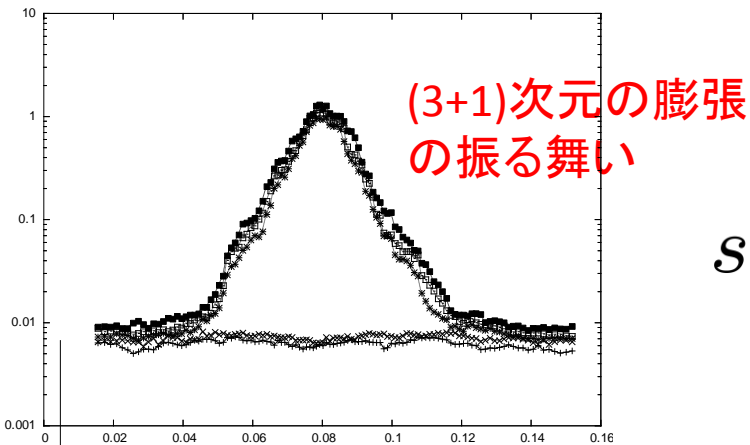


$s = -1$

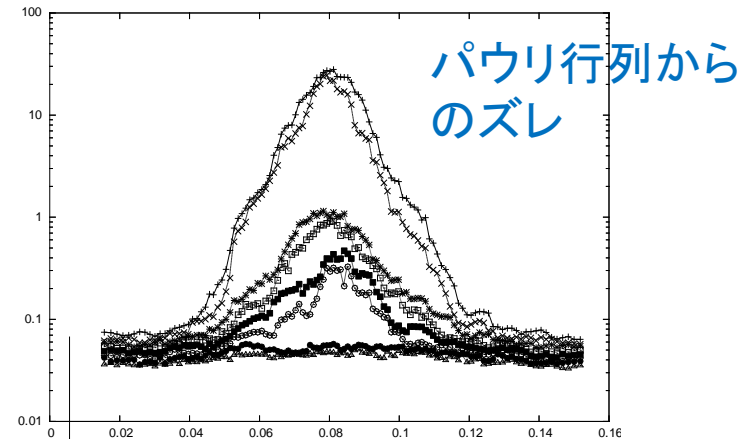
$Q = \sum_{i=1}^5 \left\{ \bar{A}_i(t) \right\}^2$ の固有値



$N = 128$, $\kappa = 0.13$, $\beta = 2$, $(s, k) = (-1, 0)$, $n = 16$



$s \sim 0$



$N = 128$, $\kappa = 0.0037$, $\beta = 32$, $(s, k) = (0.0076, 0.5038)$, $n = 16$

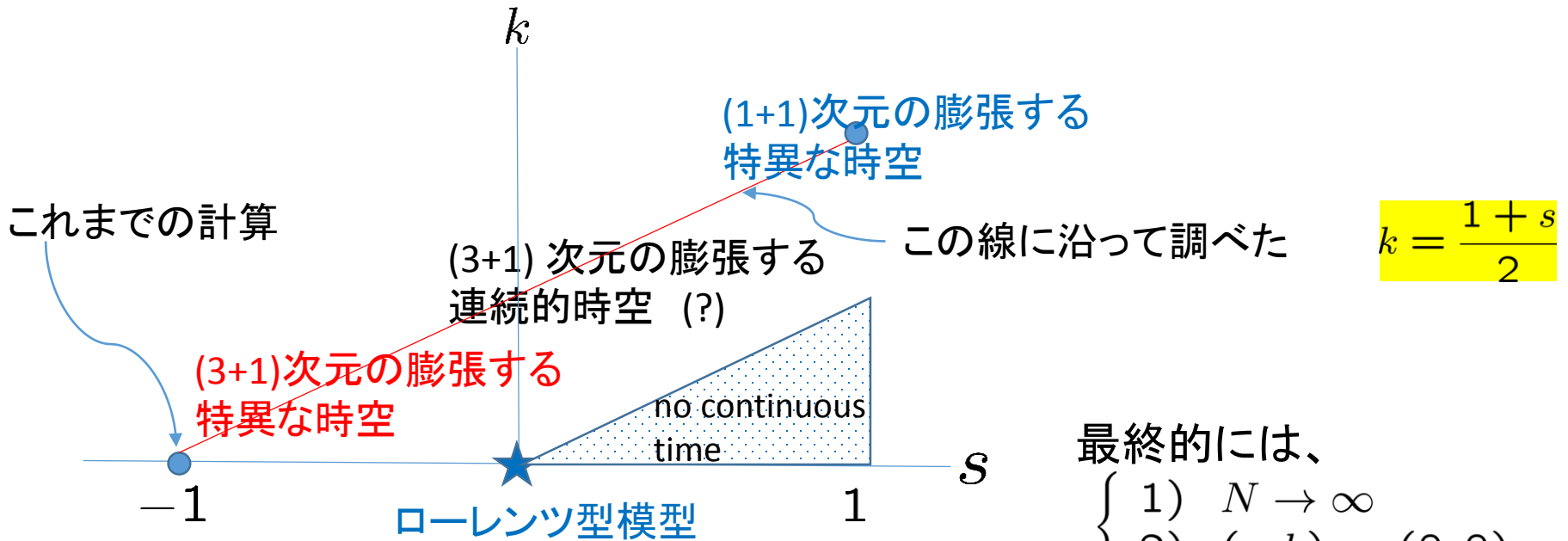
4. まとめと展望

まとめ

一般化されたローレンツ型IIB行列模型

$$S = N\beta e^{-i\frac{\pi}{2}(1-s)} \left\{ \frac{1}{2} e^{-ik\pi} \text{tr} [A_0, A_i]^2 - \frac{1}{4} \text{tr} [A_i, A_j]^2 \right\}$$

$$\text{赤外カットオフ: } \frac{1}{N} \text{tr} (A_0)^2 = \kappa, \quad \frac{1}{N} \text{tr} (A_i)^2 = 1$$



最終的には、

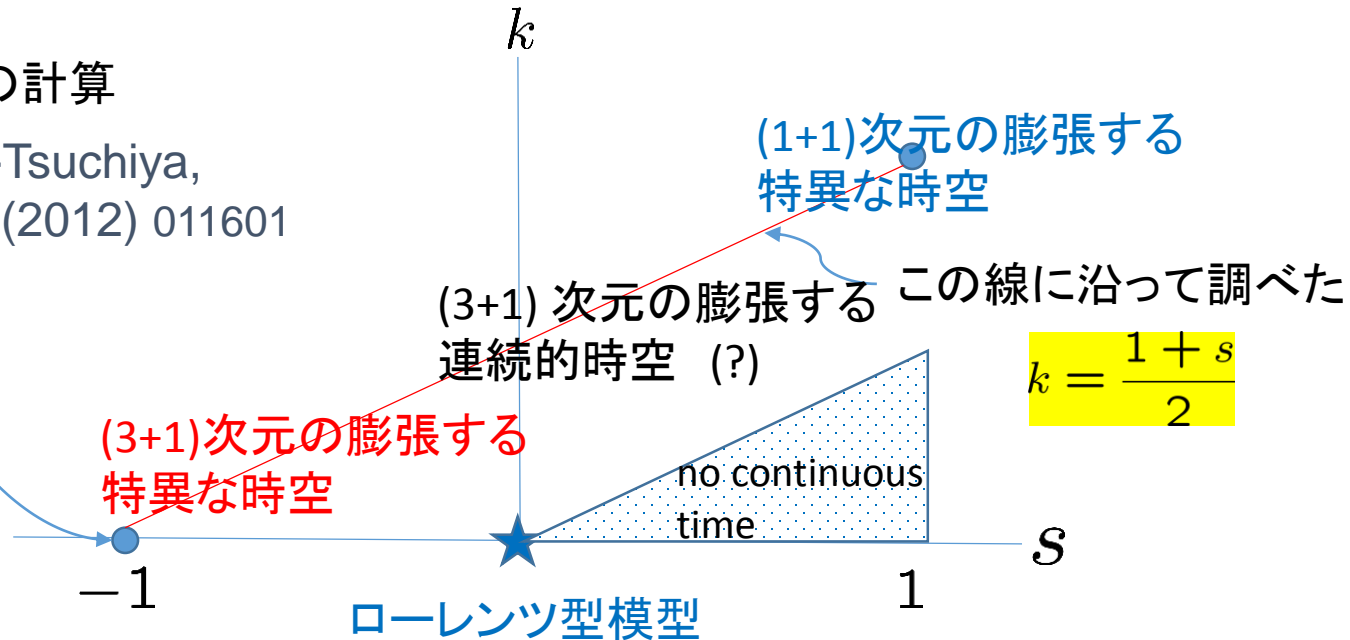
- 1) $N \rightarrow \infty$
- 2) $(s, k) \rightarrow (0, 0)$

という極限をとる必要有。

展望

これまでの計算

Kim-J.N.-Tsuchiya,
PRL 108 (2012) 011601



- $k=(1+s)/2$ の線から離れて $k=0$ に近づけていくと、行列のエルミート性が悪くなり、シミュレーションが不安定に。

行列サイズ N を大きくすることにより、目標の $(s,k)=(0,0)$ に近づけると期待。そのとき、(3+1)次元の連続的な膨張宇宙が現れるか？

標準模型が低エネルギーに現れるような、余剰次元の構造が得られるか？

参考：有限密度QCDへの応用

Nagata-J.N.-Shimasaki : arXiv:1805.03964 [hep-lat]

Ito-Matsufuru-J.N.-Shimasaki-Tsuchiya-Tsutsui, work in progress

