

2+3体力による原子核の第一原理的計算

東大CNS 宮城宇志

導入・背景

◆ 原子核の構造・反応を核子の自由度から理解したい

❖ 主要な課題

❖ 核力

核子(複合粒子)間の相互作用の決定は未解決。HALQCDによる定量的な核力の導出に期待。

❖ 多体問題

原子核は、有限個の構成粒子からなる相互作用のある量子多体系。多体シュレーディンガー方程式を解かなければならない。

❖ 現状

❖ 核力：カイラル有効場理論(χ EFT)から導出。多体計算手法に応用するために、くりこみ群の手法(V-lowk, SRGなど)を使用。

❖ 多体問題：第一原理的な計算手法が発展してきている。

Outline

- ◆ 導入・背景
- ◆ ハミルトニアン
- ◆ 多体計算手法
- ◆ 計算結果

Outline

◆ 導入・背景

◆ ハミルトニアン

◆ 多体計算手法

◆ 計算結果

ハミルトニアン

◆ カイラル有効場理論(χ EFT)

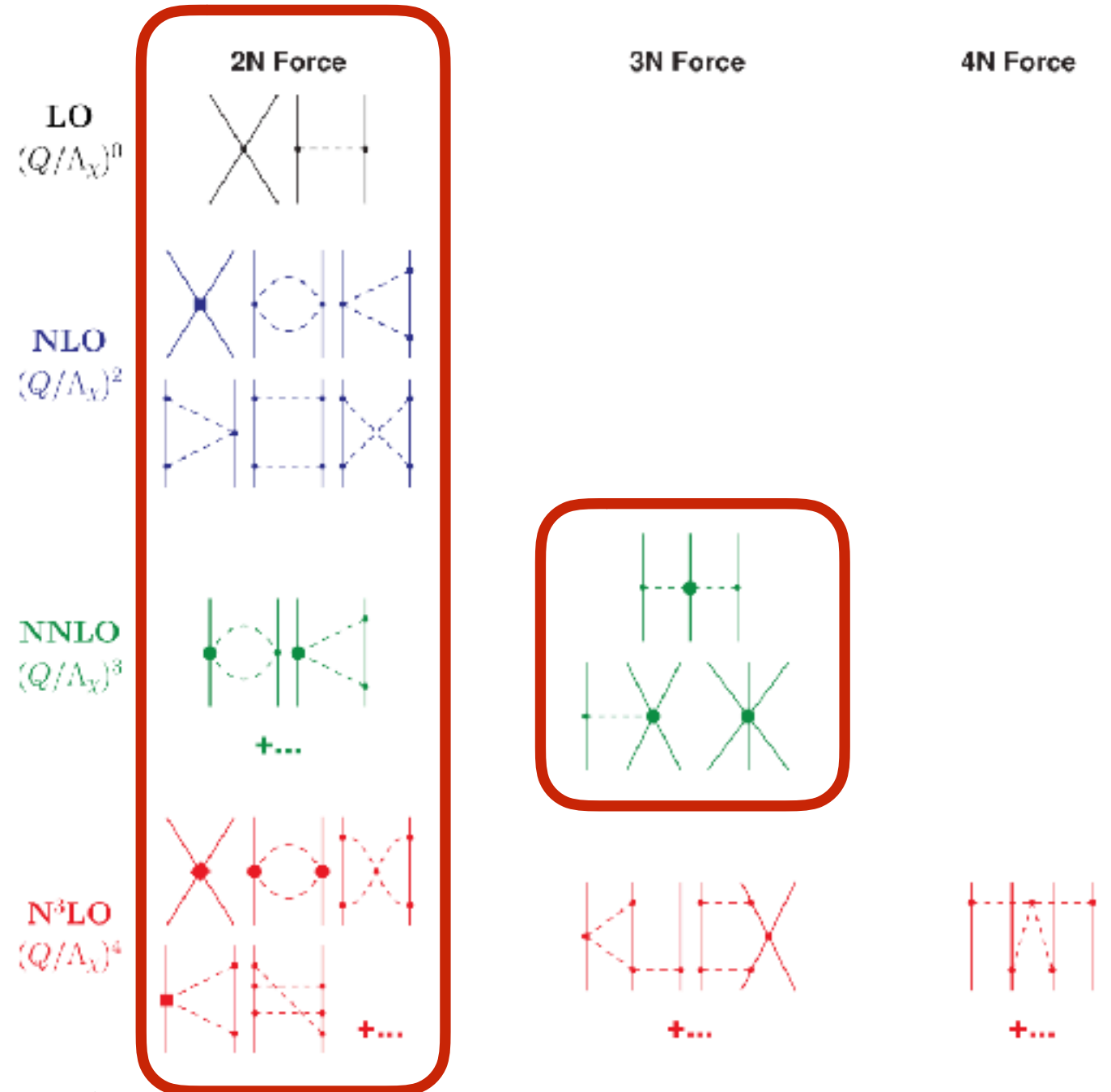
Weinberg, van Kolck, Kaiser, Epelbaum, Glöckle, Meißner, Entem, Machleidt, ...

❖ QCDの低エネルギー有効場理論

❖ 摂動の高次項を考慮することで系統的な改善が期待される

❖ 摂動の高次で多体力が系統的に得られる。

❖ 結合定数は2体散乱位相差などの実験値を再現するように決められる。



ハミルトニアン

- ◆ 得られた核力は”硬く”、直接多体計算に用いるのは難しい。相似繰り込み群 (SRG)変換を用いて”柔らかい”相互作用に変換する。

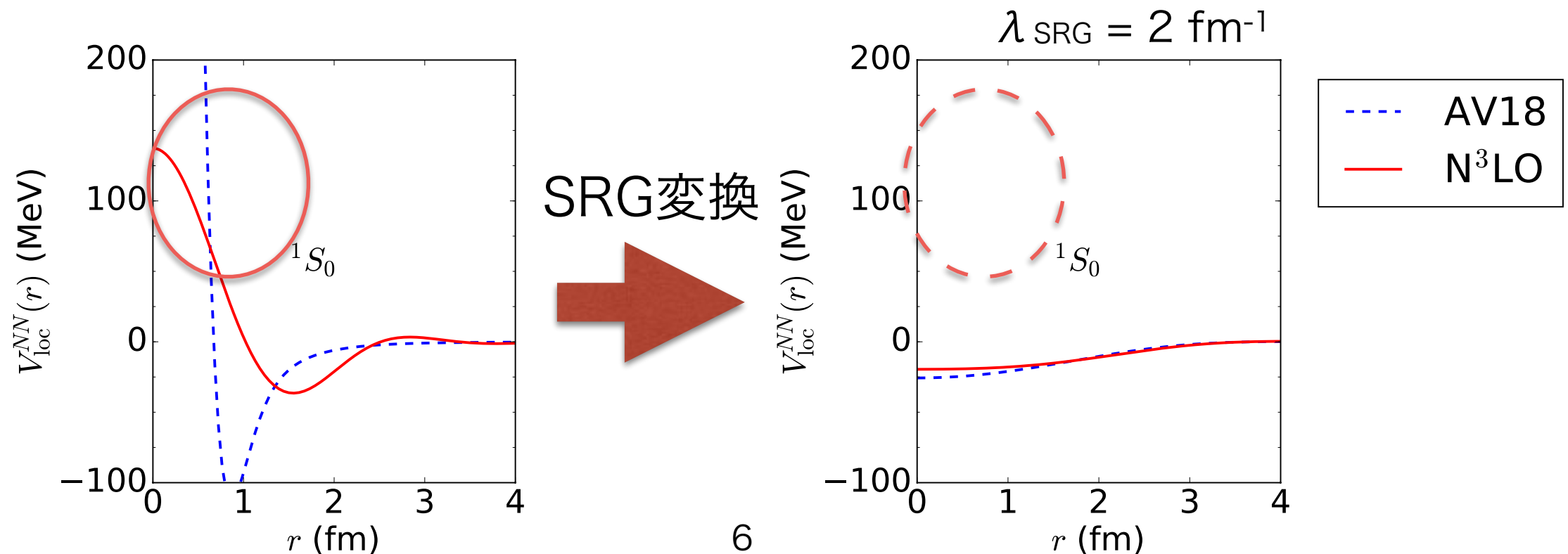
S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and R. J. Perry, PRC **75**, 061001 (2007).

$$\frac{dH(s)}{ds} = [\eta(s), H(s)] \quad H(s) = U^\dagger(s) H U(s) \quad \frac{dU(s)}{ds} = -\eta(s) U(s)$$

s : resolution scale in unit of fm^4

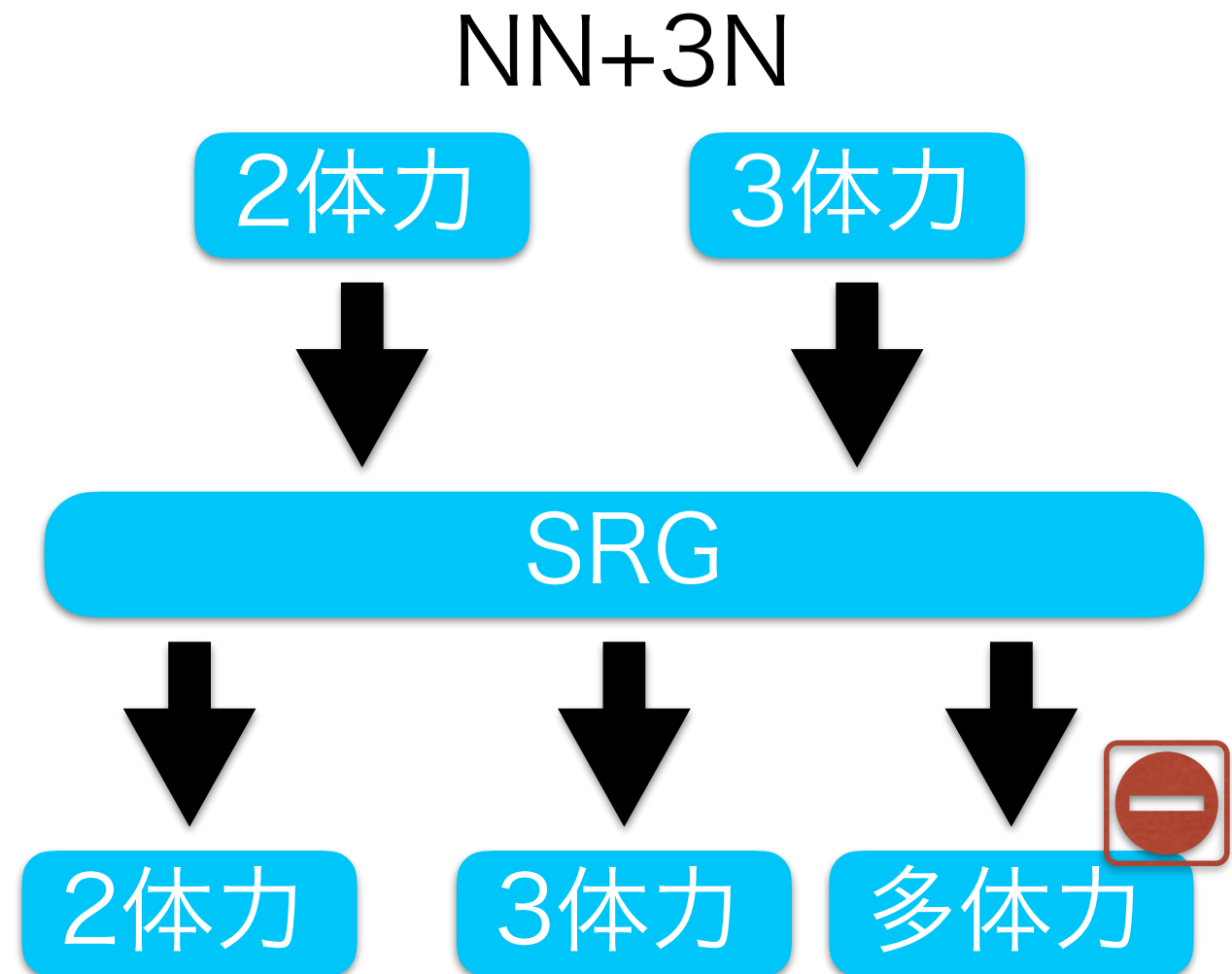
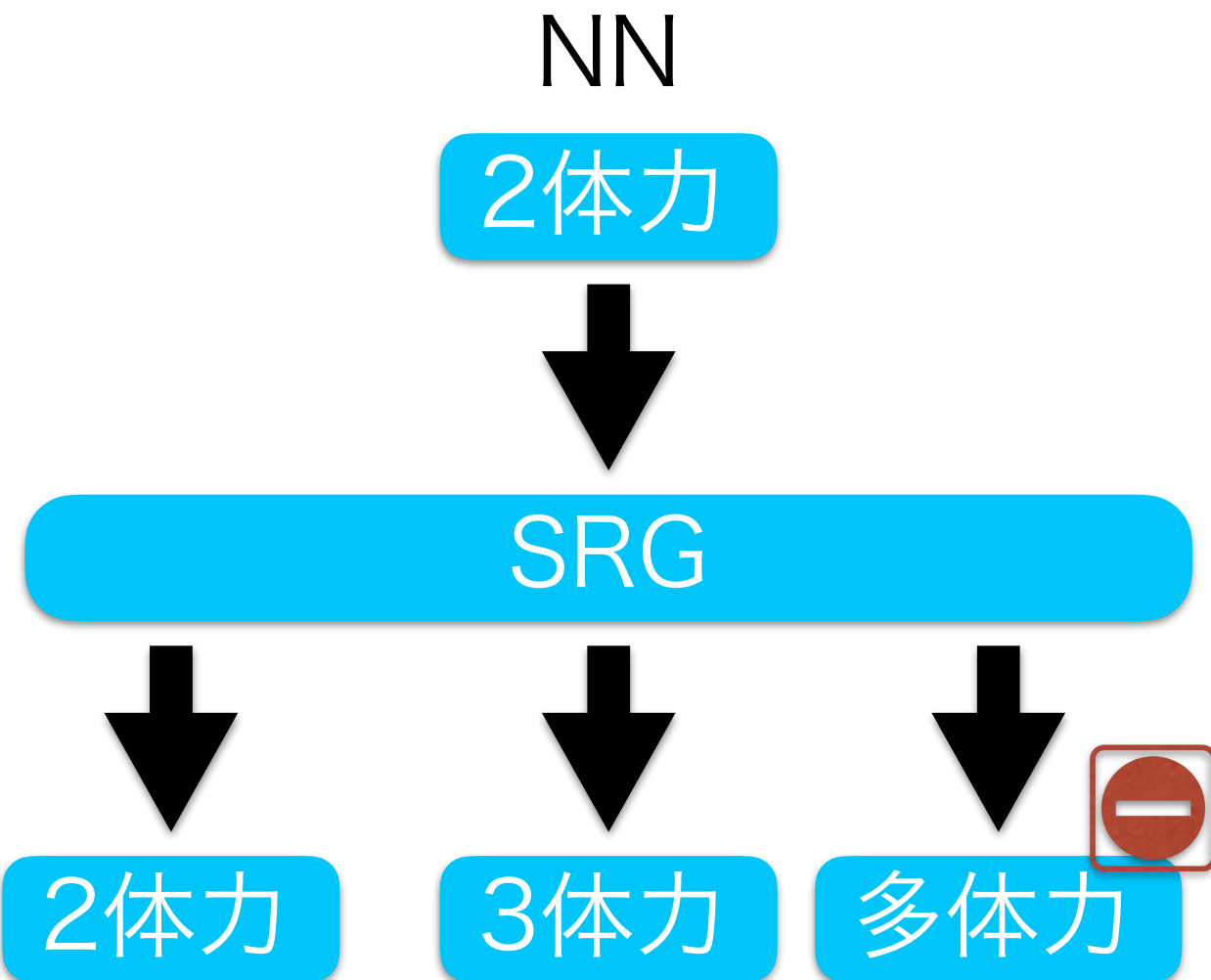
λ : momentum scale $s^{-1/4}$

- ◆ 2体力のSRG変換(1S_0 channel)



ハミルトニアン

- ◆ SRG変換によって多体力が現れる。現状、3体力までを考慮する。



E. D. Jurgenson, P. Navratil, and R. J. Furnstahl, PRL **103**, 082501 (2009).

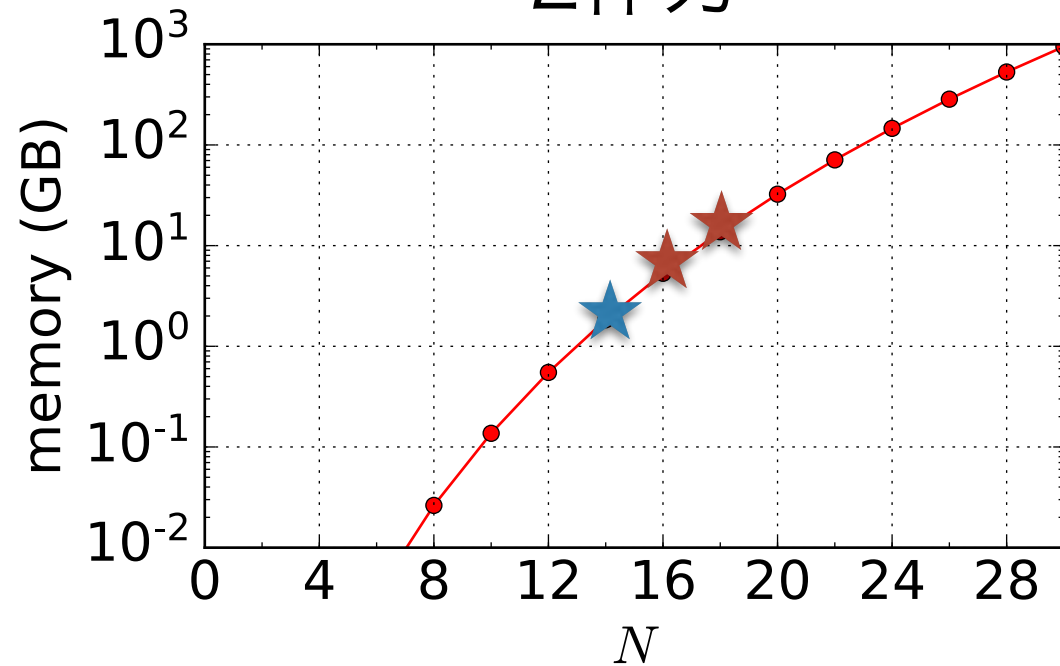
E. D. Jurgenson, P. Navratil, and R. J. Furnstahl, PRC **83**, 034301 (2011).

...

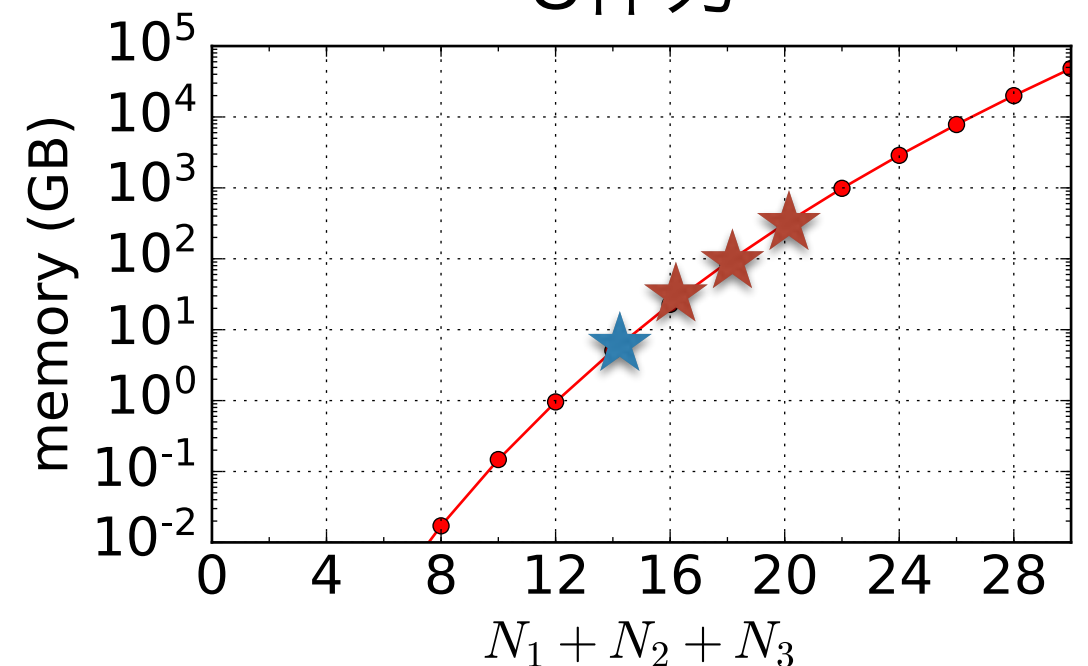
ハミルトニアン

◆ 行列要素と必要メモリ

2体力



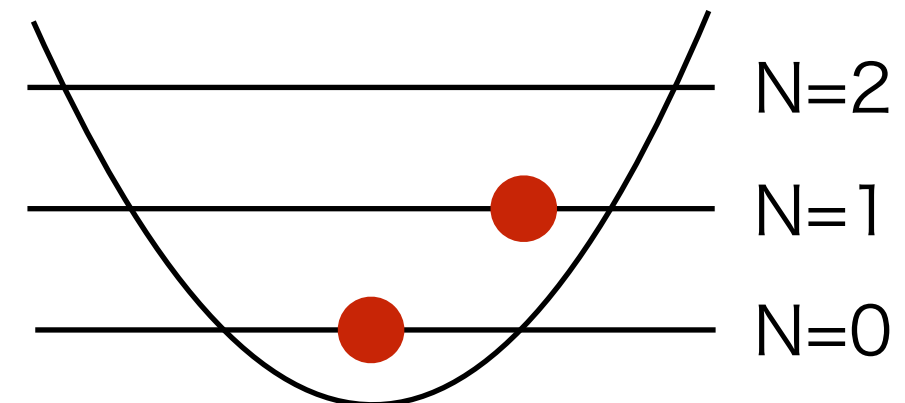
3体力



★ 現段階の計算(OやCaの領域)

★ 今後の(NiやSnの領域)目標

N: 調和振動子基底の主量子数

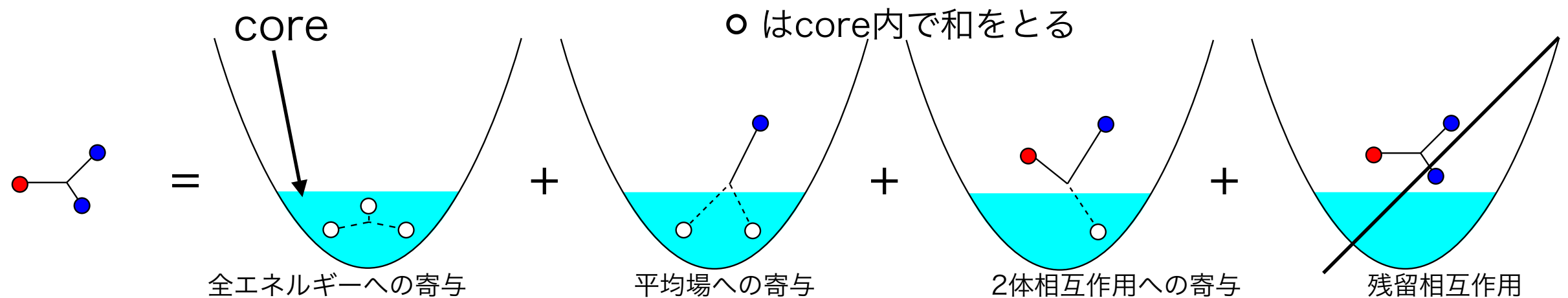


ハミルトニアン

R. Roth et al., PRL 109 (2012).
S. Binder et al., PRC 87 (2013).
...

- ◆ 現段階で得られているハミルトニアン $H = \sum_i t_i + \sum_{i<j} v_{ij} + \sum_{i<j<k} v_{ijk}$

- ◆ 多体計算において3体力を直接的に取り扱うことは困難。3体力の主要な部分を取り込む(正規順序積2体近似)。



- ◆ 3体力の主要な効果を取り込んだ2体ハミルトニアン $H = W_0 + \sum_i t'_i + \sum_{i<j} v'_{ij}$

Outline

◆ 導入・背景

◆ ハミルトニアン

◆ 多体計算手法

◆ 計算結果

多体計算手法

- ◆ ab initio計算手法

- ❖ 低エネルギーの原子核理論におけるab initio計算手法の定義

- ❖ 系を構成するすべての核子の自由度を陽に扱う

- ❖ 用いる近似は制御可能であり、結果の系統的な改善が可能である

多体計算手法

◆ ab initio計算手法

- ❖ 少数系解法(Faddeev方程式, Faddeev-Yakovsky方程式など)
- ❖ Green's Function Monte Carlo
- ❖ No-Core Shell Model
- ❖ No-Core Monte Carlo Shell Model
- ❖ Nuclear Lattice Effective Field Theory

核子数20くらいまで

-
- ❖ Coupled-Cluster Method
 - ❖ Self-Consistent Green's Function Method
 - ❖ In-Medium Similarity Renormalization Group Approach
 - ❖ Unitary-Model-Operator Approach (UMOA)
 - ❖ ...

閉殻近傍

◆ UMOAを用いた中重核の計算を行う。

ユニタリ模型演算子法(UMOA)

TM, T. Abe, R. Okamoto, T. Otsuka PRC 2017.

- ◆ 多体シュレーディンガー方程式を解くことが目標

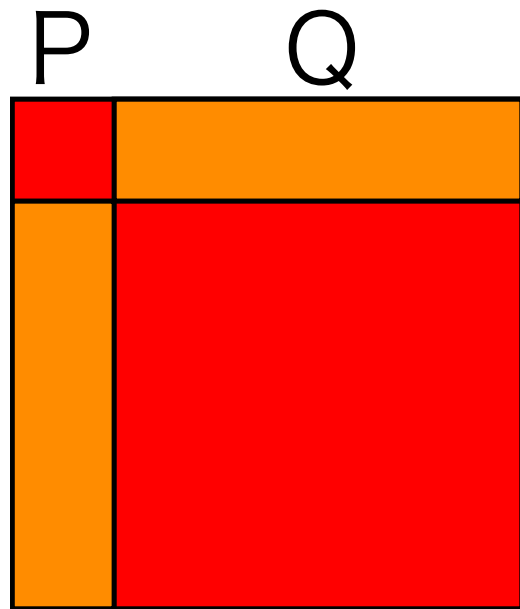
$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

$$H = \sum_i^A t_i + \sum_{i<j}^A v_{ij}$$

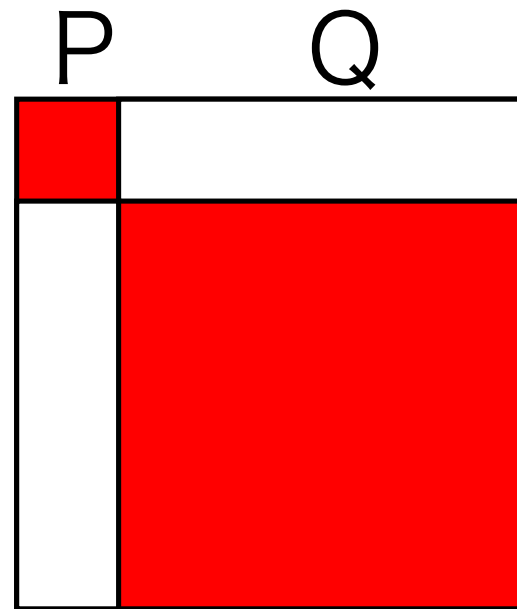
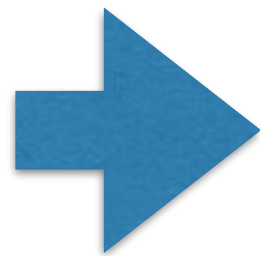
$$(U^\dagger H U)(U^\dagger |\Psi\rangle) = E(U^\dagger |\Psi\rangle)$$

近似なし

$$\tilde{H}|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle$$



H



$\tilde{H} = U^\dagger H U$

UMOAでのUの選び方

$$U = e^{S^{(1)}} e^{S^{(2)}} \dots e^{S^{(A)}}$$

$S^{(n)}$ は反エルミートn体演算子
Okubo-Lee-Suzukiの手法に
よって求める

ユニタリ模型演算子法(UMOA)

TM, T. Abe, R. Okamoto, T. Otsuka PRC 2017.

- ◆ 多体シュレーディンガー方程式を解くことが目標

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

$$H = \sum_i^A t_i + \sum_{i<j}^A v_{ij}$$

$$(U^\dagger H U)(U^\dagger |\Psi\rangle) = E(U^\dagger |\Psi\rangle)$$

近似なし

$$\tilde{H}|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle$$

$$U = e^{S^{(1)}} e^{S^{(2)}} \dots e^{S^{(A)}}$$

$$U \sim e^{S^{(1)}} e^{S^{(2)}}$$

近似

ハミルトニアンも2体の範囲で扱う

- ◆ 観測量

$$\mathcal{O} = \langle \Phi | U^\dagger \mathcal{O} U | \Phi \rangle$$

Outline

◆ 導入・背景

◆ ハミルトニアン

◆ 多体計算手法

◆ 計算結果

Setup

- ◆ 数値計算について

- ❖ 核力

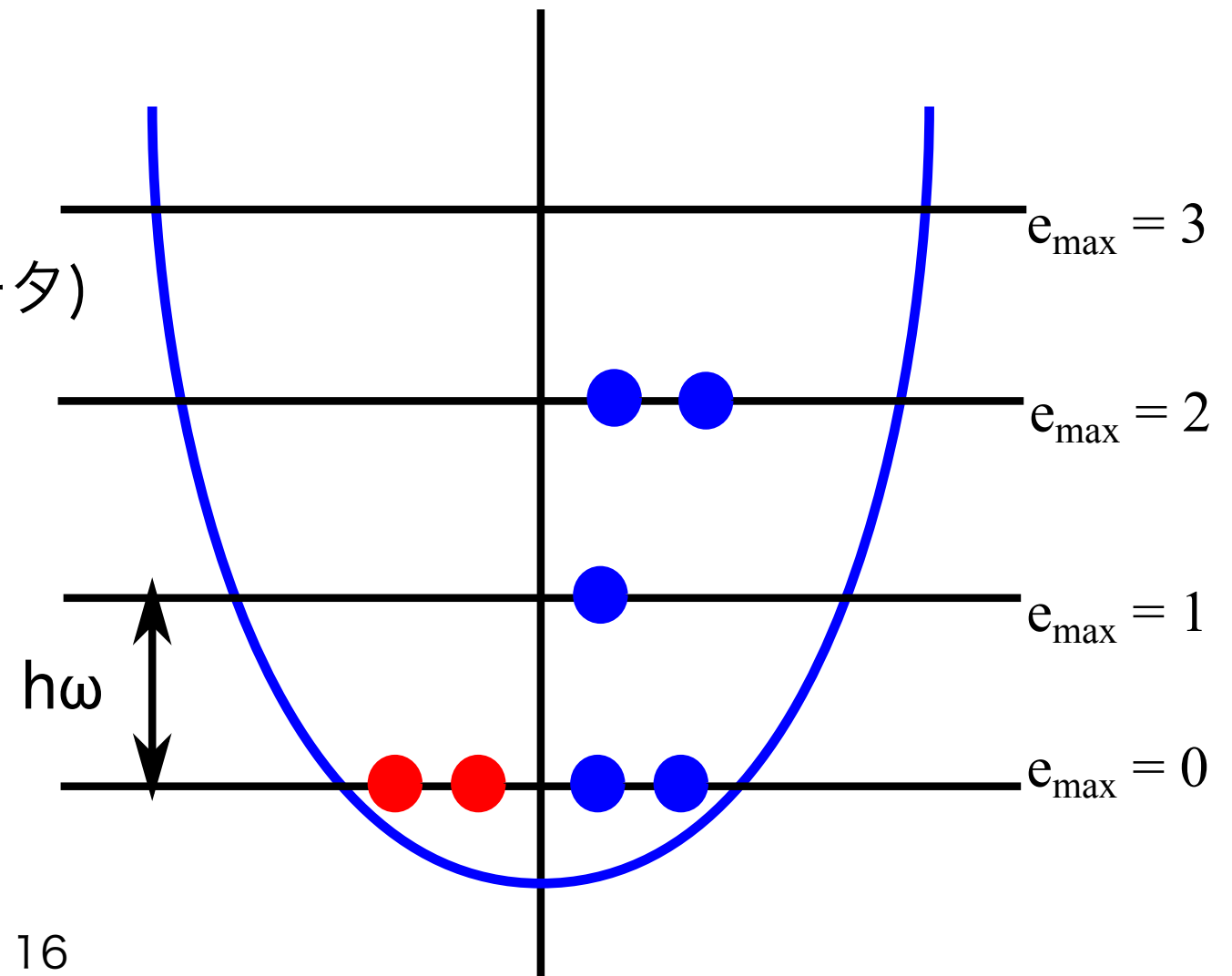
- ❖ χ EFTによるNN (N^3 LO)と3N(N^2 LO)相互作用をSRG変換

- ❖ 基底関数

- ❖ 調和振動子基底($h\omega$ がパラメータ)

- ❖ 模型空間

- ❖ e_{\max} で定義



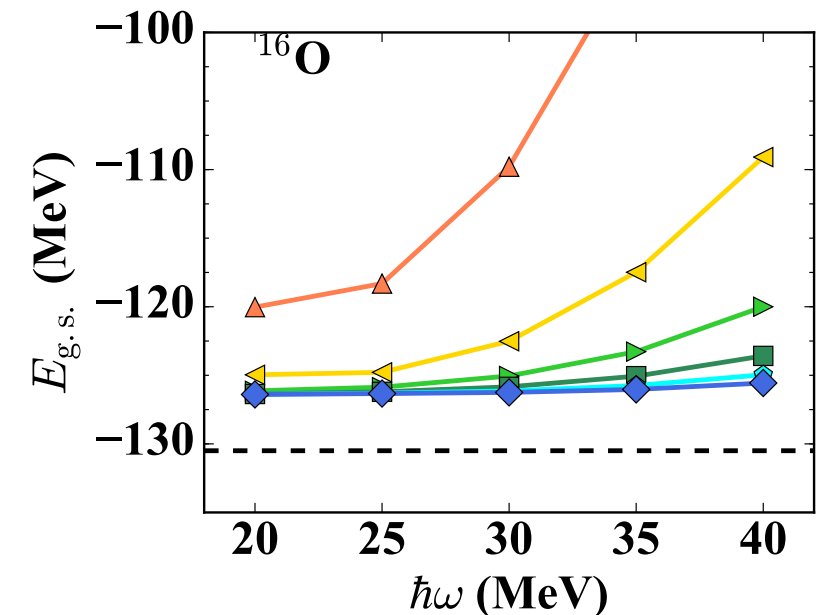
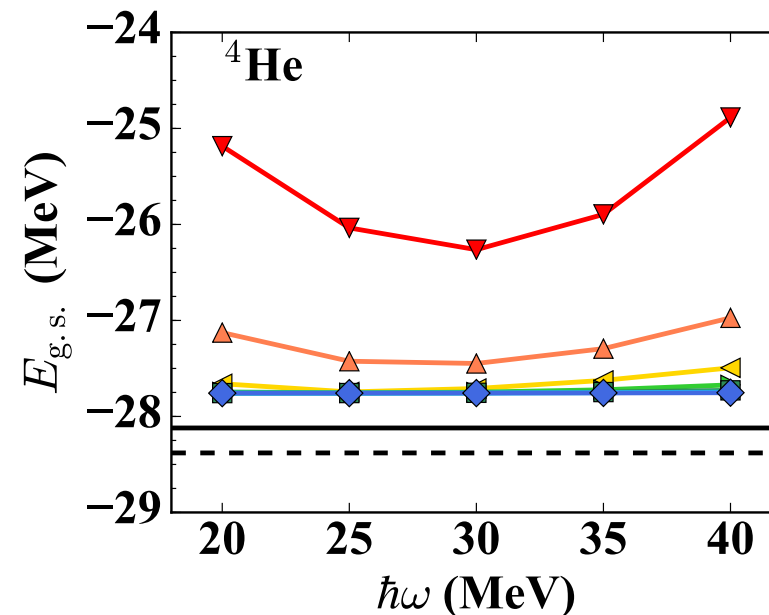
数値計算の収束性

基底状態エネルギー

NN+3N ($\lambda=2 \text{ fm}^{-1}$)

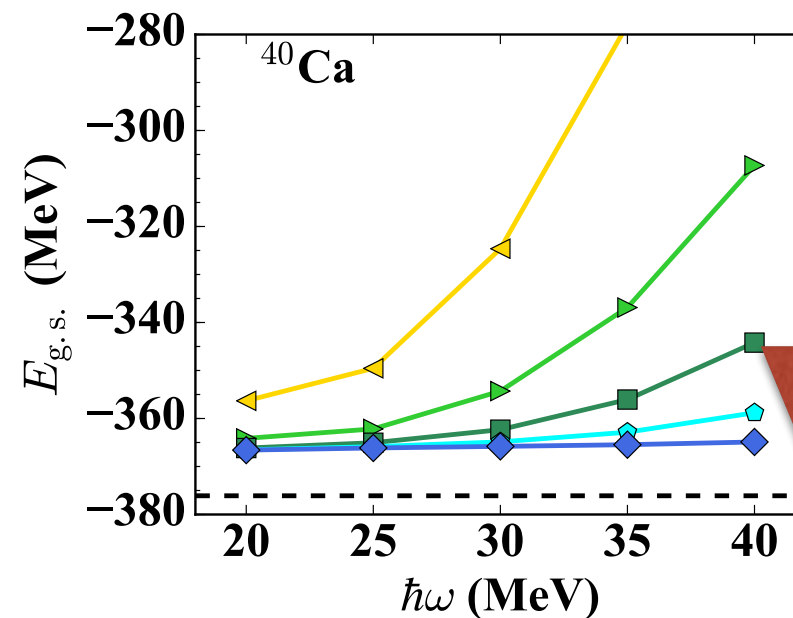
◆ 収束性

- ❖ 2つのパラメータ ($\hbar\omega$, e_{max}) の依存性を調べる
 $\rightarrow (\hbar\omega, e_{\text{max}})$ に依存しなくなればok



◆ 他の手法との比較

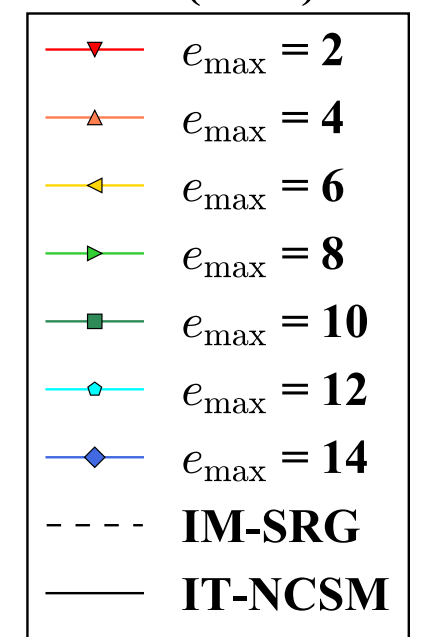
- ❖ 同じ相互作用を用いた他の多体計算手法での結果と数%の範囲内で一致している



小

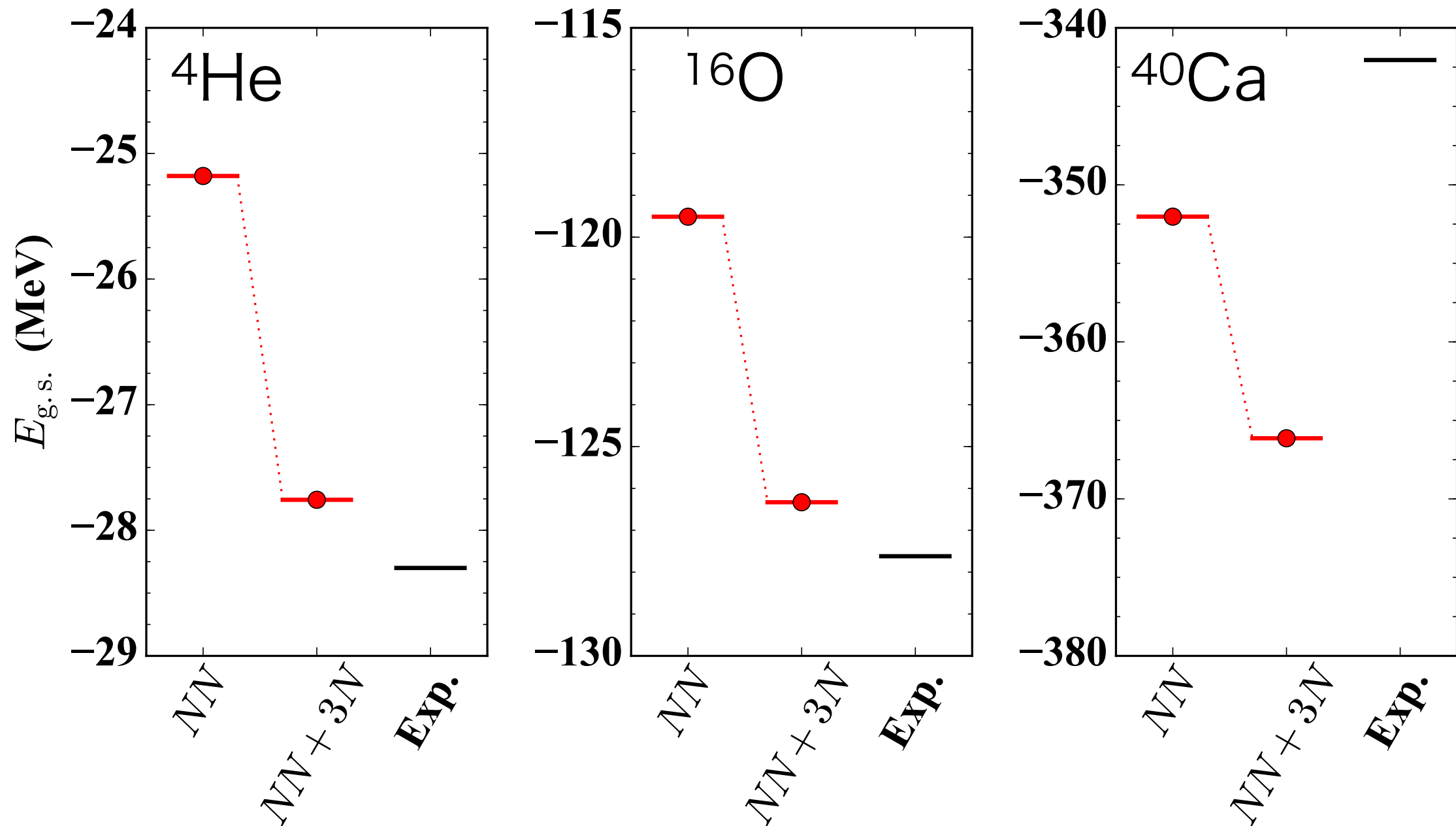
e_{max}

大



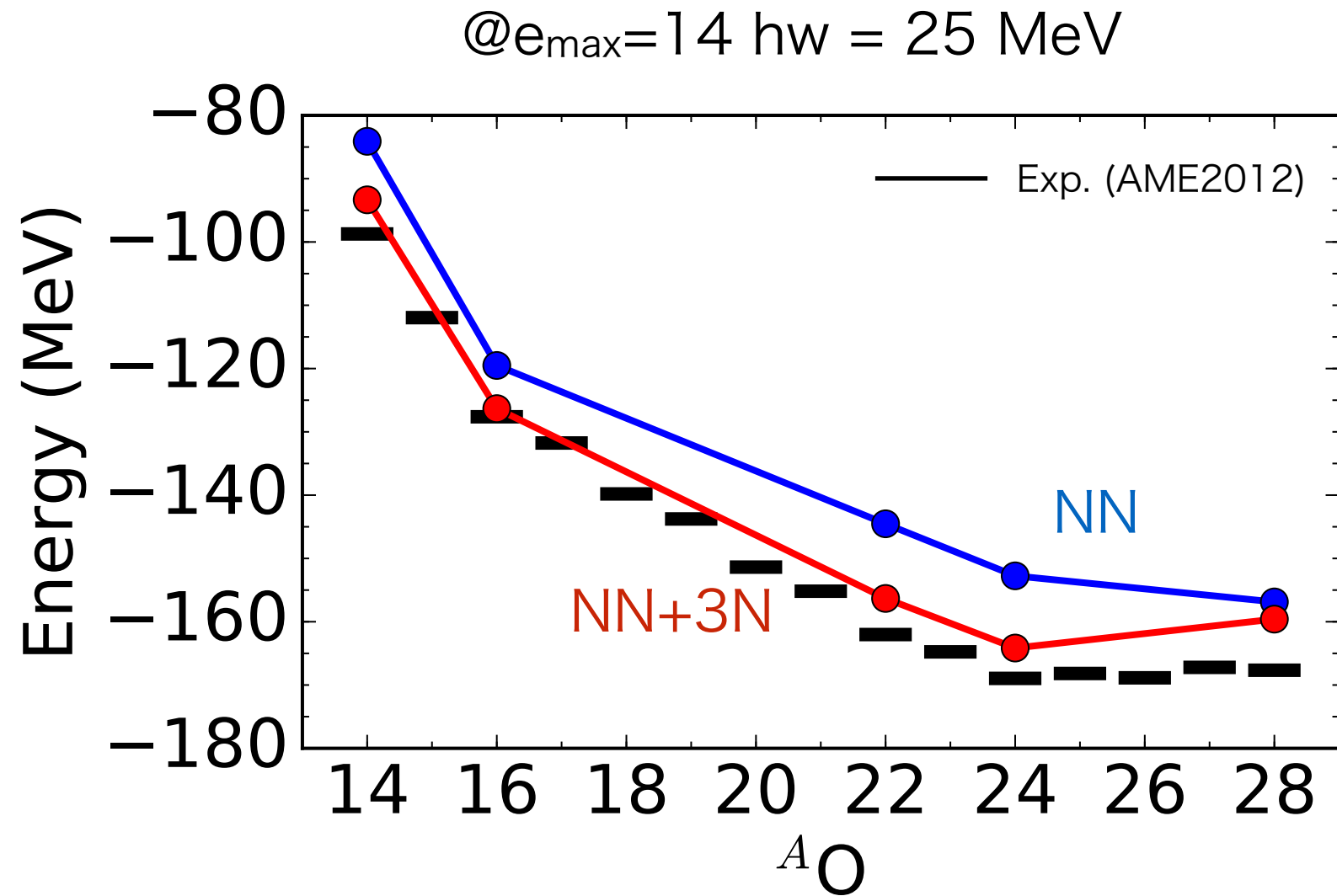
3体力効果

@ $e_{\max}=14$ hw = 25 MeV

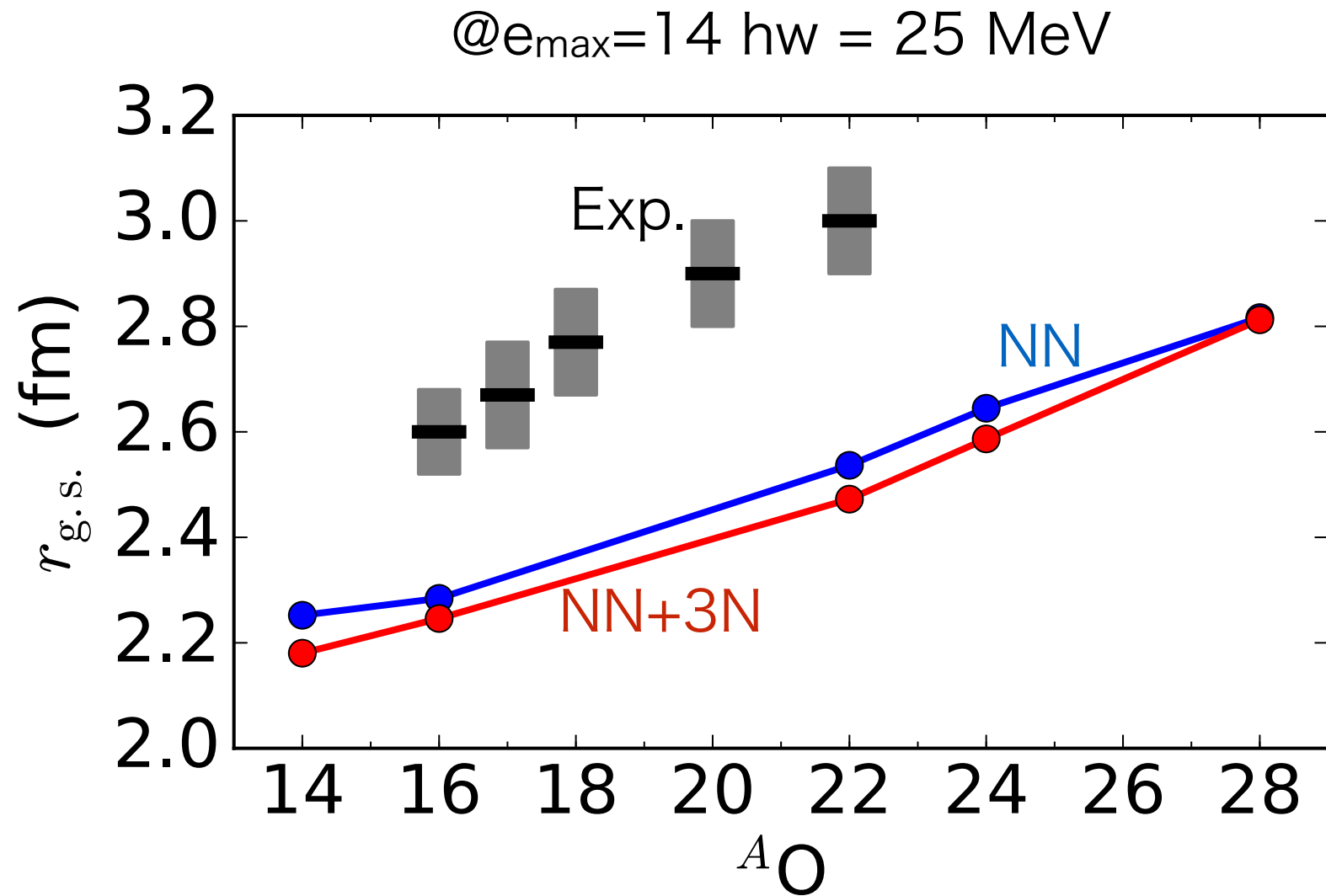


3体力は引力的

酸素同位体の基底状態エネルギー



酸素同位体の半径



核力についてより詳細な理解が必要

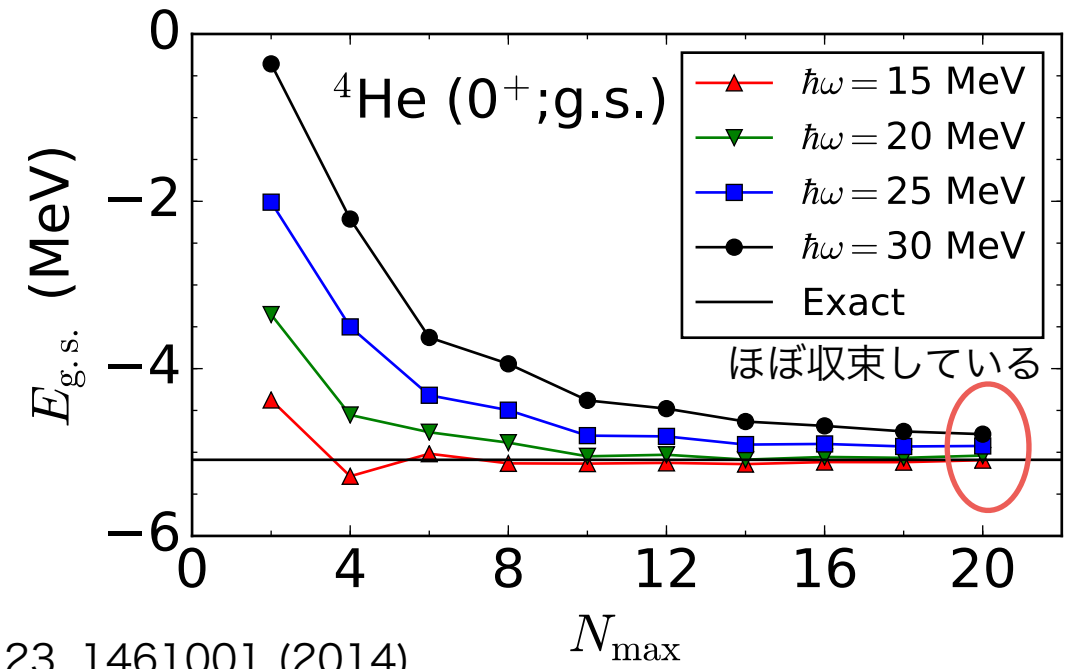
Exp.: V. Lapoux, et al, Phys. Rev. Lett. **117**, 052501 (2016).

プロジェクトに関係する他の研究

- ◆ HALQCDポテンシャルによる原子核
- ◆ 3体力効果を含むNo-core Monte Carlo shell model計算
- ◆ 2+3体力ハミルトニアンから出発した多主殻にわたるshell-model計算相互作用の導出
- ◆ 新物理探索のための原子核構造計算
 - ❖ 電気双極子モーメント
 - ❖ 2重ベータ崩壊

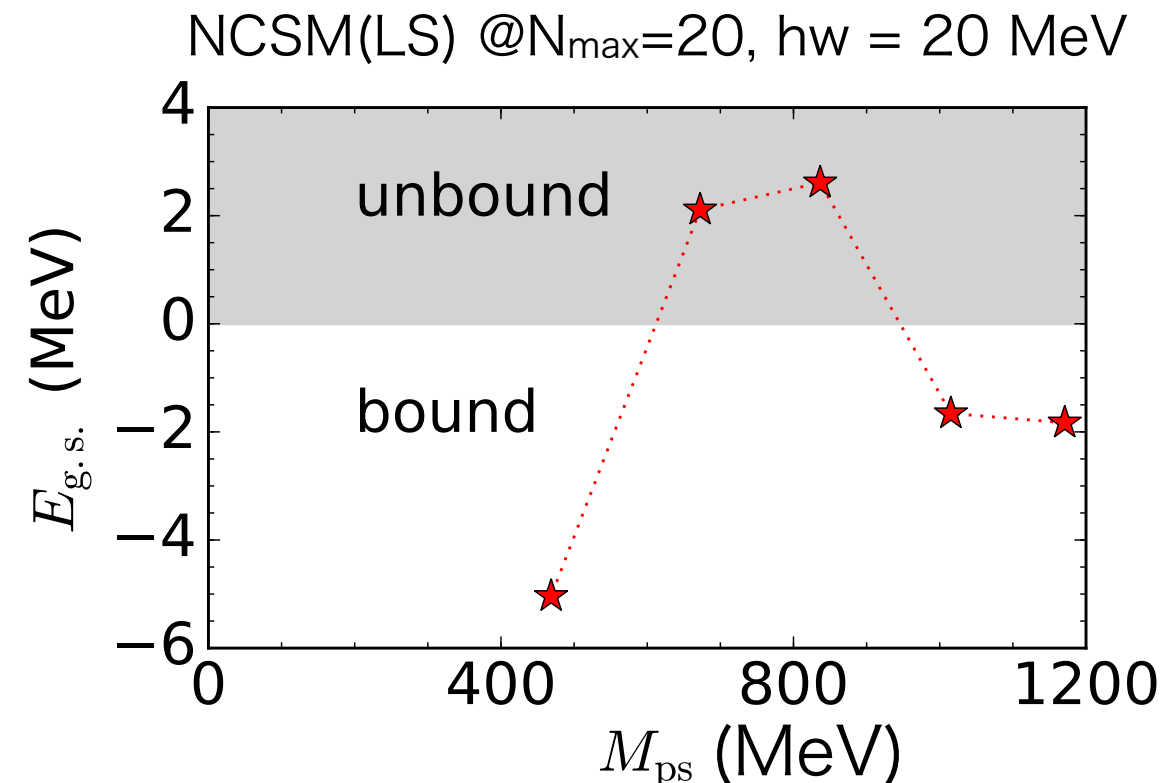
HALQCDポテンシャルによる原子核 Thanks to T. Inoue

- ◆ ^4He 基底状態エネルギー
 - ❖ Flavor SU(3) limit
 - ❖ $M_{ps} = 469 \text{ MeV}$, $M_b = 1161 \text{ MeV}$
 - ❖ No-core shell model (Lee-Suzuki)
 - ❖ Exact: taken from H. Nemura Int. J. Mod. Phys. E 23, 1461001 (2014).



N_{max} : 4体系の主量子数の最大値

- ◆ クォーク質量依存性
 - ❖ ^4He 基底状態エネルギー
 - ❖ No-core shell model (Lee-Suzuki)



* ^4He 基底状態エネルギーの実験値は -28.3 MeV

原子核の電気双極子モーメント (EDM)

- ◆ EDM演算子はP, T対称性を破る
- ◆ EDMは標準理論を超える新物理探索のプローブとなりえるため、その測定は盛んに行われている(現状では上限値のみ)。

- ◆ 多体効果により原子核EDMが増幅する可能性がある。

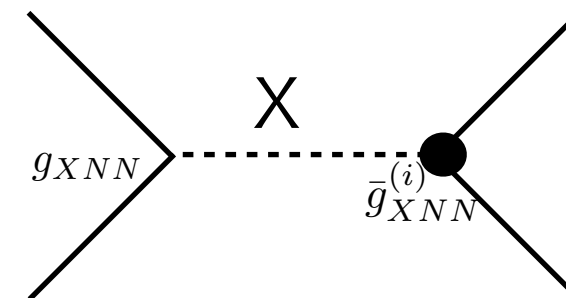
$$D^{\text{pol}} = \sum_{i=0}^2 \sum_X a_X^{(i)} \bar{G}_X^{(i)}$$

実験値 原子核構造 素粒子・ハドロン物理

$$\bar{G}_X^{(i)} = g_{XNN} \bar{g}_{XNN}^{(i)}$$

P- and T-even P- and T-odd

i = 0 : isoscalar
i = 1 : isovector
i = 2 : isotensor
X = π, η, ρ, ω



- ◆ 軽い原子核は直接対角化法(NCSM)で解くことができる。

原子核の電気双極子モーメント (EDM)

- ◆ 直接対角化法(NCSM)による軽い原子核のEDM $D^{\text{pol}} = \sum_{i=0}^2 a_{\pi}^{(i)} \bar{G}_{\pi}^{(i)}$
- ◆ AV18 potential

Nuclide	Interaction	$a_X^{(i)}$ (efm)		
		$a_{\pi}^{(0)}$	$a_{\pi}^{(1)}$	$a_{\pi}^{(2)}$
${}^2\text{H}$	AV18	–	1.41×10^{-2}	–
${}^3\text{He}$	AV18	6.89×10^{-3}	1.08×10^{-2}	1.71×10^{-2}

Consistent with the results in N. Yamanaka and E. Hiyama, Phys. Rev. C **91**, 054005 (2015).

- ◆ Chiral N³LO NN potential

Nuclide	Interaction	$a_X^{(i)}$ (efm)		
		$a_{\pi}^{(0)}$	$a_{\pi}^{(1)}$	$a_{\pi}^{(2)}$
${}^2\text{H}$	N ³ LO NN	–	1.46×10^{-2}	–
${}^3\text{He}$	N ³ LO NN	8.53×10^{-3}	1.14×10^{-2}	1.83×10^{-2}

- ◆ ${}^6\text{Li}$ のEDM計算を検討中

まとめ

- ◆ カイラル有効場理論による2, 3体力から出発し、中重核のUMOA計算を行った
- ◆ 3体力を考慮することで、酸素領域の基底状態エネルギーは実験値をほぼ再現できた。半径の計算結果は実験値よりも明らかに小さい。核力のより詳細な理解が不可欠
- ◆ 関連する研究として、HALQCDによるポテンシャルを用いた原子核の計算や、新物理探索に向けた原子核構造の計算等も行なっている。

ポスト京コンピュータに向けての課題

- ◆ 多体計算における3体力の直接的な取り扱い
- ◆ より重い領域(Ni, Snなど)へ向けた行列要素の生成