

超弦理論の数値シミュレーション による時空構造の探索

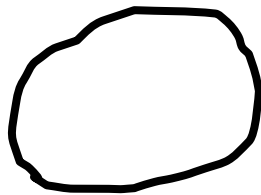
サブ課題A [究極の自然法則と宇宙開闢の解明]

伊藤祐太(KEK)

2018.5.23 筑波大学計算科学センター 研究報告会

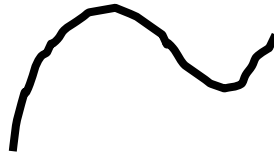
超弦理論とは？

閉じた弦、



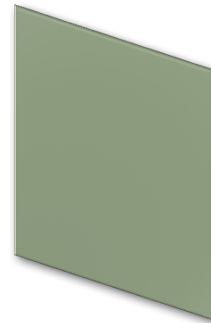
重力子

開いた弦、



ゲージ粒子, フェルミオン

Dブレーン



ソリトン

- 量子重力理論、究極理論の候補

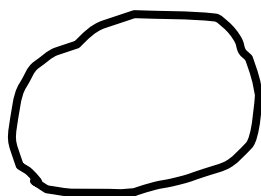
本研究の目標

- ゲージ重力対応の検証
- 初期宇宙のダイナミクス

超対称BHの内部エネルギーを
ゲージ理論側から計算

超弦理論とは？

閉じた弦、



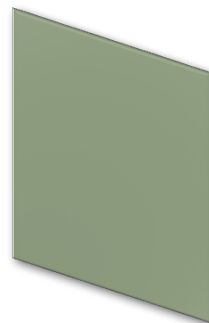
重力子

開いた弦、



ゲージ粒子, フェルミオン

Dブレーン



ソリトン

- 量子重力理論、究極理論の候補

本研究の目標

- ゲージ重力対応の検証
- 初期宇宙のダイナミクス

超対称BHの内部エネルギーを
ゲージ理論側から計算

Introduction

初期宇宙のダイナミクスを調べるには
量子重力理論を扱う必要がある。

→ 超弦理論

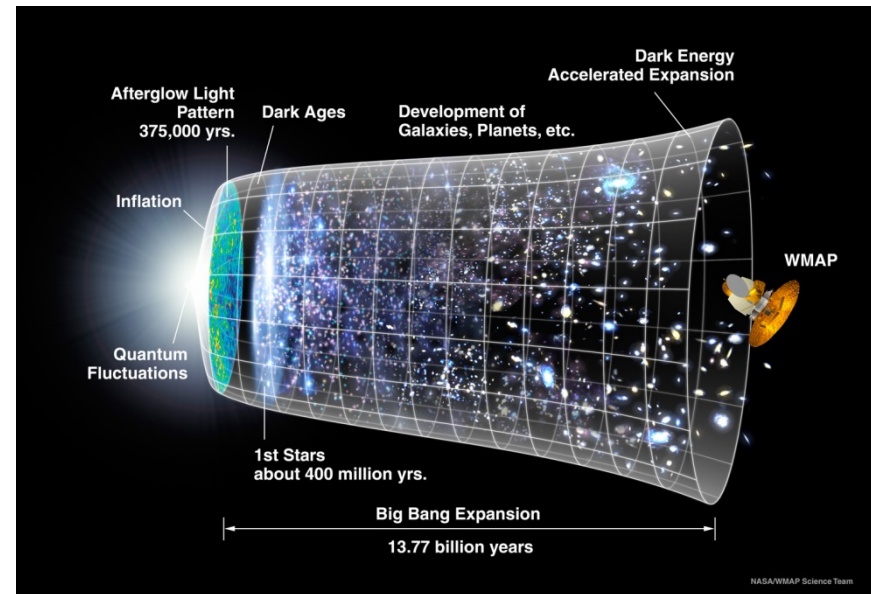
超弦理論は(9+1)次元時空上で定義される。

我々の知る4次元時空はどのように現れるか？

- 4次元時空上の低エネルギー有効理論を与える真空が無数に存在。(ランドスケープ)
- 摂動論的に扱う限り、どの真空が選ばれるかという問いに答えられない



非摂動的に弦理論を扱う必要がある 行列模型

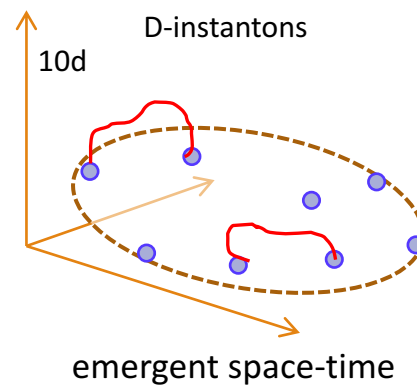
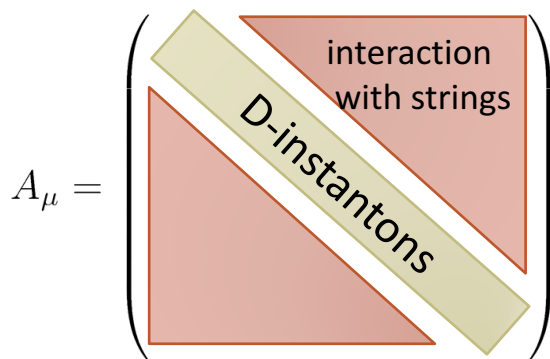


Introduction

理論	QCD	弦理論
非摂動定式化	格子ゲージ理論	行列模型

□ IKKT行列模型 [N.Ishibashi, H.Kawai, Y.Kitazawa, A.Tsuchiya (1996)]

- 超弦理論の非摂動定式化の候補
- 時空がアприオリに存在せず(0次元模型)、ダイナミカルに生成される



目次

- インTRODクシヨN
- 時空の時間発展と(3+1)次元時空の膨張
- 時空構造の解析
- 今後の課題

ローレンツ型IKKT行列模型

■ ローレンツ型IKKT行列模型 [S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

□ 分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{iS[A, \Psi]}$$

$$S = \underbrace{-\frac{1}{4g^2} \text{tr} [A_\mu, A_\nu]^2}_{S_b} - \frac{1}{2g^2} \text{tr} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi]$$

$A_\mu, \Psi : N \times N$ エルミート行列
 $\mu = 0, \dots, 9$

□ 0次元模型 → 時空の構造をダイナミカルに記述

□ 行列の固有値分布 ~ 10次元時空の座標

□ 計量 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$

✓ SO(9,1)対称性

✓ 実時間のダイナミクス

■ 赤外カットオフ

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_0^2 \leq \kappa \quad : \text{時間方向}$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_i^2 \leq 1 \quad : \text{空間方向}$$

ローレンツ型IKKT行列模型

■ ローレンツ型IKKT行列模型 [S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

□ 分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{iS[A, \Psi]} \sim \int \mathcal{D}A \text{Pf} \mathcal{M}(A) \delta(S_b)$$

← HMCで計算

$$S = \underbrace{-\frac{1}{4g^2} \text{tr} [A_\mu, A_\nu]^2}_{S_b} - \frac{1}{2g^2} \text{tr} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi]$$

$A_\mu, \Psi : N \times N$ エルミート行列
 $\mu = 0, \dots, 9$

□ 0次元模型 → 時空の構造をダイナミカルに記述

□ 行列の固有値分布 ~ 10次元時空の座標

□ 計量 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$

✓ SO(9,1)対称性

✓ 実時間のダイナミクス

■ 赤外カットオフ

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_0^2 \leq \kappa : \text{時間方向}$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_i^2 \leq 1 : \text{空間方向}$$

目次

- インTRODクシヨN
- 時空の時間発展と(3+1)次元時空の膨張
- 時空構造の解析
- 今後の課題

時空の時間発展の解析

Structure of matrices

$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \alpha_{k+1} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \alpha_{k+n} \\ & 0 & & & \ddots \\ & & & & & \alpha_N \end{pmatrix}$$

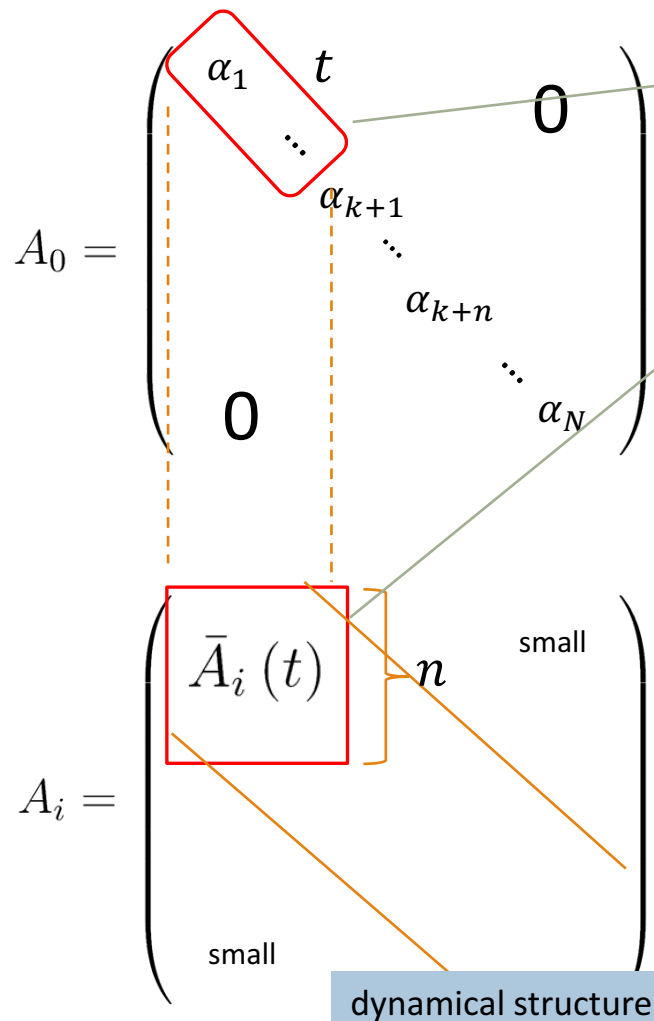
$$A_i = \begin{pmatrix} \text{small} & & & \\ & \text{small} & & \\ & & \text{small} & \\ & & & \text{small} \end{pmatrix}$$

dynamical structure

- 各時刻における空間の状態 $\bar{A}_i(t)$ を定義

時空の時間発展の解析

Structure of matrices



- 各時刻における空間の状態 $\bar{A}_i(t)$ を定義

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{k+i} \quad : \text{平均時間}$$

$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における宇宙の状態

- 時刻 t における空間の広がり

$$R^2(t) = \frac{1}{n} \sum_i \text{tr} \bar{A}_i^2(t)$$

- SSBが起こる時刻 $t = t_c$

- 物理的なスケール $R(t_c)$

(c.f.) pion mass in QCD

時空の時間発展の解析

Structure of matrices

$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \alpha_{k+1} & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & \alpha_{k+n} & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \alpha_N \end{pmatrix}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & \bar{A}_i(t) & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \text{small} & & & & & \end{pmatrix}$$

dynamical structure

■ 各時刻における空間の状態 $\bar{A}_i(t)$ を定義

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{k+i} \quad : \text{平均時間}$$

$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における宇宙の状態

■ 時刻 t における空間の広がり

$$R^2(t) = \frac{1}{n} \sum_i \text{tr} \bar{A}_i^2(t)$$

■ SSBが起こる時刻 $t = t_c$

■ 物理的なスケール $R(t_c)$

(c.f.) pion mass in QCD

時空の時間発展の解析

Structure of matrices

$$A_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & & & & 0 \\ & \dots & & & & & \\ & & \alpha_{k+1} & & & & \\ & & & \dots & & & \\ & & & & \alpha_{k+n} & & \\ & & & & & \dots & \\ 0 & & & & & & \alpha_N \end{pmatrix}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} & & & & & & \text{small} \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ \text{small} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix}$$

$\bar{A}_i(t)$ is highlighted in a red box within the matrix structure, with a label n indicating its size.

dynamical structure

- 各時刻における空間の状態 $\bar{A}_i(t)$ を定義

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{k+i} \quad : \text{平均時間}$$

$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における宇宙の状態

- 時刻 t における空間の拡がり

$$R^2(t) = \frac{1}{n} \sum_i \text{tr} \bar{A}_i^2(t)$$

- SSBが起こる時刻 $t = t_c$

- 物理的なスケール $R(t_c)$

(c.f.) pion mass in QCD

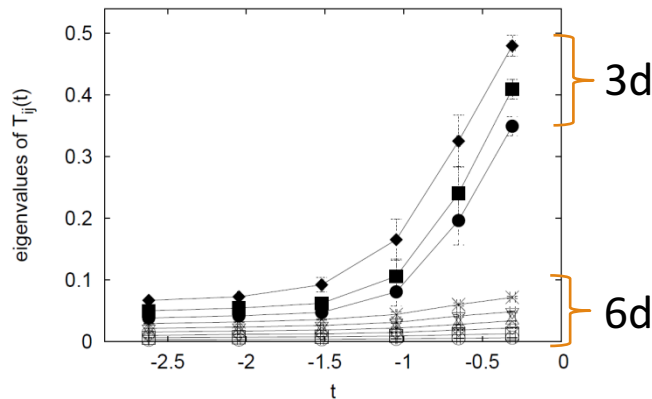
(3+1)次元時空の出現と膨張

■ ローレンツ型IIB行列模型

- 10次元時空の時間発展を調べられる
- 4次元時空の出現を示唆

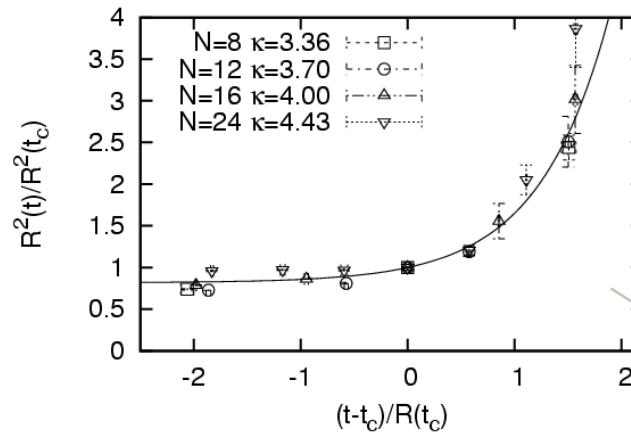
先行研究

- 空間各方向の拡がり



[S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

- 空間全体の拡がり



[YI, S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2013)]

$N \leq 24$

時空の膨張則

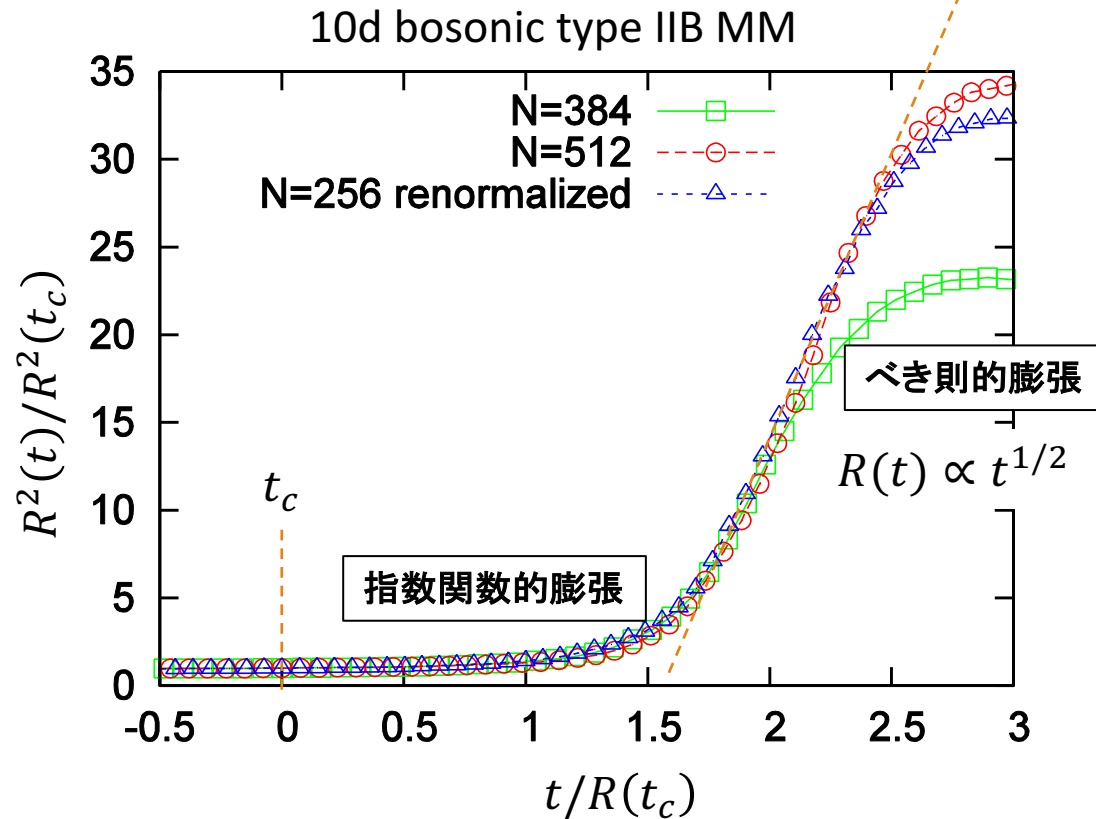
■ 空間の膨張則

空間のサイズ

$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \quad \rightarrow \quad R(t) \propto t^{1/2}$$

指数関数的膨張 べき則的膨張

輻射優勢期の兆候？



時空の膨張則

■ 空間の膨張則

空間のサイズ

$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \quad \rightarrow \quad R(t) \propto t^{1/2}$$

指数関数的膨張 べき則的膨張

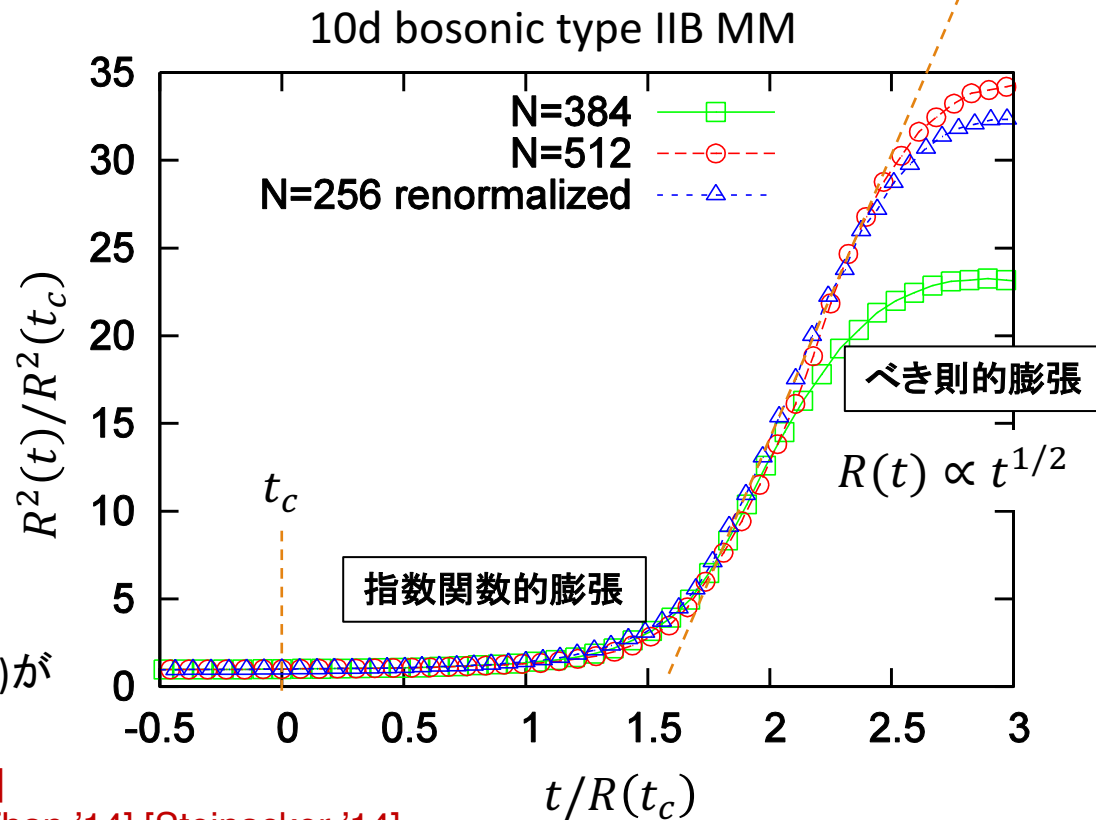
輻射優勢期の兆候？



どのような有効理論(ゲージ理論、標準模型)が実現するのかに興味がある

[Chatzistavrakidis-Steinacker-Zoupanos '11]

[Aoki-Nishimura-Tsuchiya '14] [Steinacker-Zhan '14] [Steinacker '14]

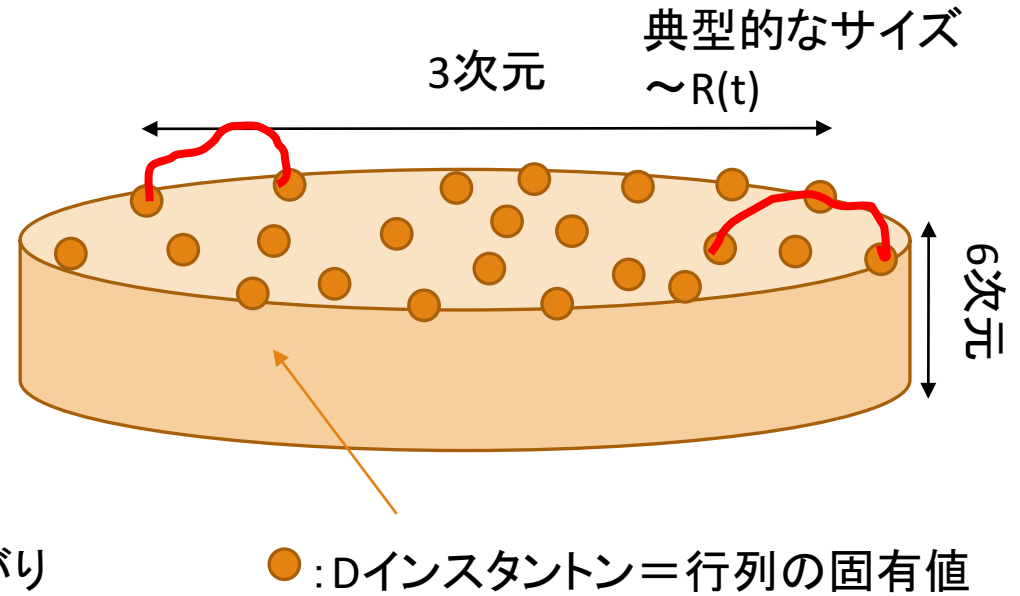
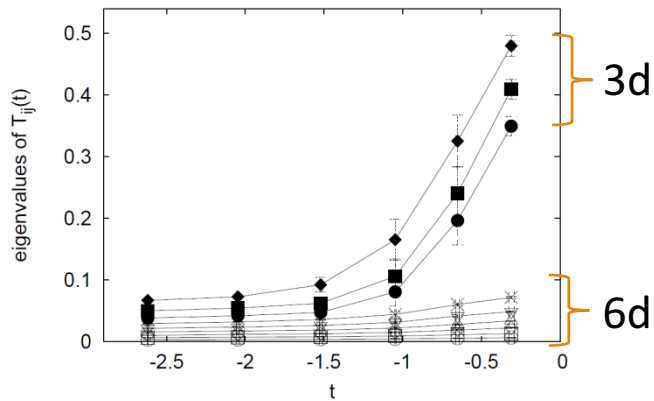


目次

- イン트로ダクション
- 時空の時間発展と(3+1)次元時空の膨張
- 時空構造の解析
- 今後の課題

期待される時空の構造

- 空間各方向の広がり



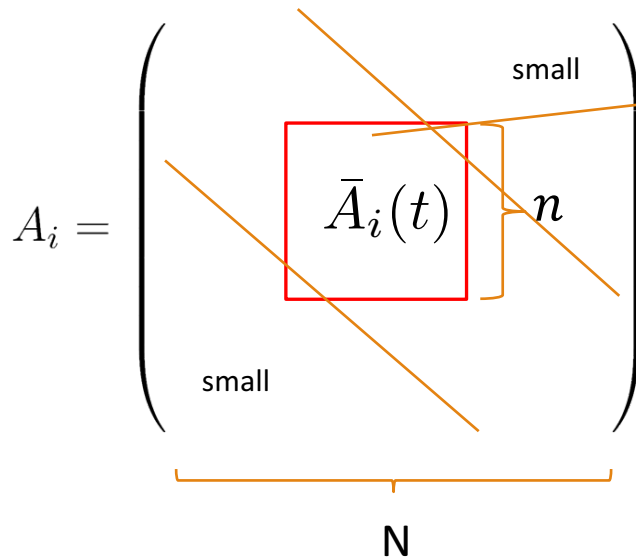
空間の広がり \sim 固有値の広がり

予想: 固有値が一様に分布している

行列モデルにおける時空構造の解析

空間を表す行列

時刻 t における空間の状態を表す行列



$\bar{A}_i(t) : n \times n$ 行列

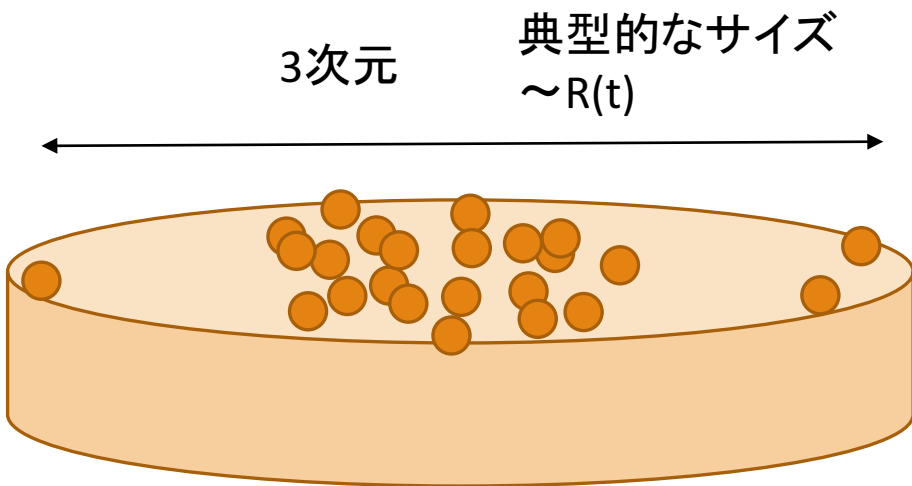
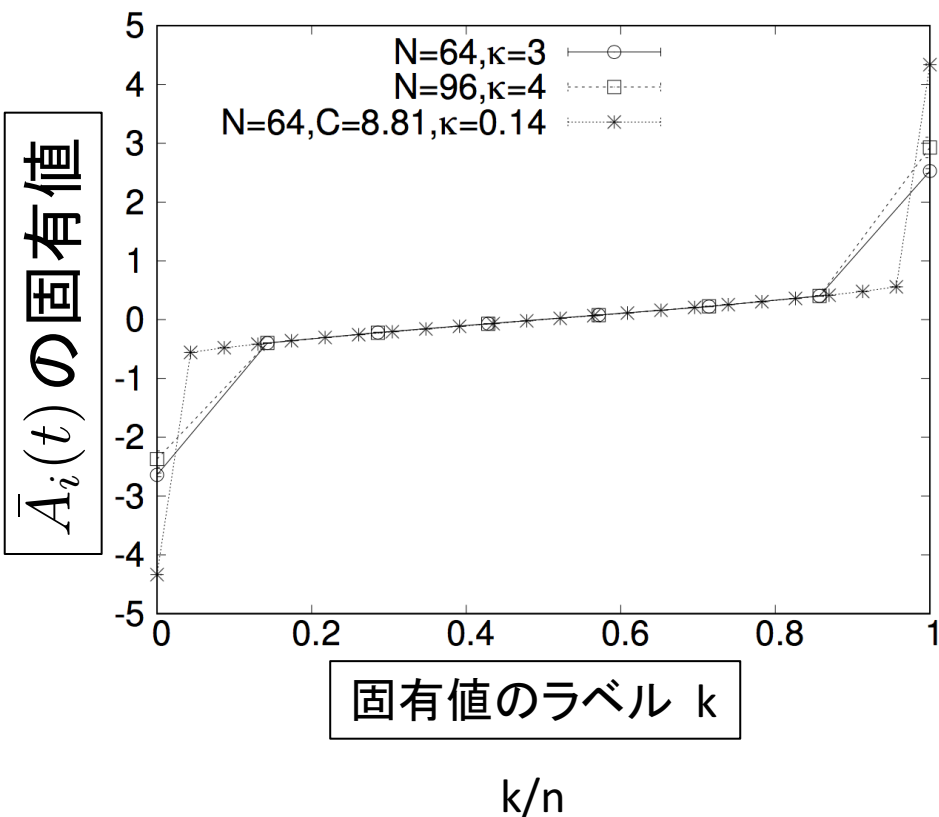
- 固有値分布の典型的な広がり ~ スケール $R(t)$
- 固有値分布を詳細にみることで時空の構造を調べる

連続極限 ($n \rightarrow \infty$) で固有値が密に分布することで連続的な時空が実現されると期待

結果 (large n)

work in progress with

T. Aoki, M. Hirasawa, YI, J. Nishimura and A. Tsuchiya

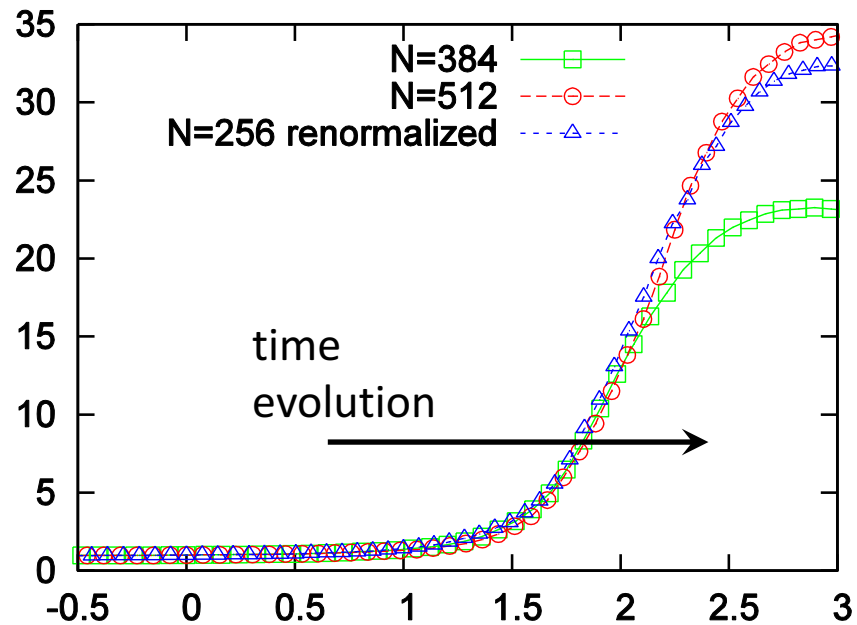


一様分布とは異なる

行列サイズを大きくしても
固有値分布が密になる傾向が見られない

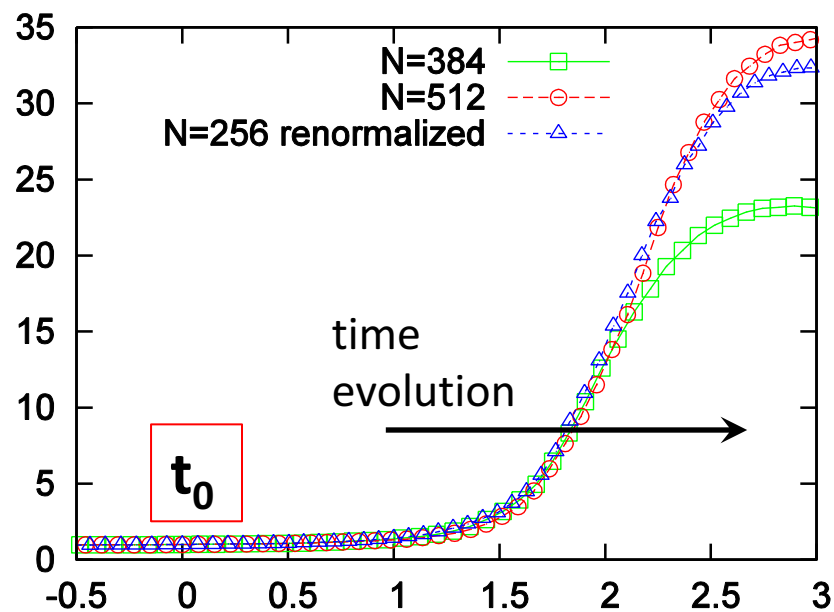
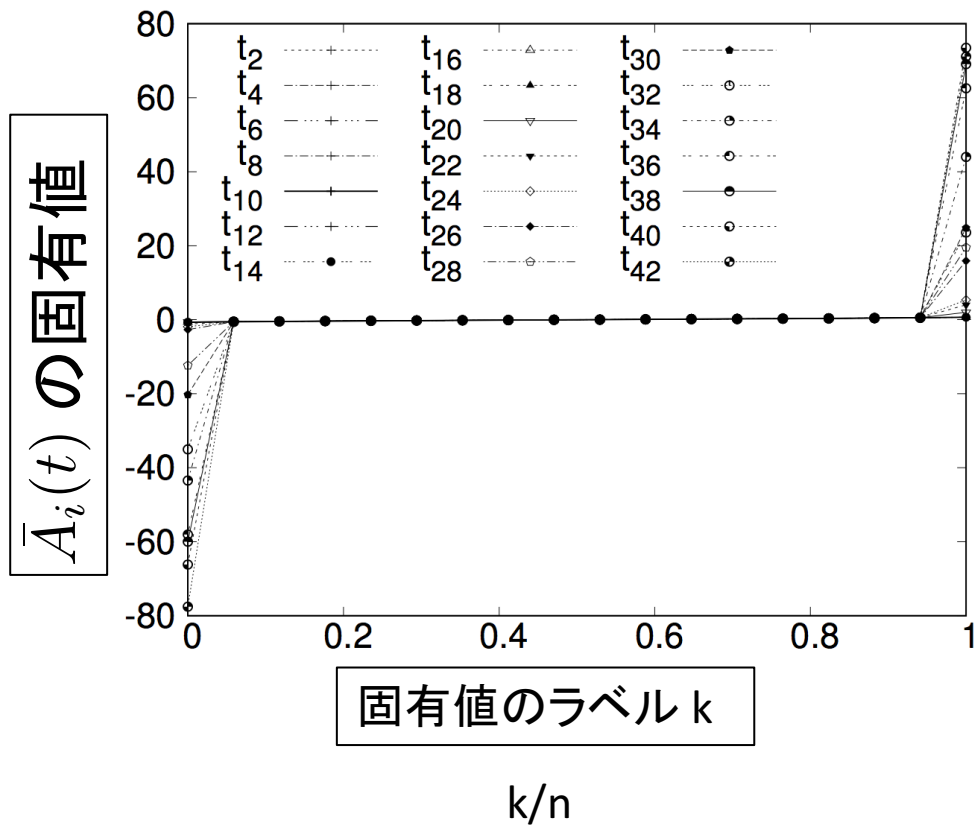
時空構造の時間依存性

- 同時刻で連続極限を取っても一様分布へ近づかない。
- 時間とともにどう振る舞うか？



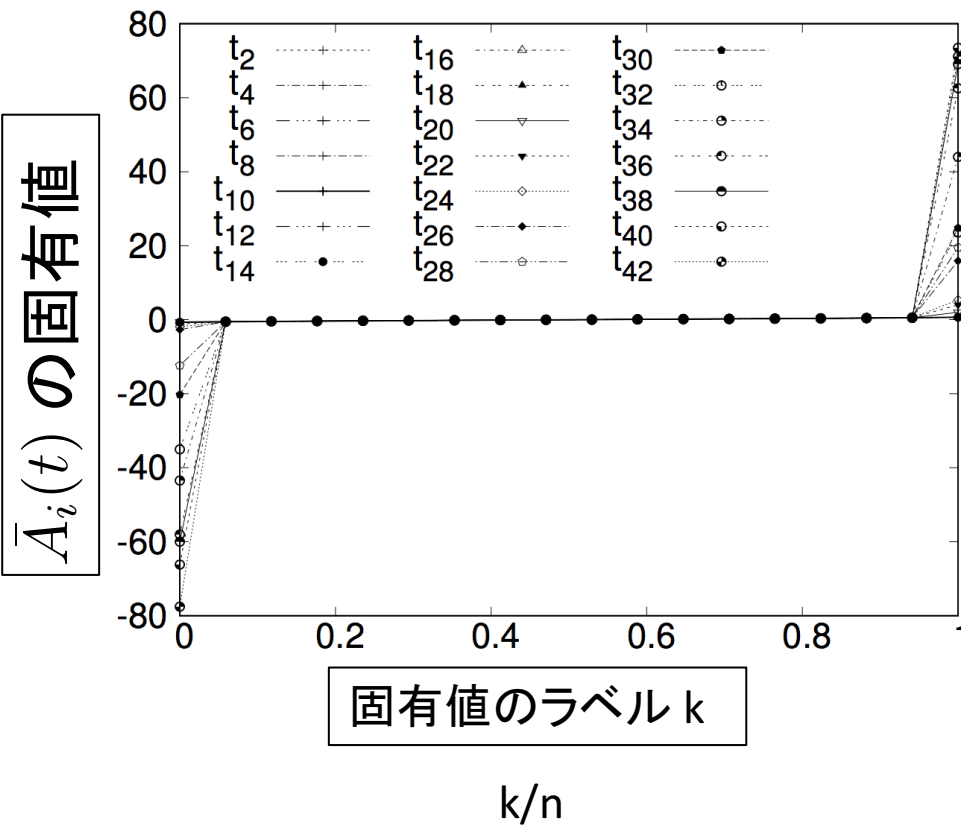
結果(時間依存性)

work in progress with
T. Aoki, M. Hirasawa, YI, J. Nishimura and A. Tsuchiya

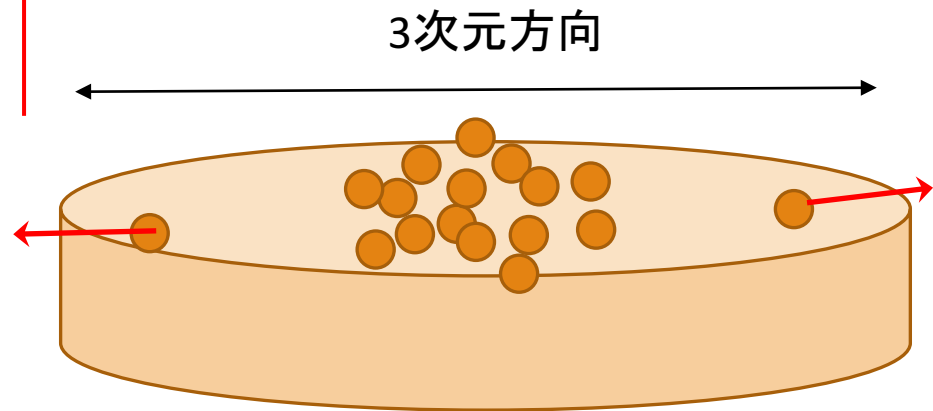


結果(時間依存性)

work in progress with
T. Aoki, M. Hirasawa, YI, J. Nishimura and A. Tsuchiya



端にある固有値だけが空間の膨張を引き起こしている



実際にはパウリ行列的な配位
 $(\bar{A}_1)^2 + (\bar{A}_2)^2 + (\bar{A}_3)^2 \sim 1$

→ ファジー球面的な構造を持つ

目次

- インTRODクシヨN
- 時空の時間発展と(3+1)次元時空の膨張
- 時空構造の解析
- 今後の課題

2次元球面的構造と数値計算上の問題

■ ローレンツ型IKKT行列模型 [S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

□ 分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{iS[A, \Psi]} \sim \int \mathcal{D}A \text{Pf} \mathcal{M}(A) \delta(S_b) \quad \leftarrow \text{HMCで計算}$$

↑
時間方向をWick回転($A_0 \rightarrow e^{i\theta} A_0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$)
することで得られる

- 時空の膨張則を調べる段階では上の(近似を用いた)作用でも可能だった
- 有限のNで時間方向を虚軸に回し切る($\theta = \pi/2$)と、
ファジー球面的構造が顕著に現れることが分かってきた。

今後の研究計画

□ 分配関数

$$\int dA d\Psi e^{iS[A_0, A_i, \Psi]} \rightarrow \int dA d\Psi e^{iS[e^{i\delta} A_0, A_i, \Psi]}$$

- 複素ランジュバン法による計算が必須
 - 複素作用に対して分配関数を数値的に扱う有力な手法

□ 今後の課題

- $N \rightarrow \infty$ とともに $\delta \rightarrow 0$ とする (ダブルスケールリング極限)
 - 球面的構造から徐々に3次元空間へ遷移していくか？
- 出現した時空上でカイラルフェルミオンが実現されるか？