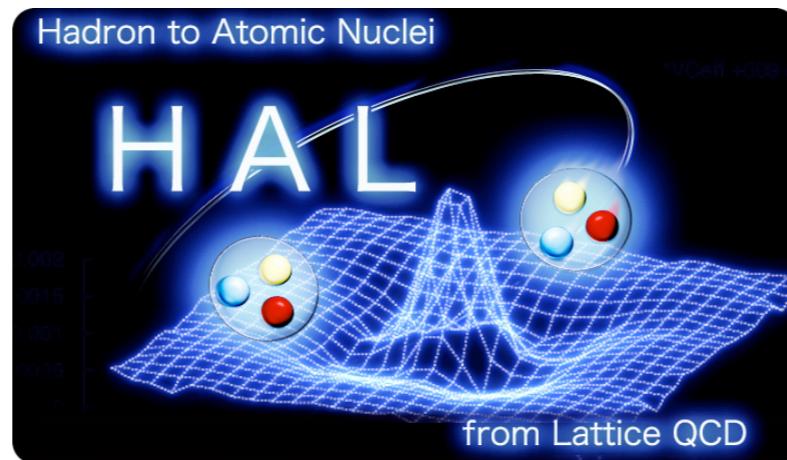


格子QCDにおけるダイバリオン研究

権業 慎也(理研)



HAL(Hadrons to Atomic nuclei from Lattice) QCD Collaboration

K.Sasaki(YITP), S. Aoki (YITP), T. Doi (RIKEN), F. Etiminan (Birjand U.),
T. Hatsuda (RIKEN), Y. Ikeda (YITP), T. Inoue (Nihon Univ.), T. Iritani (RIKEN),
N. Ishii (RCNP) ,T. Miyamoto (YITP), K. Murano (RCNP), H. Nemura (RCNP)

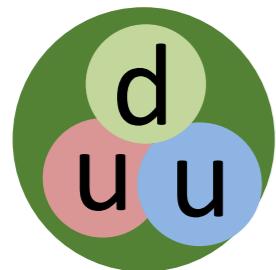
PRL, accepted
プレスリリース24日解禁

May 23, 2018@重点課題9研究報告会

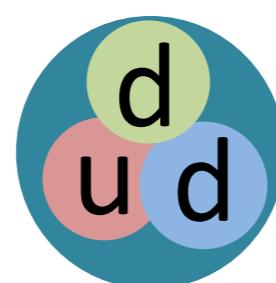
ダイバリオン=二つのバリオン（6つのクォーク）の束縛状態

バリオン ($B=1$)

陽子



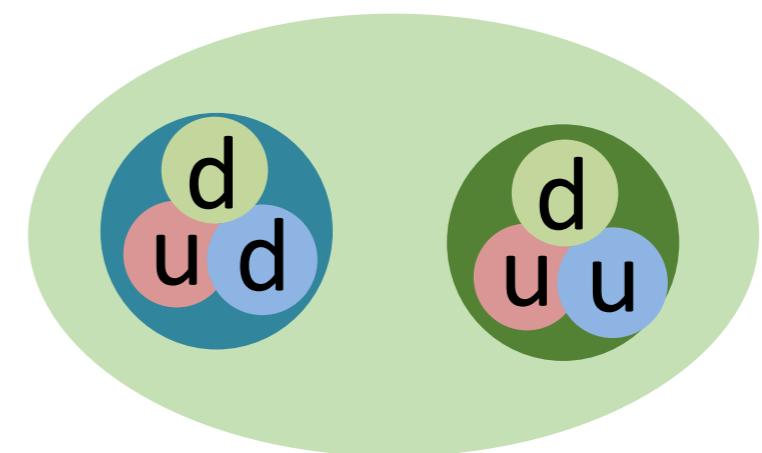
中性子



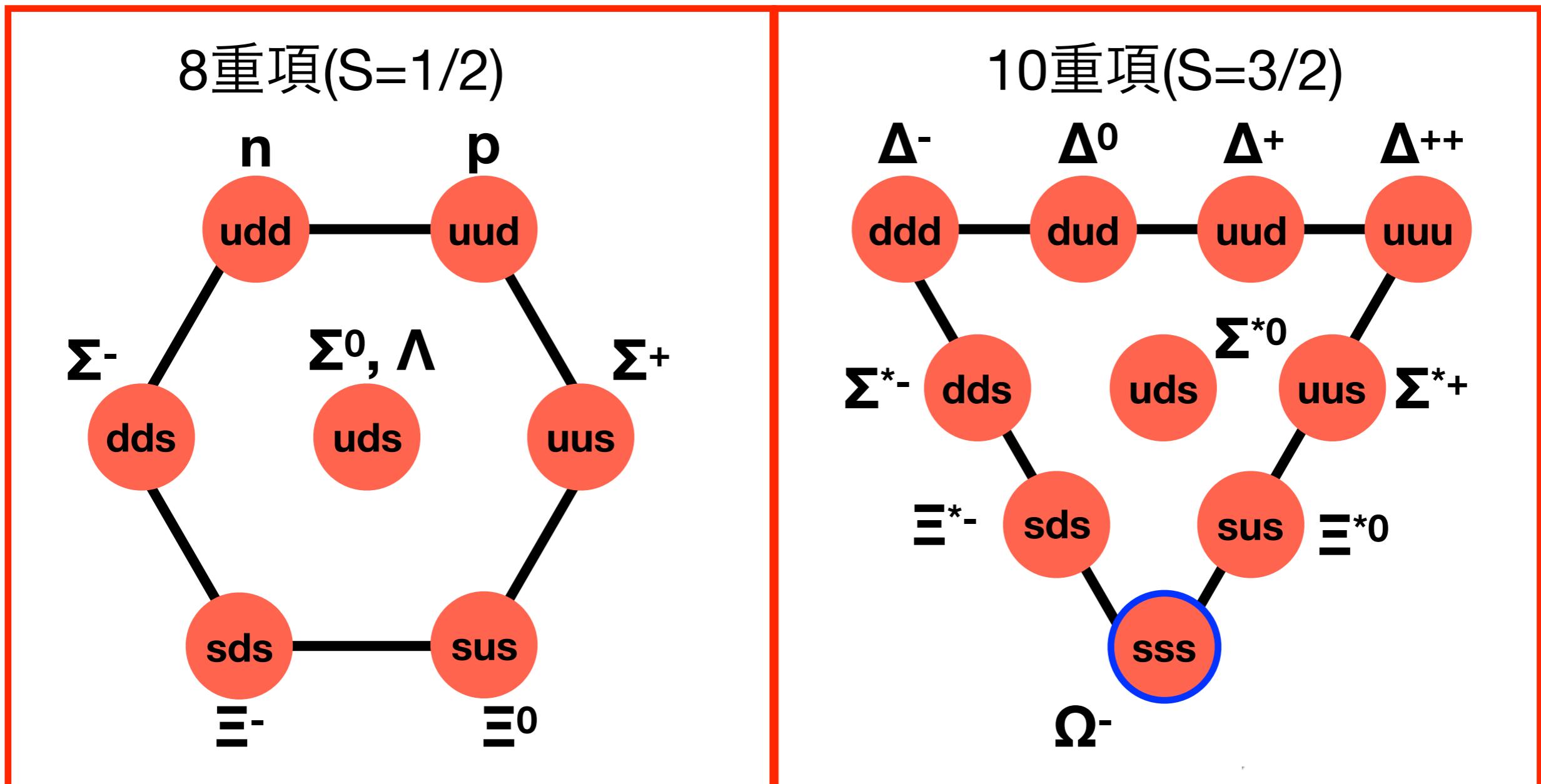
陽子, 中性子,
ハイペロン, ...

ダイバリオン ($B=2$)

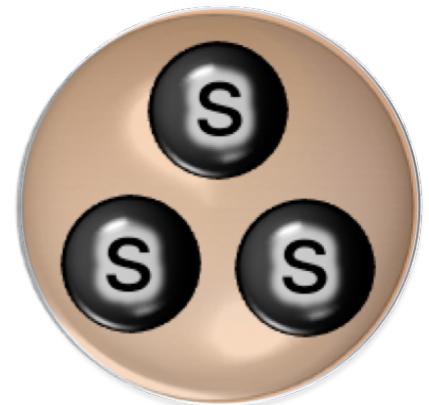
重陽子のみ
(1930年代発見)



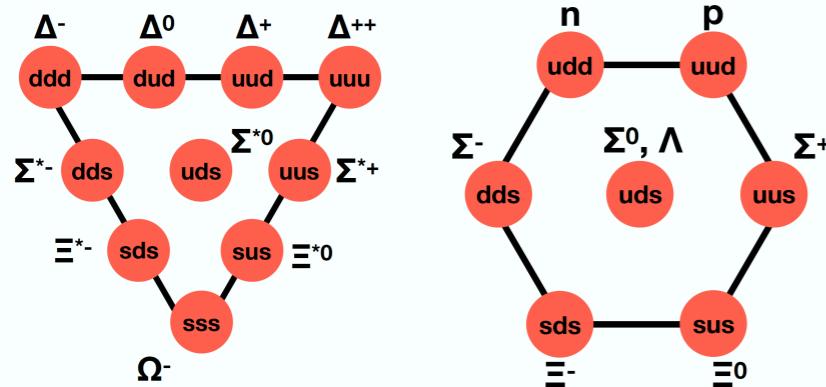
SU(3)の分類：バリオン(B=1)



10重項のなかで Ω バリオンのみが強い相互作用
の崩壊に対して**安定**に存在



SU(3)の分類:模型によるダイバリオン(B=2)の研究



1) octet-octet系

$$8 \otimes 8 = 27 \oplus 8_s \oplus \boxed{1} \oplus \boxed{\bar{10}} \oplus 10 \oplus 8_a$$

H-dibaryon(J=0)

Jaffe (1977)

2) decuplet-octet系

$$10 \otimes 8 = 35 \oplus \boxed{8} \oplus 10 \oplus 27$$

NΩ 系 (J=2)

Goldman et al (1987)

3) decuplet-decuplet系

$$10 \otimes 10 = \boxed{28} \oplus 27 \oplus 35 \oplus \boxed{\bar{10}}$$

Dyson, Xuong (1964)
Oka, Yazaki(1980)

ΩΩ 系 (J=0)

Zhang et al(1997)

ΔΔ 系 (J=3)

“共鳴”として発見
by CELSIUS/WASA, 2009

$\Omega\Omega$ in $J=0$ での模型によるこれまでの研究

$$\Delta M_{\Omega\Omega} \equiv E_{\Omega\Omega} - 2M_\Omega$$

SU(3) chiral quark model
Z.Y. Zhang et al(1997)

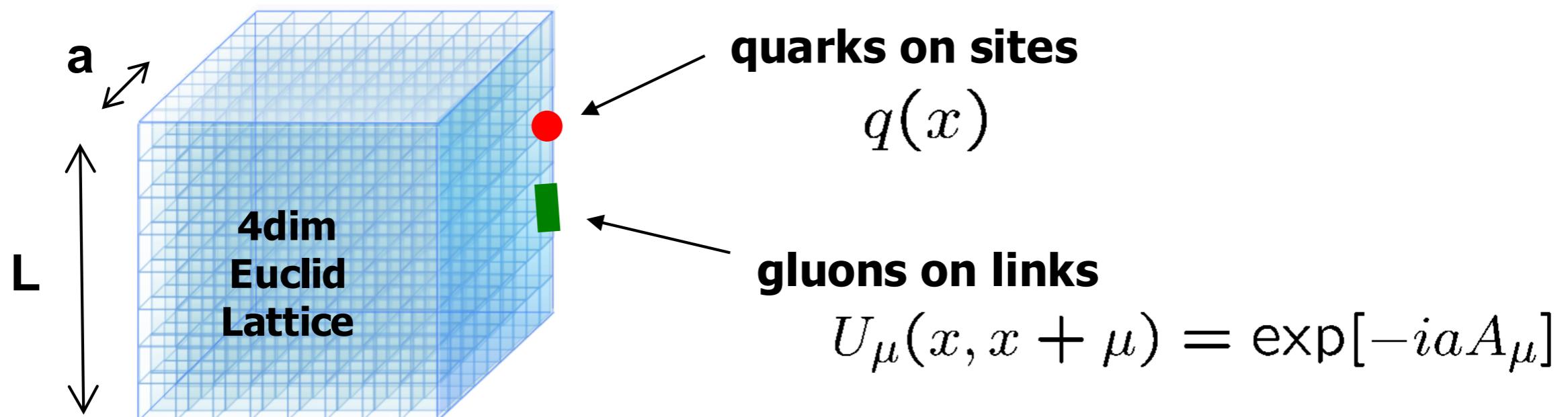
$$\Delta M_{\Omega\Omega} = -166 \text{MeV}$$

Quark Disloc/Color-screen model
F. Wang et al(1992)

$$\Delta M_{\Omega\Omega} = 43 \pm 18 \text{MeV}$$

- 模型によって束縛・非束縛が全く異なる
- (そもそも) QCDからのアプローチではないので、現実世界からの乖離が激しい

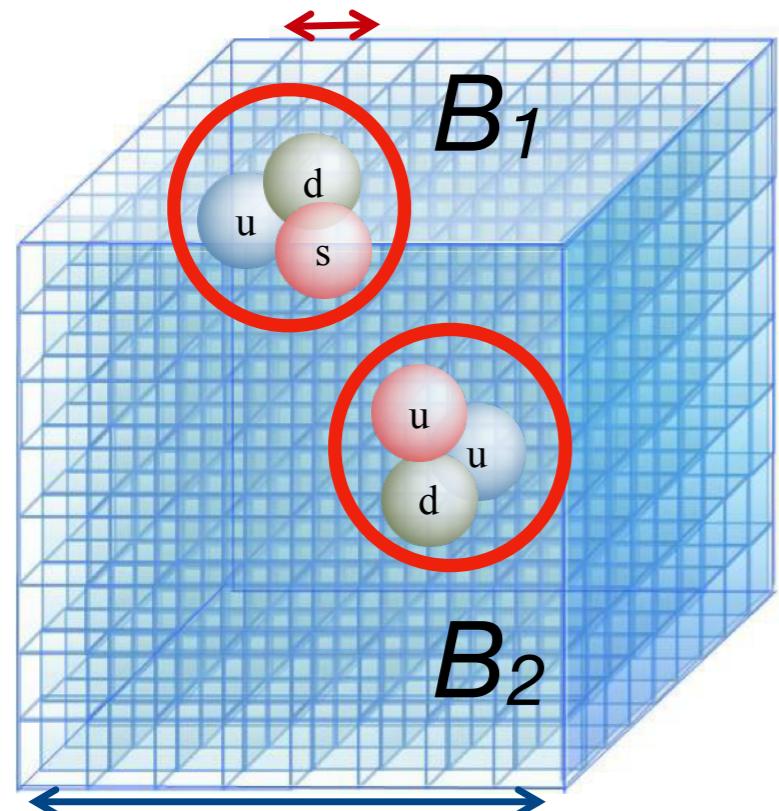
QCDからの第一原理計算(格子QCD)



$$Z = \int dU dq d\bar{q} \exp \left[- \int d\tau d^3x \mathcal{L}_E \right]$$

- ゲージ不变にQCDを格子化する方法
- モンテカルロ計算によりQCDを数値的に解ける

格子QCDによるバリオン間相互作用の研究 ~HAL法~



Aoki, Hatsuda, Ishii, PTP123, 89 (2010)

南部・ベーテ・サルピーター波動関数

$$\Psi_n(\vec{r}) e^{-E_n t}$$

$$= \sum_{\vec{x}} \langle 0 | B_1(t, \vec{r} + \vec{x}) B_2(t, \vec{x}) | E_n \rangle$$

Ω baryonに対応する局所演算子 B_1 & B_2 :

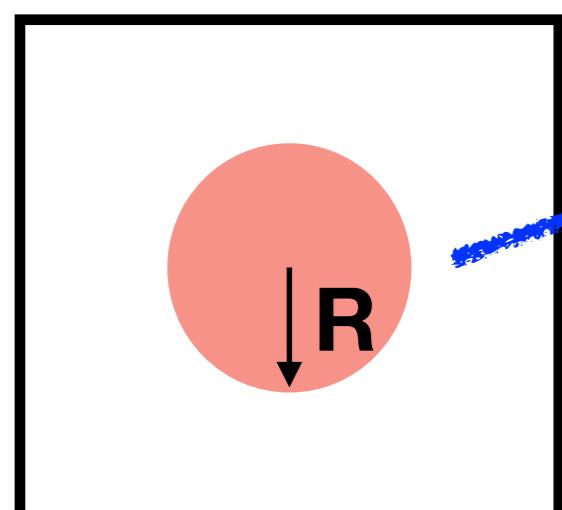
$$\Omega_{\alpha,k}(x) = \epsilon^{abc} [s_a^T(x) C \gamma_k s_b(x)] s_{c,\alpha}(x)$$

漸近領域 ($r \gg R$)

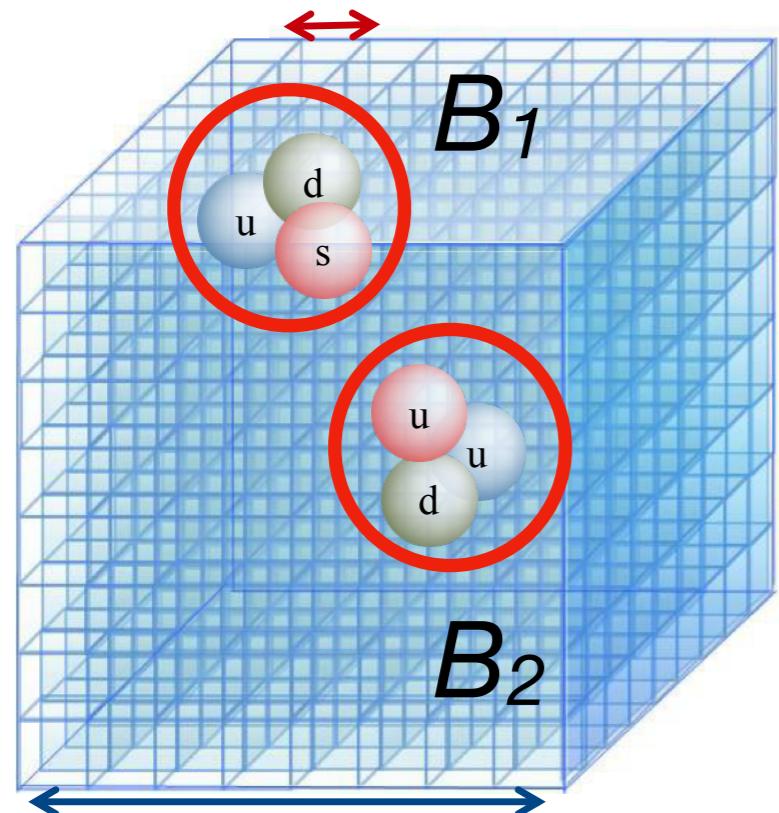
ヘルムホルツ方程式が成り立つ:

$$(\nabla^2 + k^2) \Psi(\vec{r}) = 0$$

$$\Psi(\vec{r}) \simeq A \frac{\sin(kr - l\pi/2 + \delta(k))}{kr}$$



格子QCDによるバリオン間相互作用の研究 ~HAL法~



Aoki, Hatsuda, Ishii, PTP123, 89 (2010)

南部・ベーテ・サルピーター波動関数

$$\Psi_n(\vec{r}) e^{-E_n t}$$

$$= \sum_{\vec{x}} \langle 0 | B_1(t, \vec{r} + \vec{x}) B_2(t, \vec{x}) | E_n \rangle$$

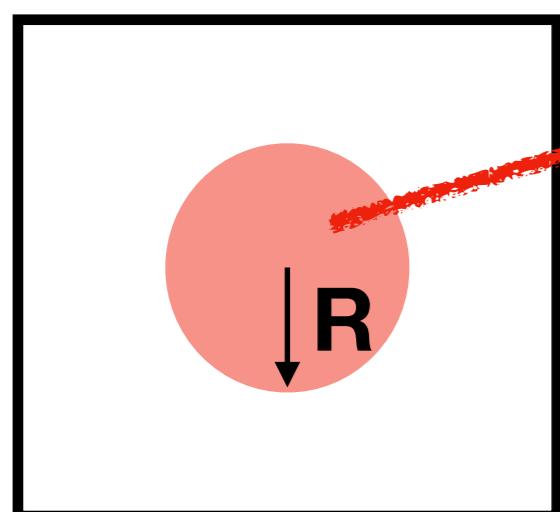
Ω baryonに対応する局所演算子 B_1 & B_2 :

$$\Omega_{\alpha,k}(x) = \epsilon^{abc} [s_a^T(x) C \gamma_k s_b(x)] s_{c,\alpha}(x)$$

相互作用領域

シュレディンガー型方程式が成立つ

$$(\vec{p}_n^2 + \nabla^2) \Psi_n(\vec{r}) = 2\mu \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') \Psi_n(\vec{r}')$$



非局所ポテンシャル $U(\vec{r}, \vec{r}')$ の性質

$$(\vec{p}_n^2 + \nabla^2) \Psi_n(\vec{r}) = 2\mu \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') \Psi_n(\vec{r}')$$

- エネルギーに依存しない
- 局所ポテンシャルは微分展開 (Okugo-Marshak展開)
のLO項 :

$$\begin{aligned} U(\vec{r}, \vec{r}') &= \frac{V_c(r) + V_\sigma(r)(\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) + S_{12}V_{T_1}(r)}{+ O(\nabla^2)} \\ &= \underline{V_C^{eff}(r) + O(\nabla^2)} \end{aligned}$$

- 微分展開の収束性は(時間依存性を見ることで)見積もれる
- 高次の項の決定は二つのソース関数を用いて可能

従来の(時間に依存しない)HAL法

$$\left(\vec{p}_n^2 + \nabla^2\right) \Psi_n(\vec{r}) = 2\mu \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') \Psi_n(\vec{r}')$$

- 1つの状態のNBS波動関数=> ポテンシャルが求まる

格子で計算できる量：4点相関関数

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\vec{x}, \vec{y}, t - t_0; J^P) &= \langle 0 | B_1(\vec{y}, t) B_2(\vec{x}, t) \bar{\mathcal{J}}(t_0; J^P) | 0 \rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Psi_n(\vec{r}) e^{-E_n(t-t_0)} \\ &\rightarrow A_0 \Psi_0(\vec{r}) e^{-E_0(t-t_0)} \end{aligned}$$

- 基底状態のNBS波動関数を4点相関関数から抽出
=>格子の大きさが大きくなるにつれ基底状態の抽出は困難
(直接法における偽のプラトー Iritani et al. JHEP(2016), PRD(2017))
=>時間依存HAL法ではこの問題を避けられる

$$E_n \sim 2\sqrt{m_B^2 + (2\pi n/L)^2} \sim E_0 \quad (L \gg 1)$$

時間依存HAL法

規格化した4点相関関数(R correlator) :

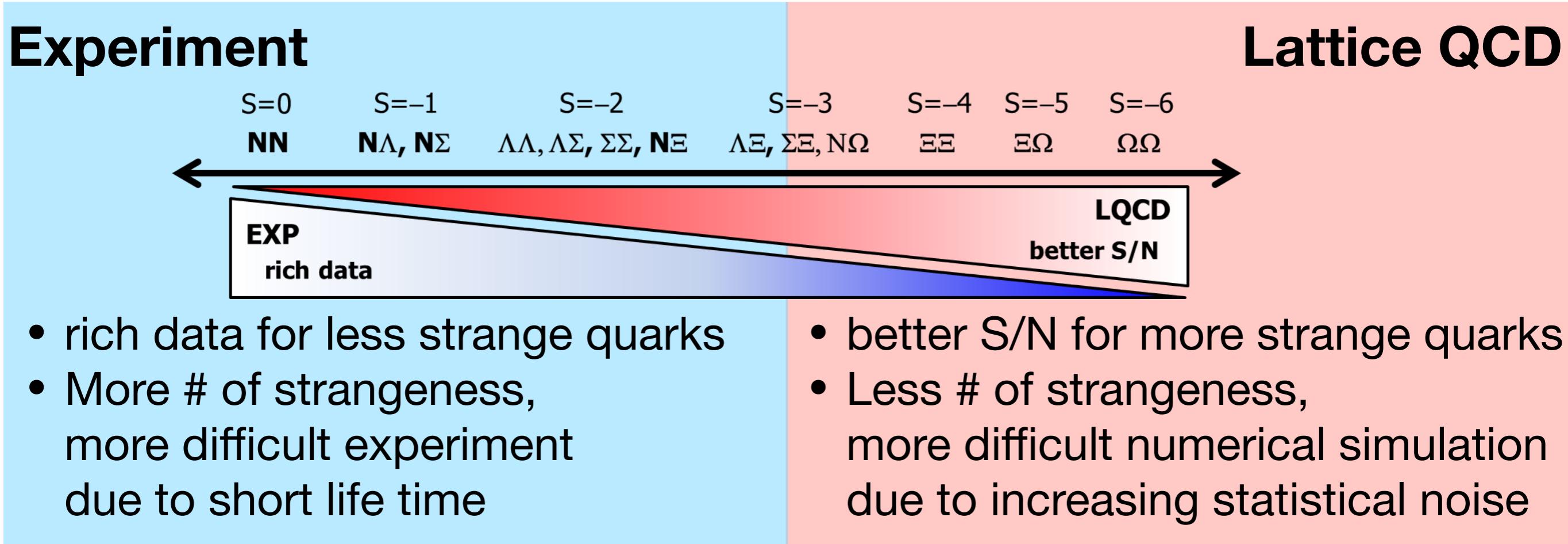
$$\mathcal{R}(\vec{x}, \vec{y}, t - t_0; J^P) = e^{(m_{B_1} + m_{B_2})t} \langle 0 | B_1(\vec{y}, t) B_2(\vec{x}, t) \bar{\mathcal{J}}(t_0; J^P) | 0 \rangle$$

弹性散乱領域 $\xrightarrow{\quad} \simeq \sum_n A_n \Psi_n(\vec{r}) e^{-\Delta E_n t}$

(基底状態の抽出は必要ない) $\Delta E_n = 2\sqrt{m_B^2 + k_n^2} - 2m_B$

$$\left(\frac{1}{4m_B} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{m_B} \right) \mathcal{R} = \int U(\vec{r}, \vec{r}') \mathcal{R} d^3 r'$$

- ポテンシャルが基底状態以外の散乱状態の寄与を含んだ状態でも抽出可能
- 数値計算ノイズが減らせる



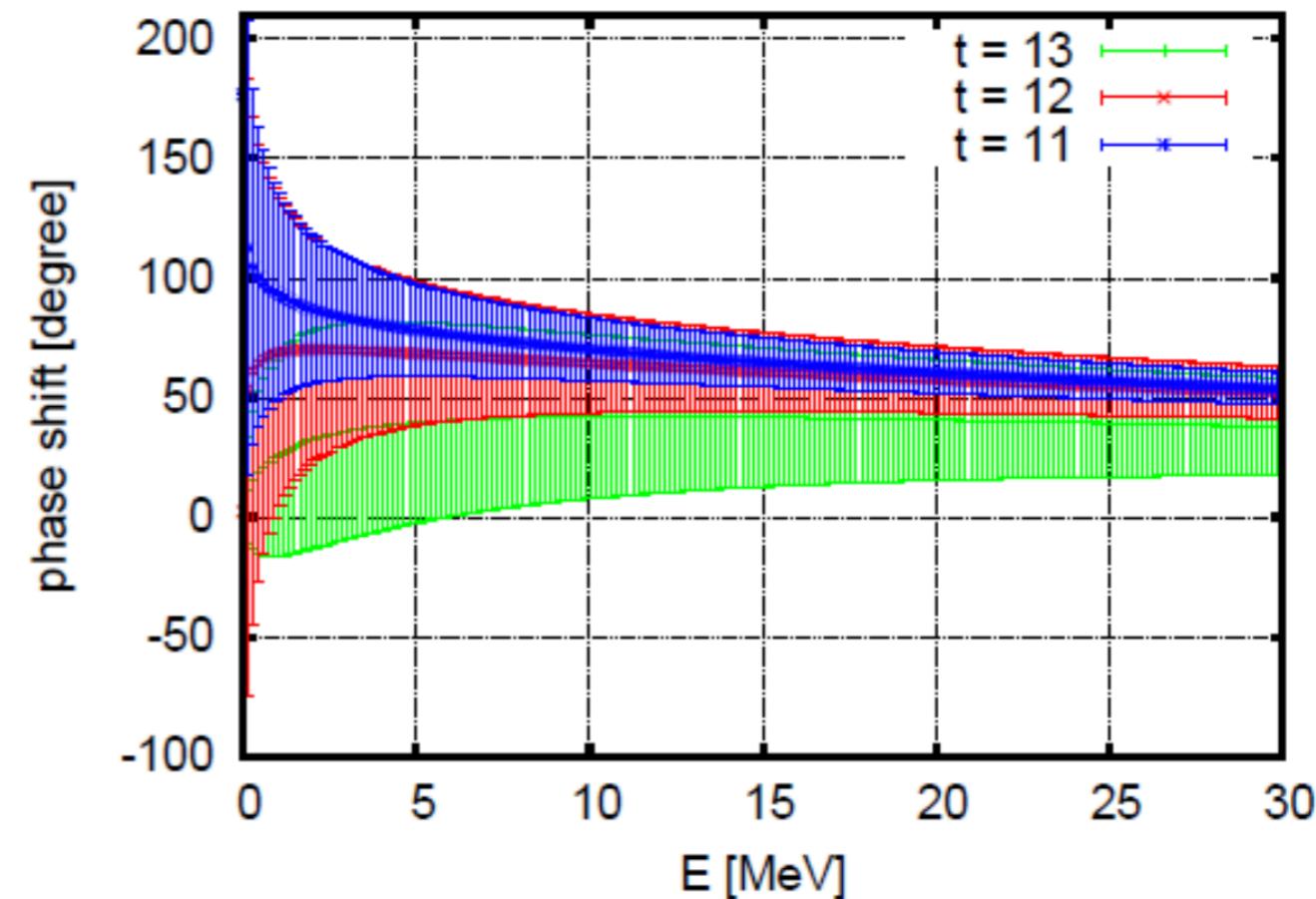
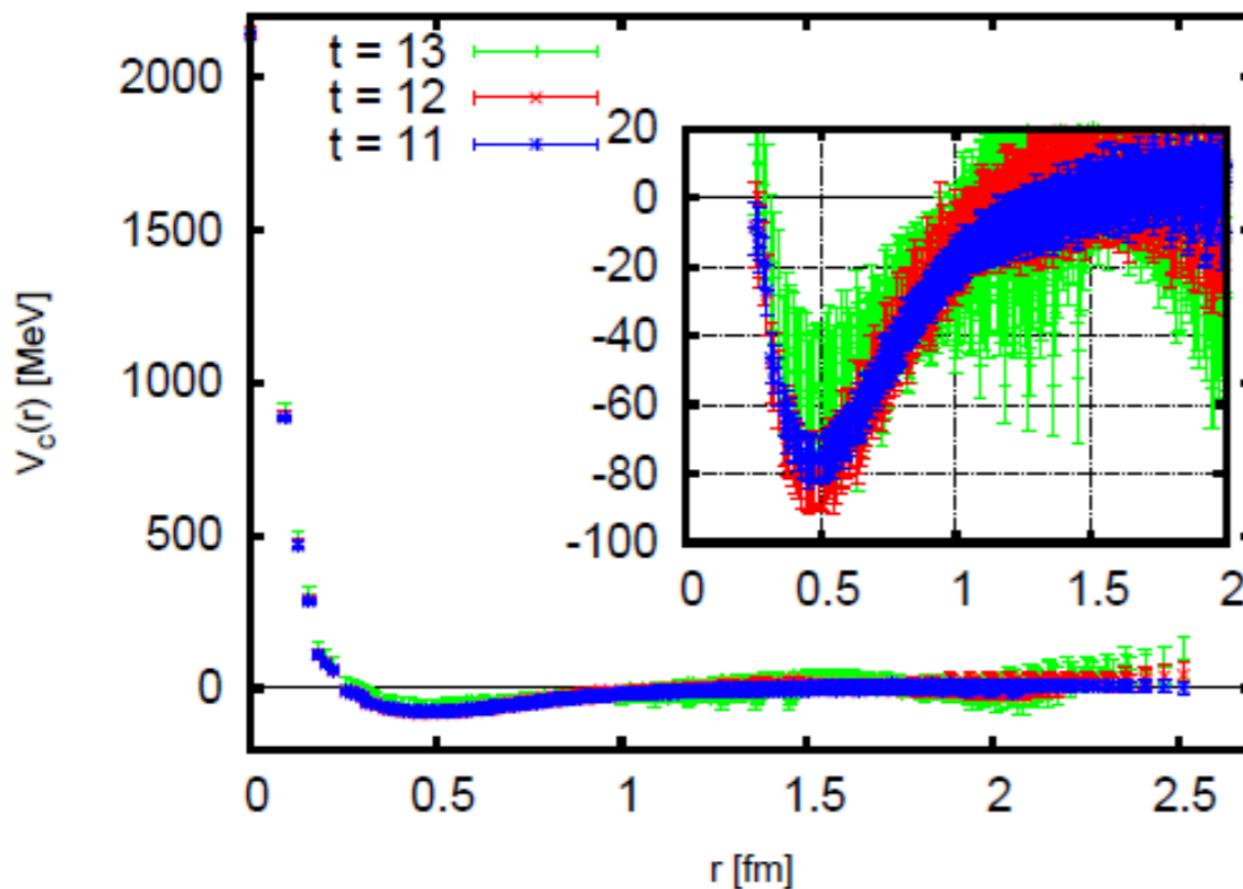
$\Omega\Omega$ 間相互作用はもっともノイズが抑えられる

$\Omega\Omega(J=0)$ の相互作用

$\Omega\Omega$ in $J=0$ でのHALによるこれまでの研究

Nf=2+1 full QCD with $L = 3\text{fm}$, $m_\pi = 700\text{MeV}$

$m_\Omega = 1970\text{MeV}$



- 斥力芯と引力領域が存在
- 位相差がサンプリングによって束縛・非束縛を示す
=>ユニタリー極限近傍に存在

(ほぼ)物理点でのΩΩ間相互作用の研究

理論手法の発展

- ・ 時間依存HAL法
- ・ 十重項-十重項への拡張

計算アルゴリズムの開発

- ・ 統一縮約法
(Doi-Endres, 2013)

バリオン間に働く力の計算が実現



Numerical Setup

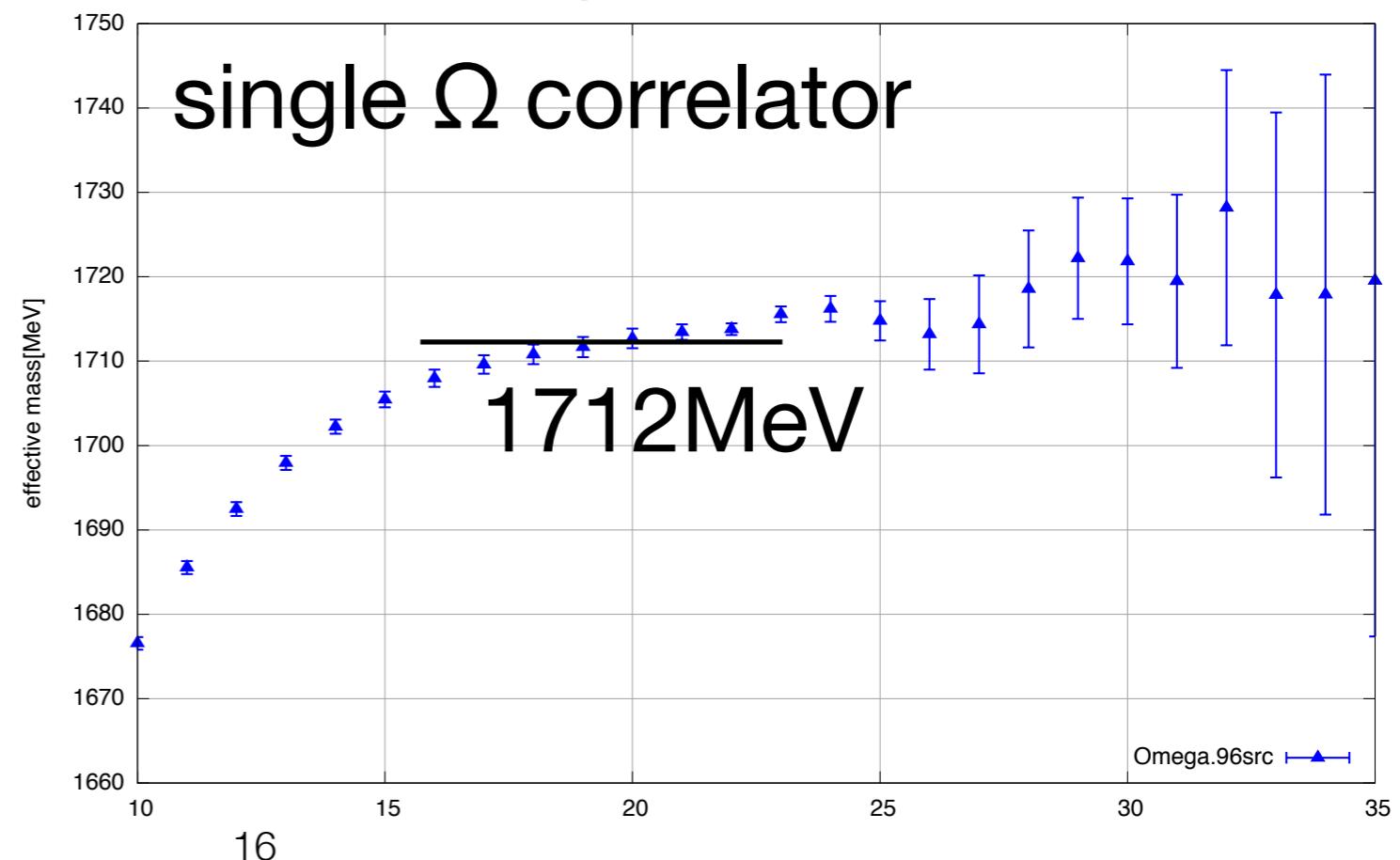
2+1 flavor gauge configurations

- Iwasaki gauge action & O(a) improved Wilson quark
- $a = 0.0846$ [fm], $a^{-1} = 2333$ [MeV]
- $96^3 \times 96$ lattice, $L = 8.1$ [fm]
- 400 confs \times 48 source positions \times 4 rotations



Wall source is employed. only S-wave state is produced.

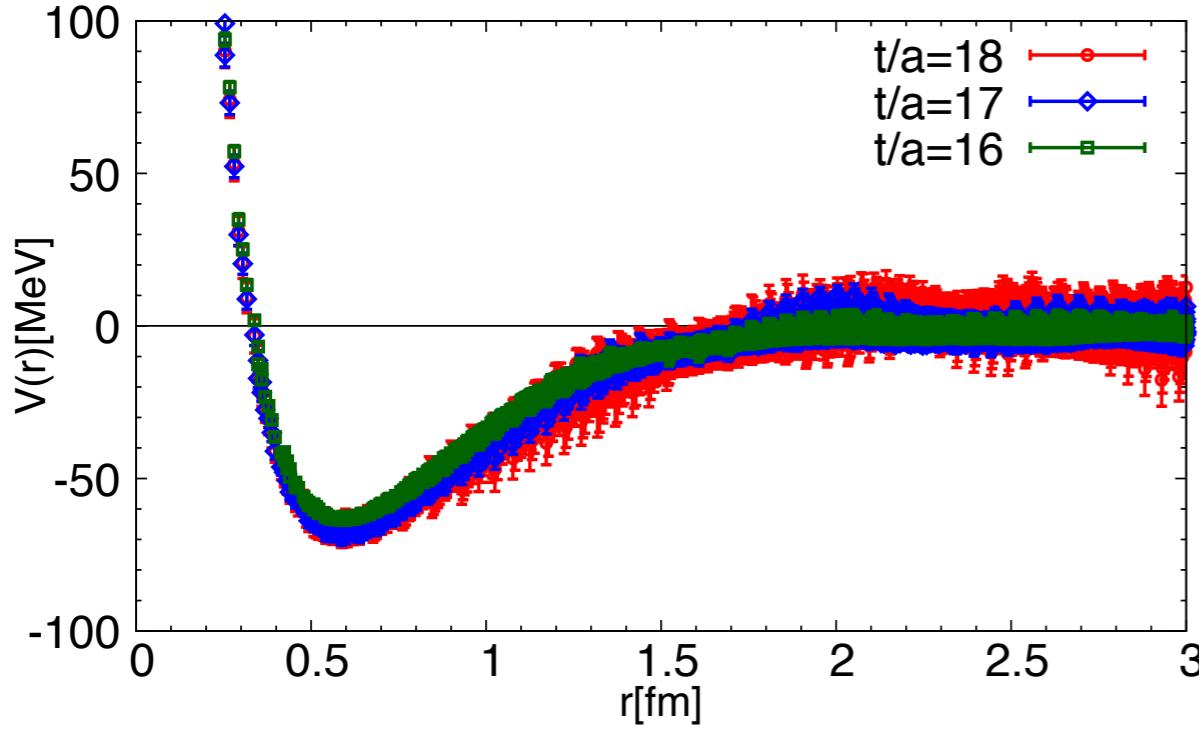
	[MeV]	phys.
π	146	8%
K	525	6%
N	964	3%
Ω	1712	2%



$\Omega\Omega$ in $J=0$

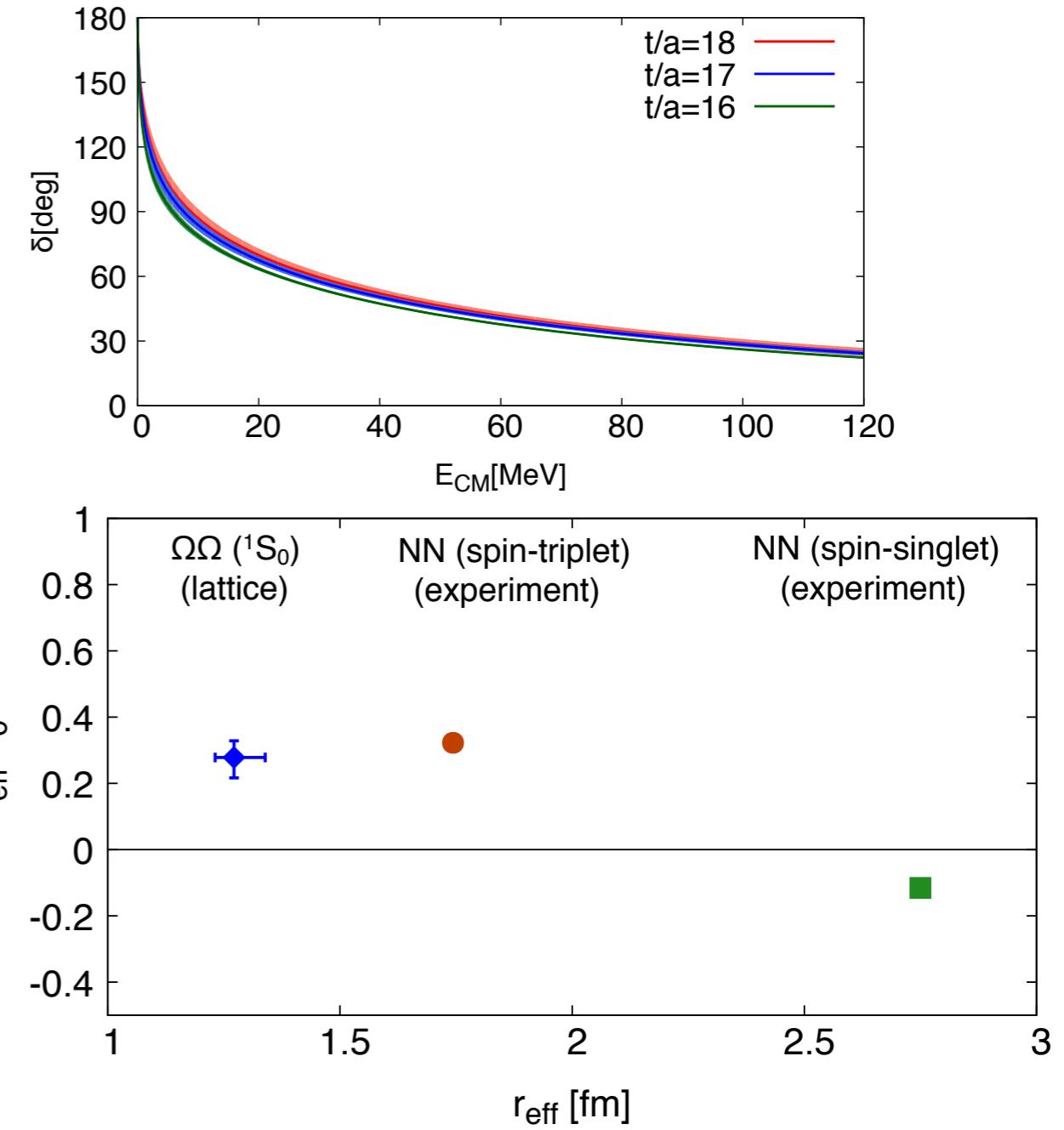
“most strange dibaryon”

Nf=2+1 full QCD with $L = 8.1\text{fm}$, $m_\pi = 146\text{MeV}$



$$a_0^{(\Omega\Omega)} = 4.6(6)(^{+1.2}_{-0.5}) \text{ fm},$$

$$r_{\text{eff}}^{(\Omega\Omega)} = 1.27(3)(^{+0.06}_{-0.03}) \text{ fm}.$$

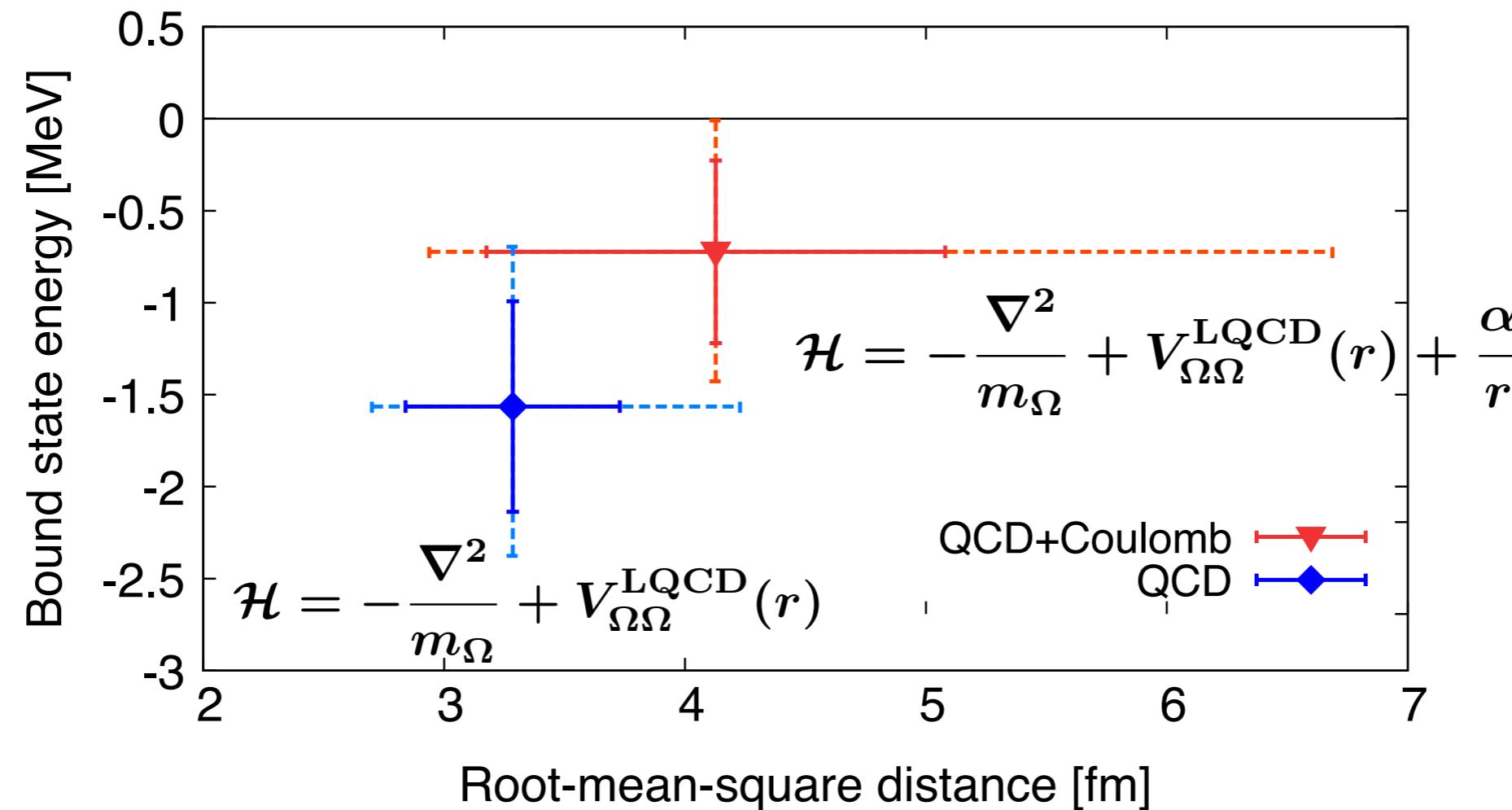


- 斥力芯と引力ポケットが存在
- 浅い束縛状態が存在（ユニタリー極限に近い）

$\Omega\Omega$ in $J=0$

束縛エネルギーとクーロン力の影響

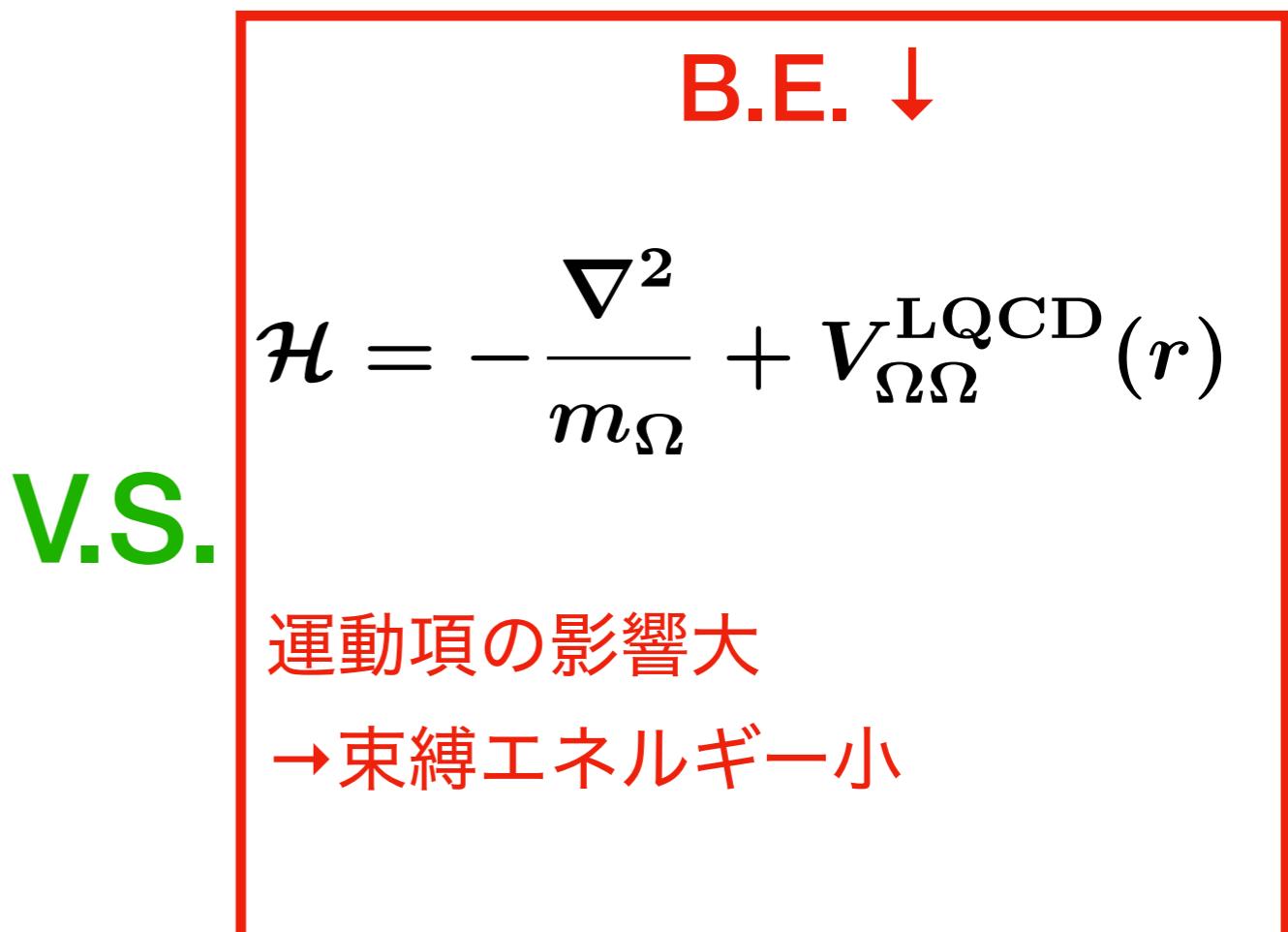
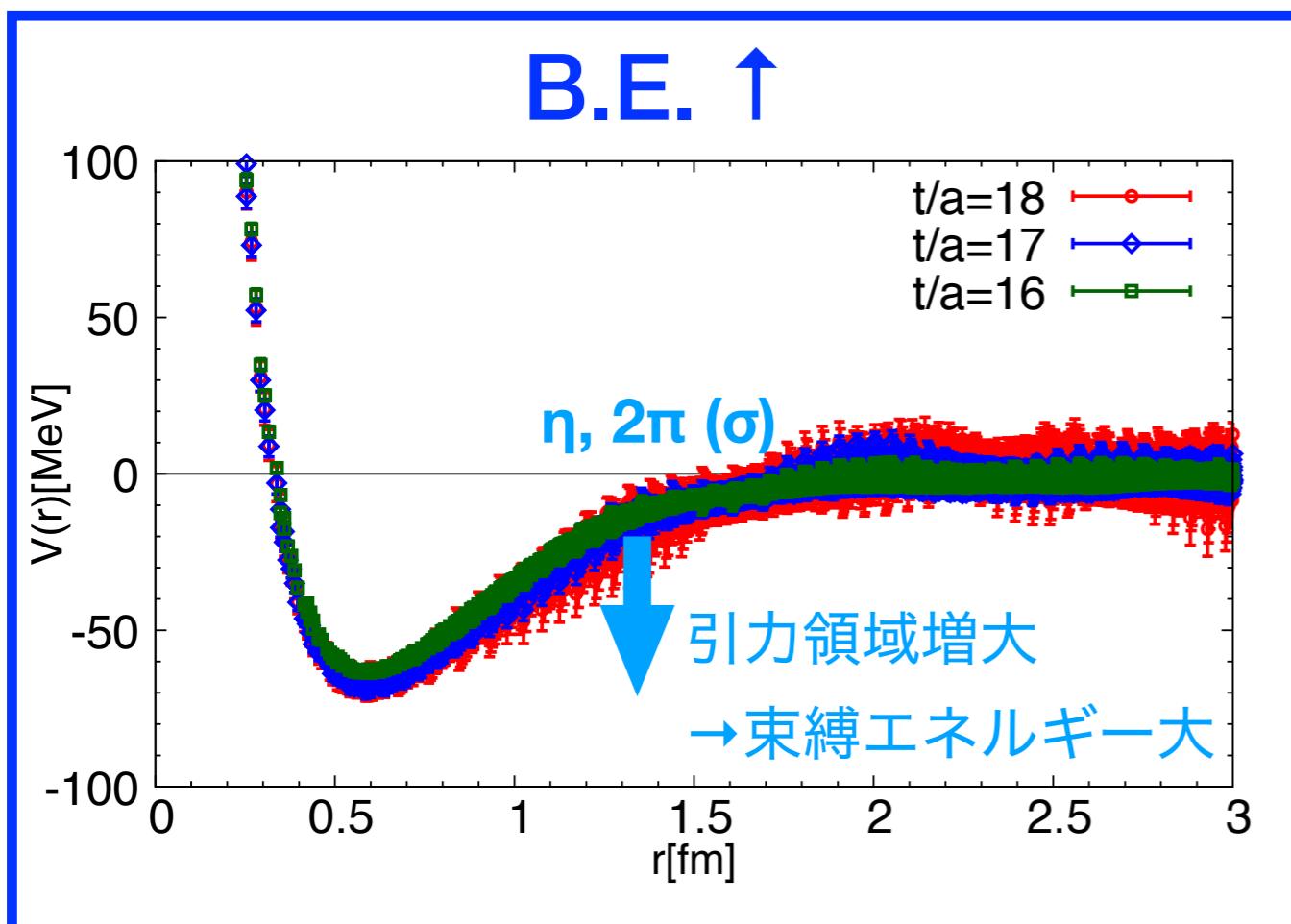
Ω 粒子: $Q=-1$



$$(B_{\Omega\Omega}^{(\text{QCD})}, B_{\Omega\Omega}^{(\text{QCD+Coulomb})}) = (1.6(6)\text{MeV}, 0.7(5)\text{MeV})$$

”厳密な”物理点でのConservative estimate

$m_\pi = 146 \text{ MeV} \rightarrow 135 \text{ MeV}$, $m_\Omega = 1712 \text{ MeV} \rightarrow 1672 \text{ MeV}$



conservative estimate:

シュレディンガ一方程式の質量項のみ変える

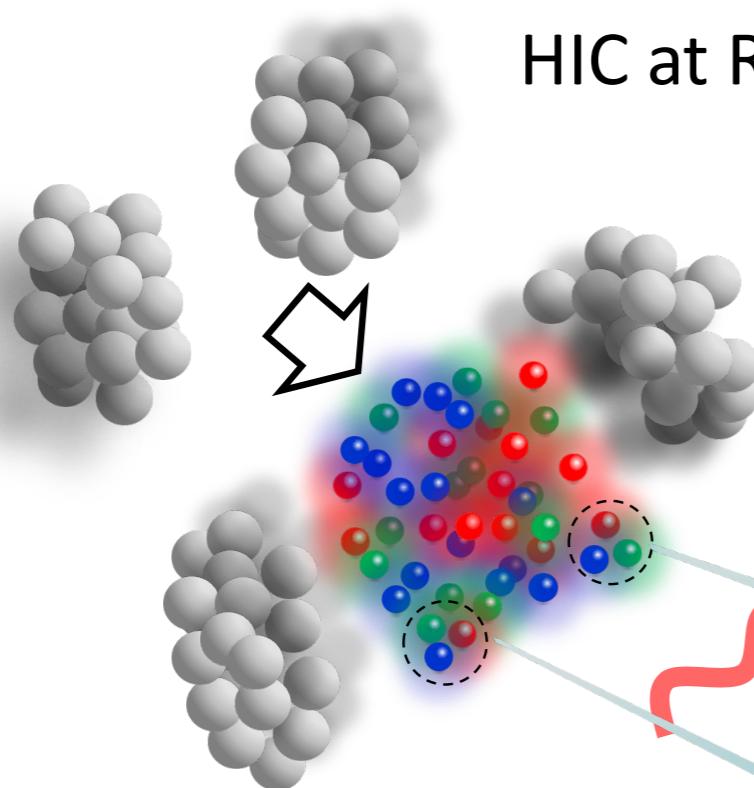
$$(B_{\Omega\Omega}^{(\text{QCD})}, B_{\Omega\Omega}^{(\text{QCD+Coulomb})}) = (1.6(6)\text{MeV}, 0.7(5)\text{MeV})$$

$$\rightarrow (1.3(5)\text{MeV}, 0.5(5)\text{MeV})$$

変化は誤差の範囲内

How HIC Can Tell Us Interaction?

HIC at Relativistic Energies@LHC



Measuring **Pair Correlation**
→Constrain **Pairwise Interaction**

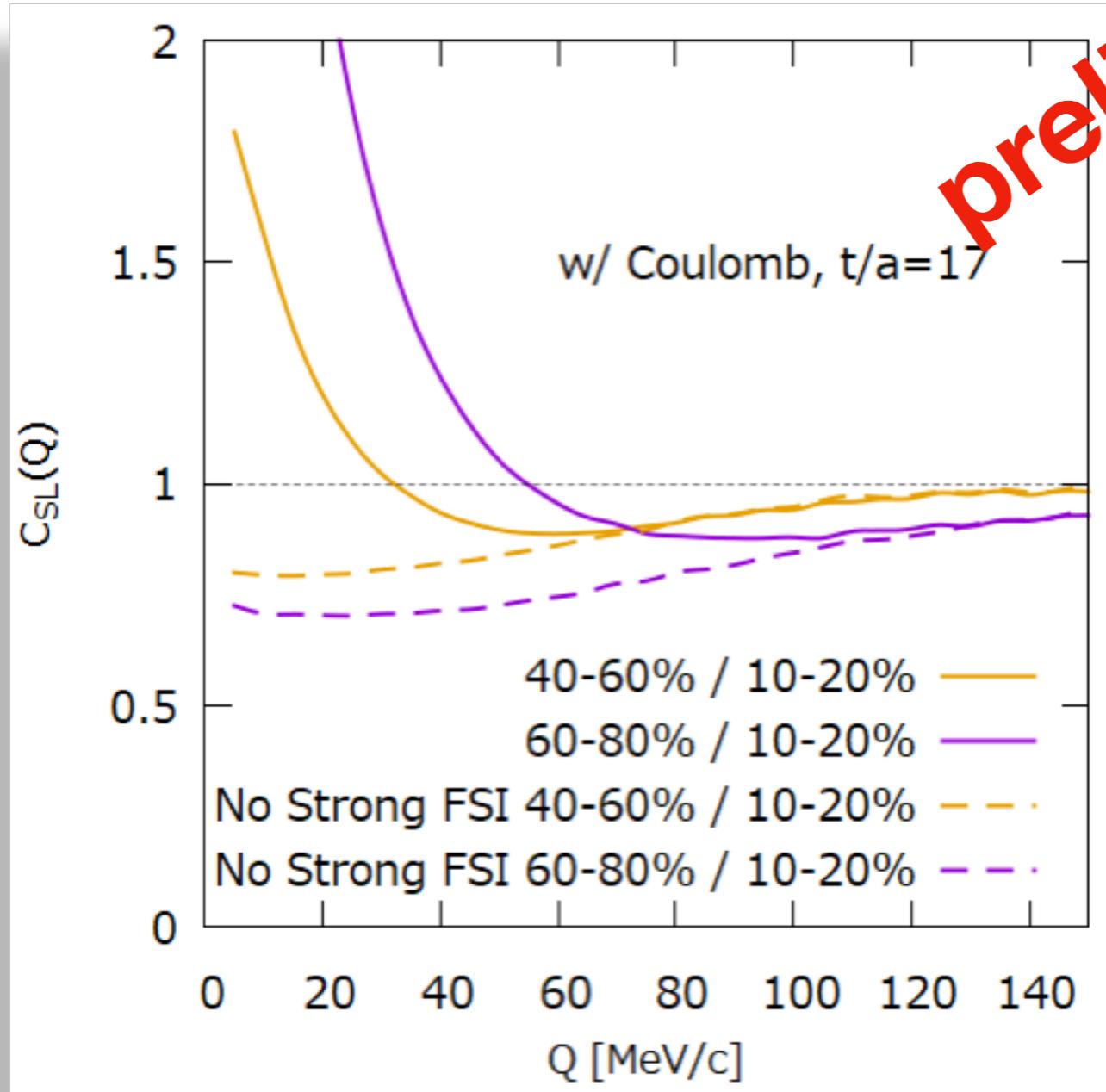
$$C_{AB}(Q) = \frac{N_{AB}^{\text{pair}}(Q)}{N_A N_B(Q)} = \begin{cases} 1 & \text{No Correlation} \\ \text{others} & \text{Interaction} \\ & \text{Interference etc} \end{cases}$$

$$Q = \sqrt{-\left(\frac{p_1 - p_2}{2} - \frac{(p_1 - p_2) \cdot P}{P^2} P\right)^2}$$

$\Omega\Omega$ Correlation@LHC



The Small-Large Ratio $C_{SL}(Q)$



preliminary

Response to system size change

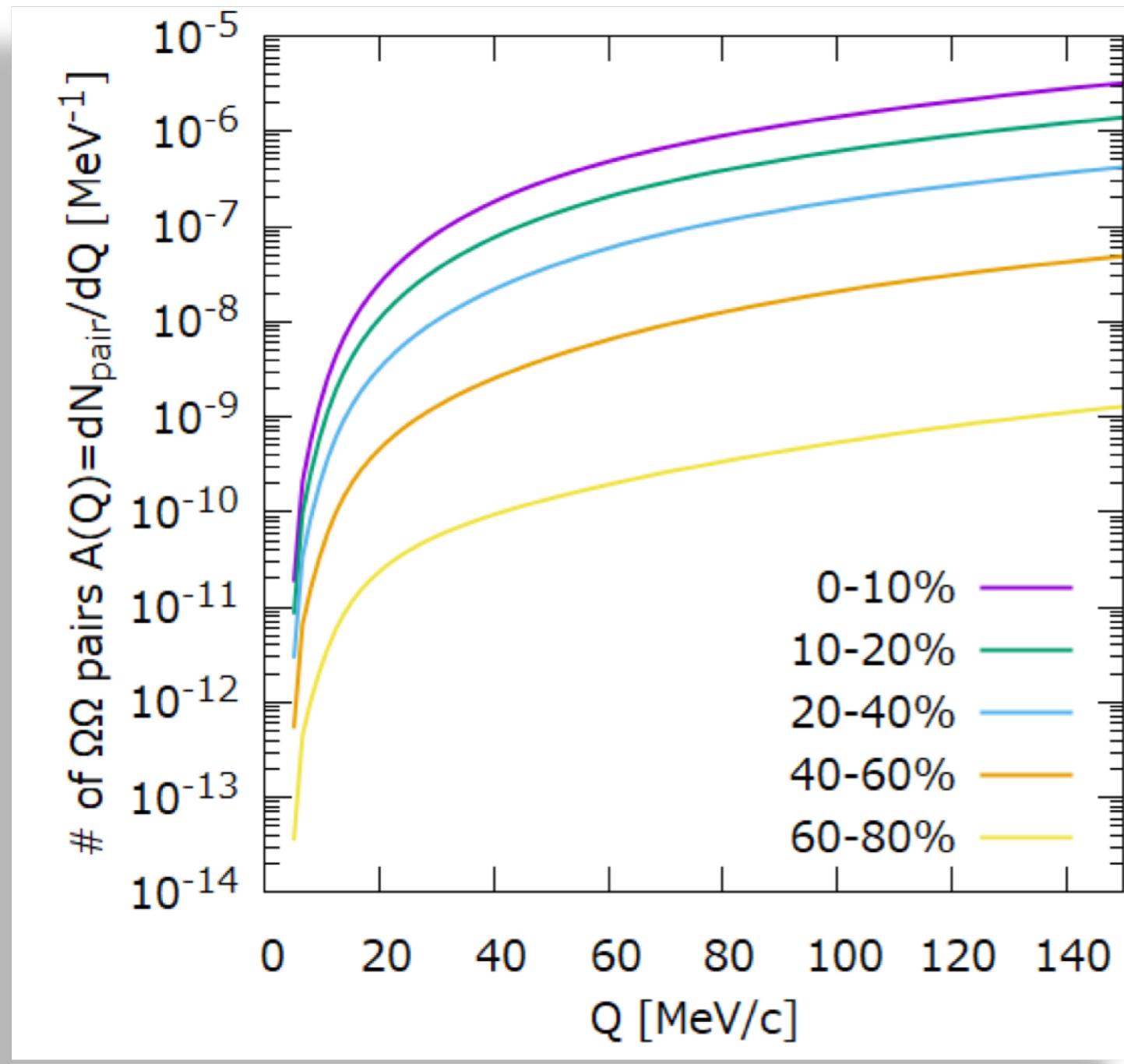
$$C_{SL}(Q) = C_R(Q)/C_{R'}(Q)$$

QS (HBT) Correlation suppresses the ratio

Nevertheless FSI dominates at low Q

$\Omega\bar{\Omega}$ Correlation: Statistics?

of pair A(Q)



To have 100 pairs at low Q:

Acceptance \times Efficiency : 0.01

Probability of events with more than 2 Ω (assuming Poisson)

0.12 for 0-10%

10^{-4} for 60-80%

$10^{12} - 10^{15}$ events : unreachable at LHC

Not impossible at Future
J-PARC ?(int. rate 10^8 Hz)

preliminary

まとめ

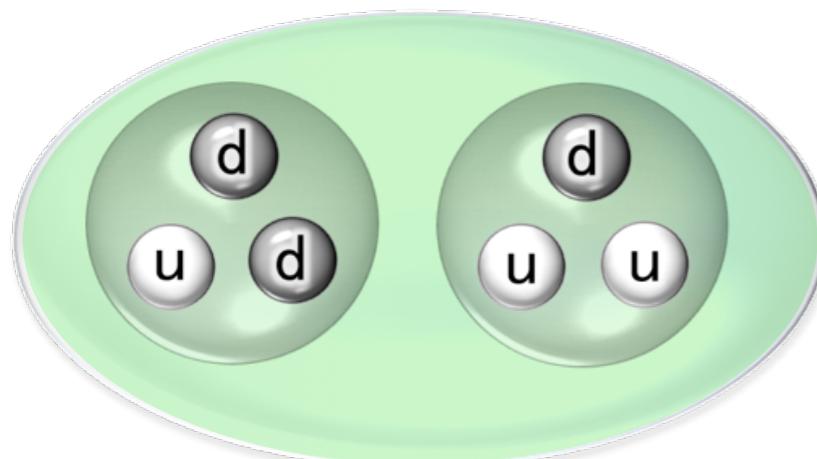
$\Omega\Omega(^1S_0)$ 間相互作用

accepted in PRL

(ほぼ) 物理点の計算($m_\pi \approx 146$ MeV)

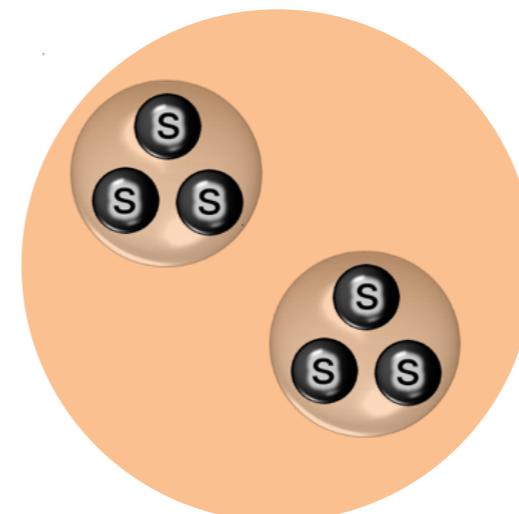
- 斥力芯と引力ポケットを示す
- 浅い束縛状態あり [Most strange dibaryon]
- 散乱長が大きくユニタリー極限近傍にあり

ダイバリオン
1930年代に発見
重陽子= $p+n$



+

京コンピュータでの予言
 $\Omega\Omega = \Omega + \Omega$



J-PARC&FAIRのHIC実験に期待

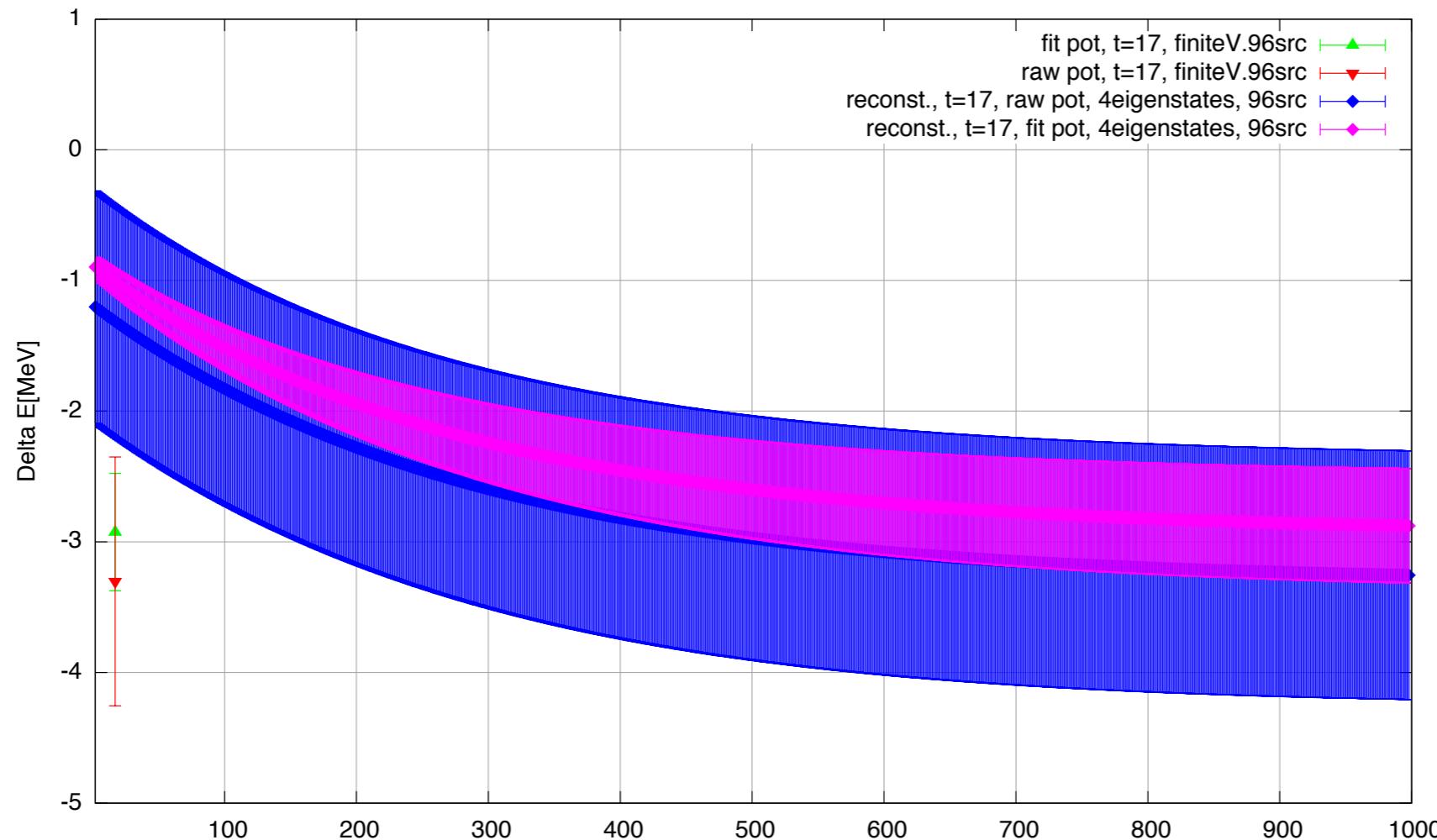
Back Slides

coupled channels

including all higher partial waves

J	I	NN	NΔ	ΔΔ	
0	1	1S_0	5D_0	$^1S_0 \ ^5D_0$	27plet
0	3	-	-	$^1S_0 \ ^5D_0$	28plet
1	0	$^3S_1 \ ^3D_1$	-	$^3S_1 \ ^3D_1 \ ^5D_T \ ^7D_1 \ ^7G_1$	10*plet
1	2	-	$^3S_1 \ ^3D_1 \ ^5D_1$	$^3S_1 \ ^3D_1 \ ^5D_T \ ^7D_1 \ ^7G_1$	35plet
2	1	$^1D_2 \ ^3D_2$	$^5S_2 \ ^5D_2 \ ^3D_2 \ ^5G_2$	$^5S_2 \ ^5D_2 \ ^5G_2 \ ^3D_2 \ ^1D_2 \ ^7D_2 \ ^7G_2$	27plet
2	3	-	-	$^5S_2 \ ^5D_2 \ ^5G_2 \ ^3D_2 \ ^1D_2 \ ^7D_2 \ ^7G_2$	28plet
3	0	$^3D_3 \ ^3G_3$	-	$^7S_3 \ ^7D_3 \ ^7G_3 \ ^7I_3 \ ^5D_3 \ ^5G_3 \ ^3D_3 \ ^3G_3$	10*plet
3	2	-	$^5D_3 \ ^5G_3 \ ^3D_3 \ ^3G_3$	$^7S_3 \ ^7D_3 \ ^7G_3 \ ^7I_3 \ ^5D_3 \ ^5G_3 \ ^3D_3 \ ^3G_3$	35plet

platux region in Omg-Omg at phys. point



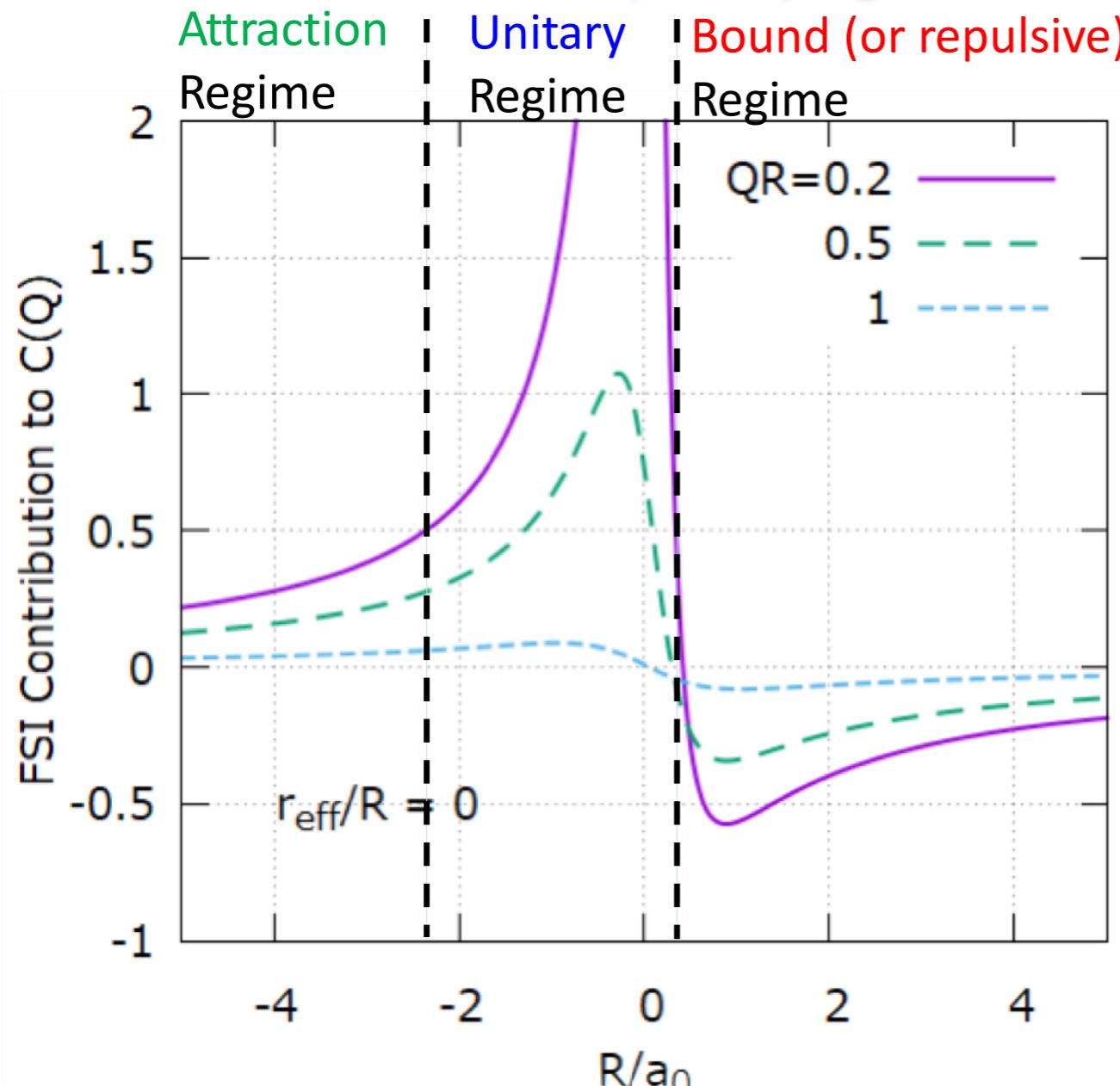
To extract the B.E. using Luscher's method,
t/a > 1000 is needed

Correlation from FSI

$$C_{AB}(Q) - 1 = \frac{4\pi}{(2\pi R^2)^3} \int dr r^2 S^{\text{rel}}(r) [|\chi_Q(r)|^2 - |j_0(Qr)|^2]$$

$\rightarrow (\pi R^2)^{3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4R^2}\right)$ Static/Spherical Source

Lednicky+ '82



Asymptotic form $\sin(Qr + \delta)/(Qr)$

Shape-independent approx.

$$Q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} Q^2$$

Small Q : Sensitive to S-wave scattering length a_0 and less sensitive to effective range r_{eff}

Approximately scale with R/a_0 and QR

Holds in the presence of Coulomb

$\Omega\Omega$ Correlation : elements

Wave function

$$|\varphi_{\Omega\Omega}^{\text{spin-averaged}}(q^*, r^*)|^2 = \frac{1}{16} |\varphi(J=0)|^2 + \sum_{J=1}^3 \frac{2J+1}{16} |\varphi(J)|^2$$

FSI+Coulomb+symmetrization

Coulomb+(a)symmetrization

Source function

$$S(x, k) = \frac{d}{(2\pi)^3} m_T \cosh(y - \eta_s) n_f(u \cdot k, T) \\ \times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2R^2}\right) \delta(\tau - \tau_0)$$

$$y_T = \alpha r / R$$

Boost-invariant, azimuthal symmetric transverse flow

Fit to p_T spectrum with $T=164$ MeV

