

QCDの有限温度相転移とトポロジー

—サブ課題A 「QCD相転移」—

青木保道



2017.5.31 重点課題9 研究報告会

QCD 有限温度相转移 contributor

- 青木慎也 京大基研
- 青木保道 KEK/理研
- Guido Cossu Edinburgh
- 橋本省二 KEK
- 深谷英則 大阪大学
- **鈴木溪 KEK**
- ...

ここで紹介するTopology関係の全ての結果は
Preliminary です

QCD 有限温度相転移

• 何故興味があるか

- 宇宙と物質の進化と関係
- 実験: RHIC, LHC

• 純理論的な興味

- QCDの理解
- カイラル対称性とその自発的破れ

↑ 物理点直上の計算

- 大規模数値計算の主流

↑ クォーク質量を変えてプローブ

- 非物理点(クォーク質量)の情報
- 物理点の理解の強固な補強
- 究極的には相図の完成

- **この課題で追求する!**

QCD 有限温度相転移

- 純理論的な興味

- QCDの理解

- カイラル対称性とその自発的破れ

↑ クォーク質量を変えてプローブ

- 非物理点(クォーク質量)の情報

- 物理点の理解の強固な補強

- 究極的には相図の完成

- **この課題で追求する！**

- 最も近い理想的な状況: $N_f=2$

- 相転移とトポロジー

- 密接に関係！

- トポロジーを詳しく調べる

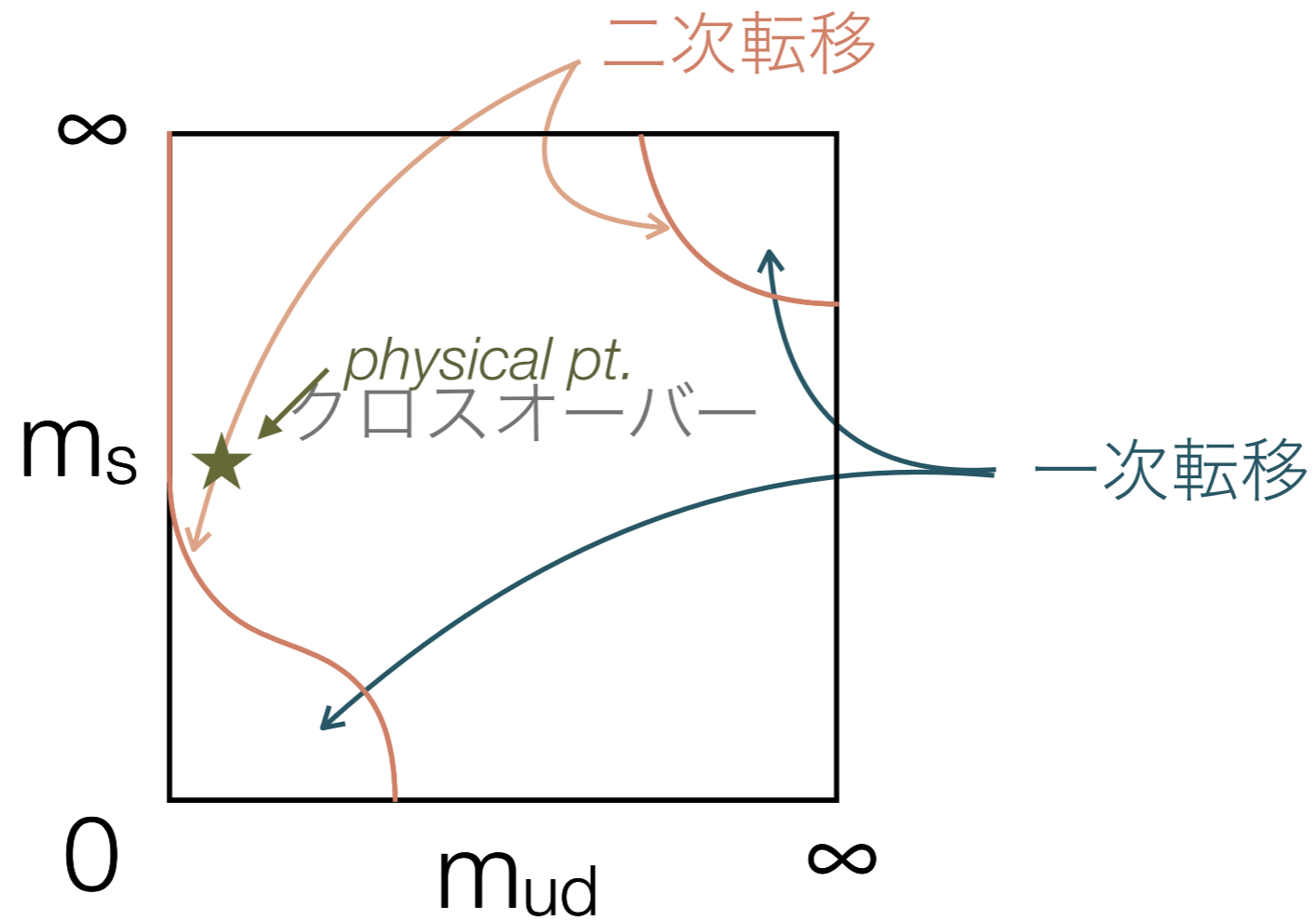
- 波及効果: axion

➡ 宇宙と物質の進化

- まずは $N_f=2$ を理解し

- $N_f=2+1$ へつなげる

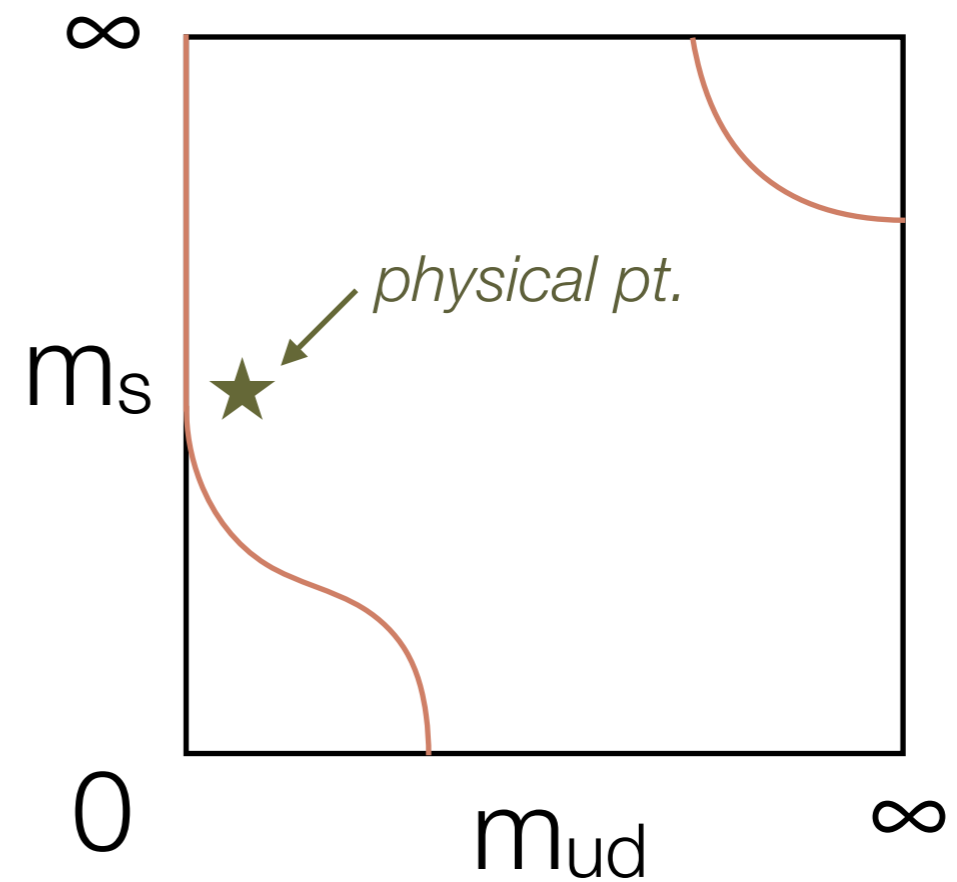
現在でも: Columbia Plot = 大方の人の理解 || 期待



[original Columbia plot: Brown et al 1990]

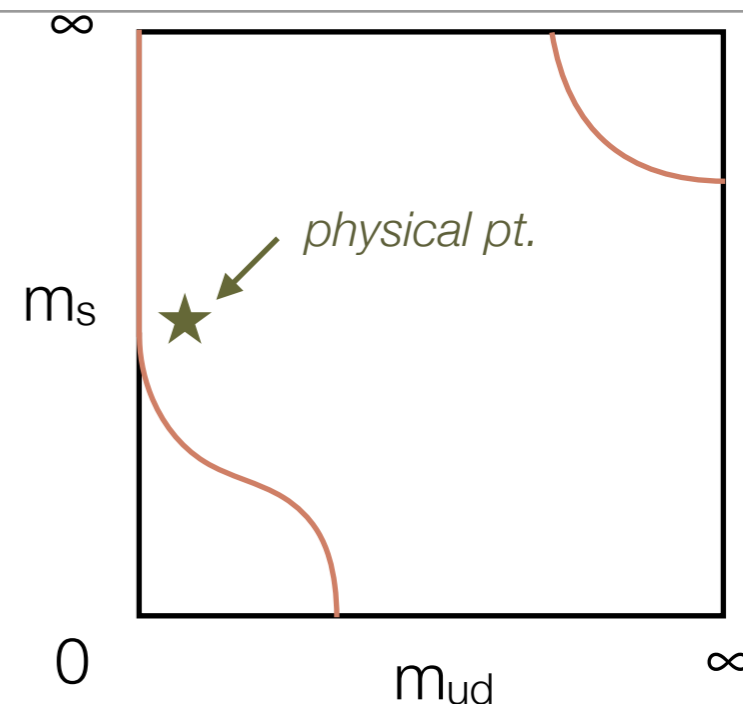
$N_f=2+1$ 相図

- 連続極限で分かっていること
 - $N_f=0$: 一次転移
 - 右上隅はよく分かっている
 - $N_f=2+1$ 物理点: cross-over
 - staggered (Wuppertal 2006)
 - 他の正則化でも反証なし
 - 厳密なカイラル対称性を持つアプローチでは未踏
- その他の領域は不確定



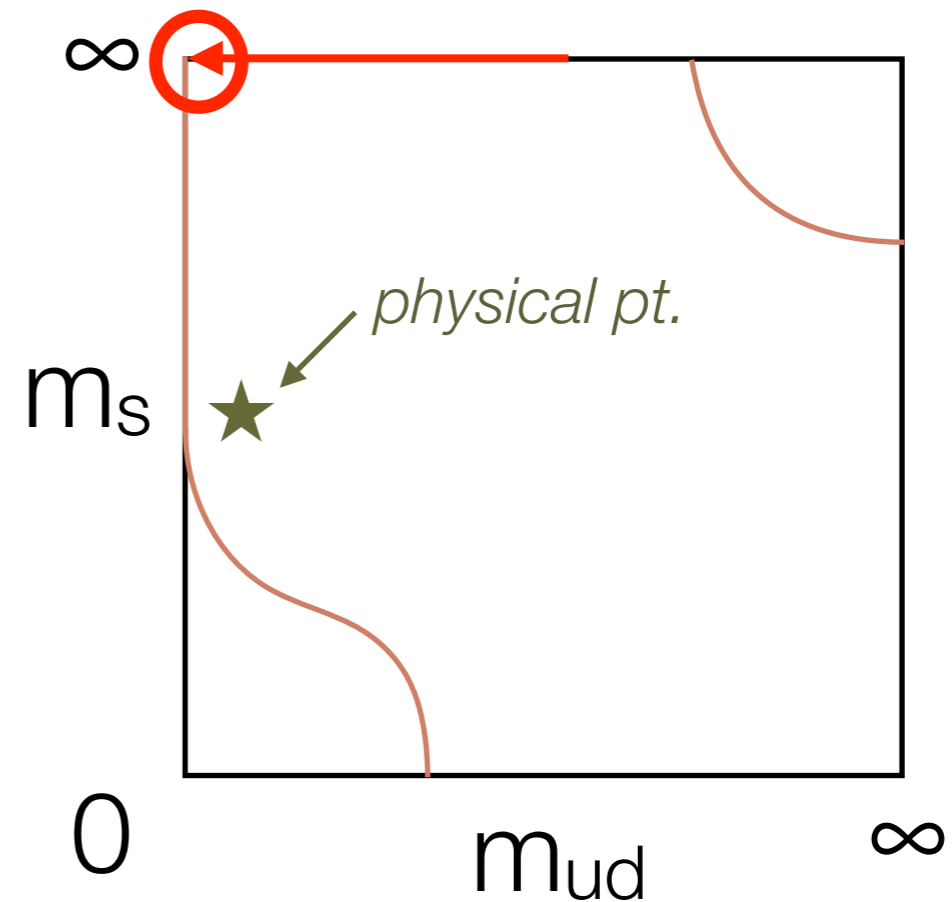
QCD 有限温度相転移の理論: $N_f=2+1$ Lattice

- $N_f=2+1$ 相図が完成すれば
 - QCD の理解
 - 物理点の相転移の存在、次数が分かる。
 - 遠回りだが確実な方法
 - 相境界($\mu=0$)の $\mu>0$ への伸び方を調べる \rightarrow (T, μ) 臨界終点の研究へつなげる
- 大変重要 / 有用である！



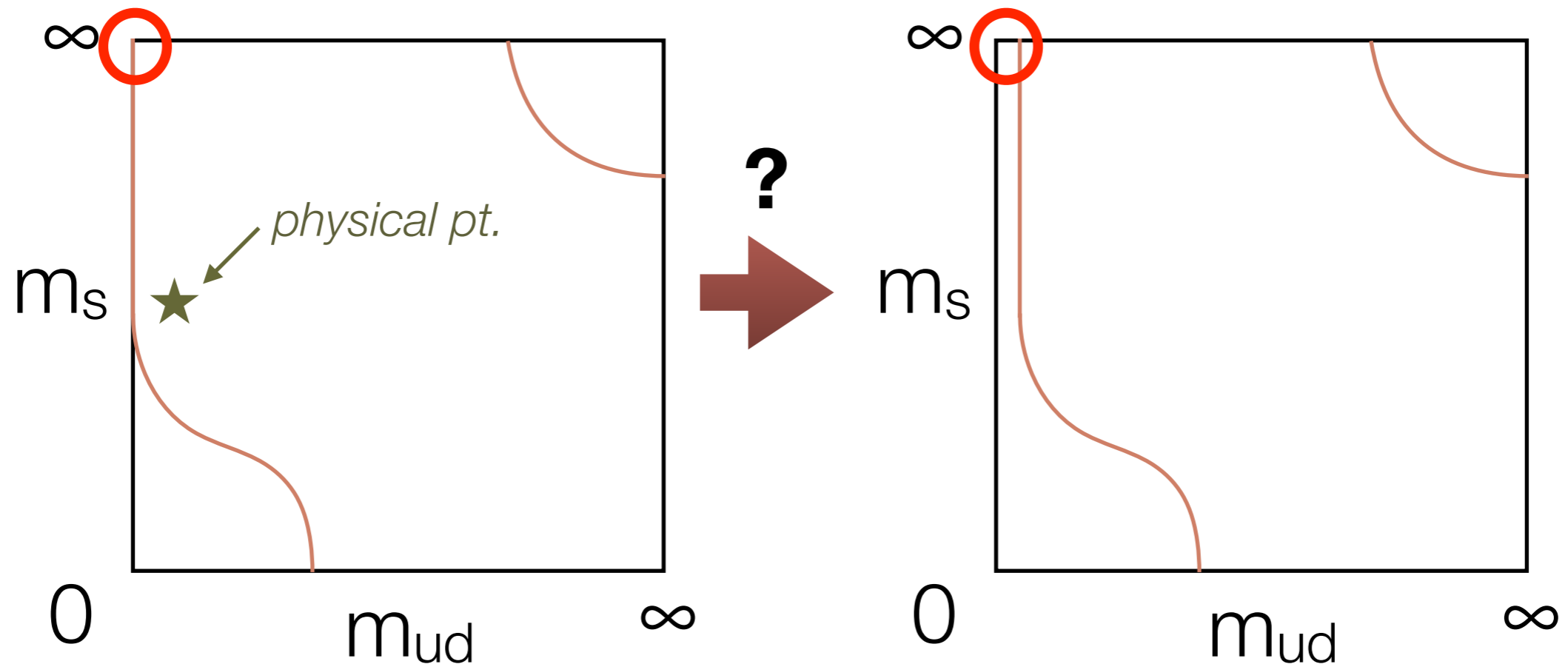
$N_f=2$ と $N_f=2+1$

- 遠い?
 - $m_s \sim 100 \text{ MeV} \rightarrow \infty$
 - $T=0$ では s のあるなしは微細効果
- しかし
 - $O(4)$ scaling $\rightarrow U(1)_A$ @ Wilson
 - 厳密な格子カイラル対称性
 - ➡ $U(1)_A$ 回復を示唆[JLQCD16]
 - ➡ 一次転移の可能性 [Pisarski&Wilczek]
- 現時点の物理点の知識はそのようなベースに立っていない



一次転移だとどうなるか？

- $0 \leq m_f < m_c$: 一次転移
- 一つの可能性として: $N_f=3$ の一次転移領域と繋がる
- 物理点への影響も考えられる



$U(1)_A$ の役割とトポロジ

- QCDの大局的対称性: $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$ @ $m_f \rightarrow 0$
- 高温 $T > T_c$: $\rightarrow SU(N_f)_V \times U(1)_V \times SU(N_f)_A \times U(1)_A$?
 - $SU(N_f)_A$ は回復、 $U(1)_A$ は?
 - それぞれ秩序パラメタにから確認できるはず

トポロジにシグナルが現れるはず

$SU(N_f)_A$
- $\langle \bar{q}q \rangle$

予想: $\chi_t = 0$ for $0 < m_f < m_c$

)? [JLQCD16]

トポ

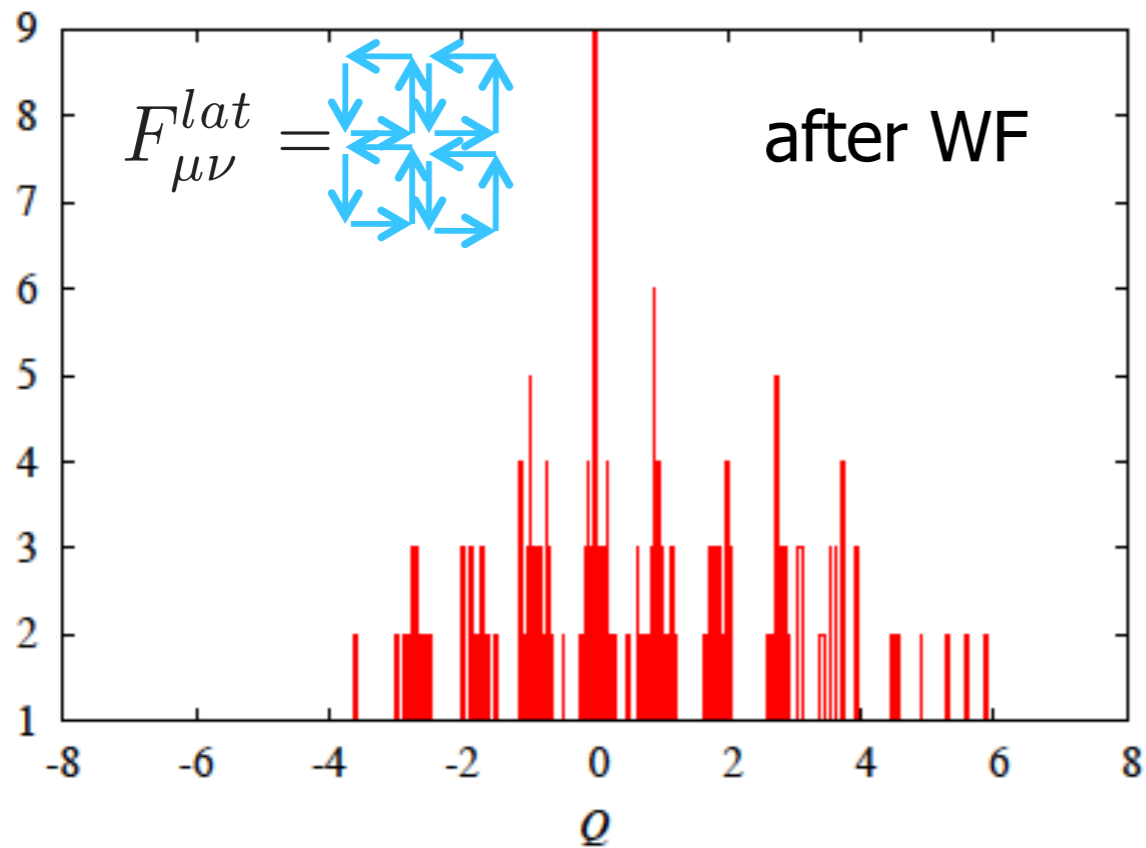
[S.Aoki, Fukaya, Taniguchi (2012)]

電荷の感受率

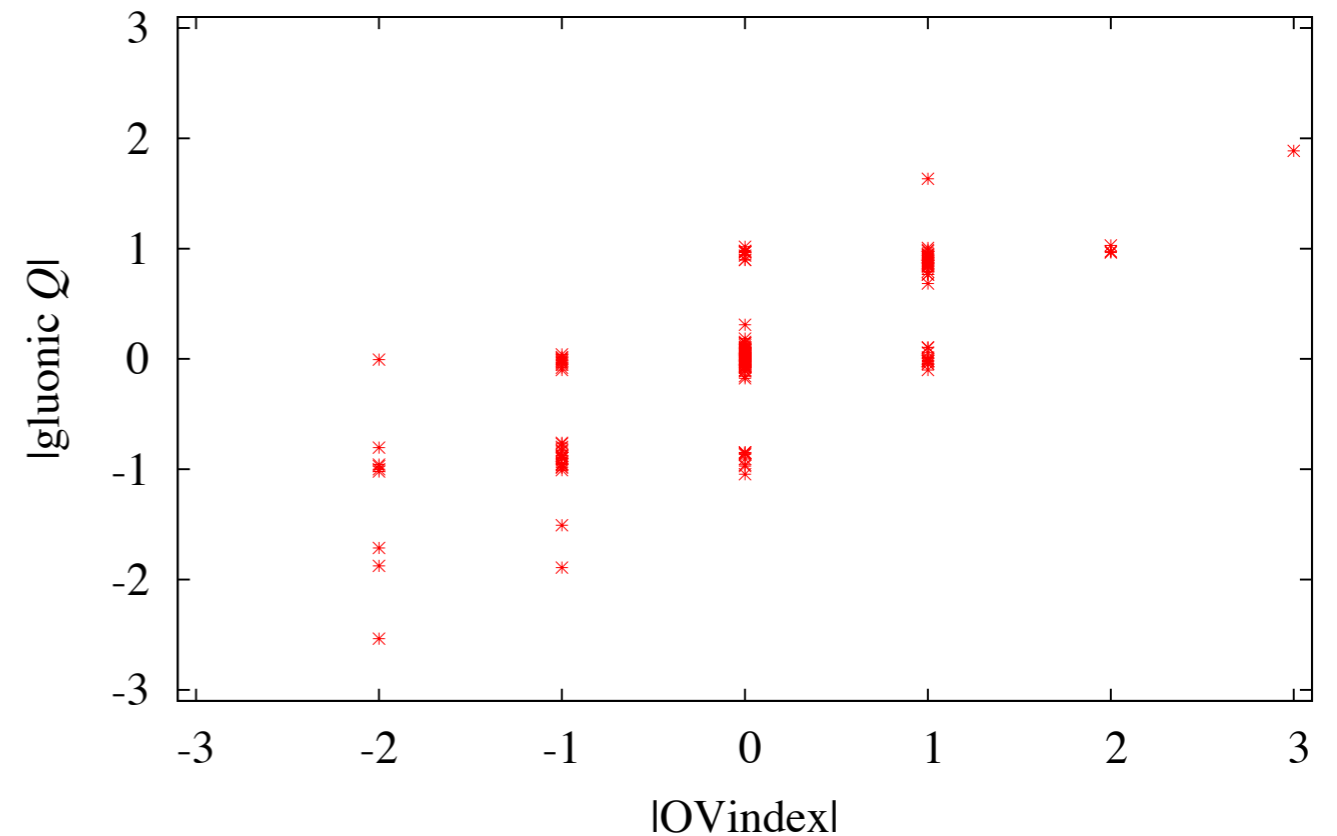
$$\chi_t = \frac{\langle Q_t^2 \rangle}{V}$$

$N_f=2$ トポロジカル電荷 → 感受率

$$q(x) = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^{lat} F_{\rho\sigma}^{lat}$$



32x12 beta=4.23 m=0.005 (T=191 MeV)



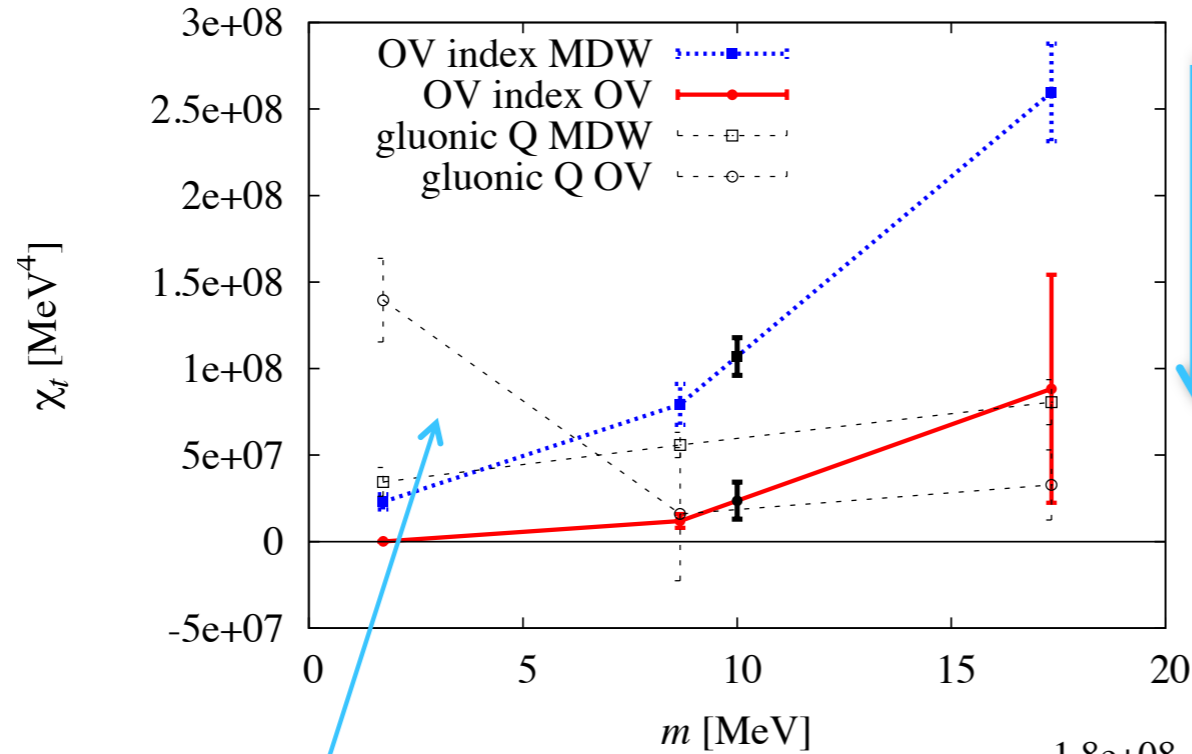
$$Q = \sum_x q(x) \quad \text{トポロジカル電荷}$$

$$\chi_t = \frac{\langle Q^2 \rangle}{V} \quad \text{感受率}$$

$\chi_t(T, m)$ for $N_f=2$

T=217 MeV

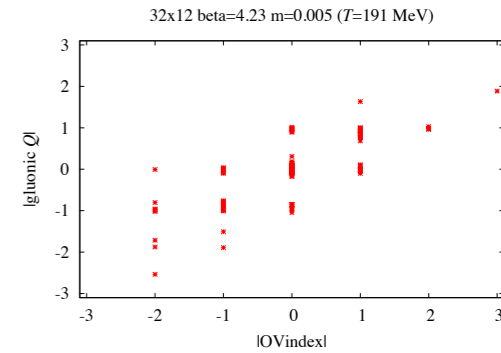
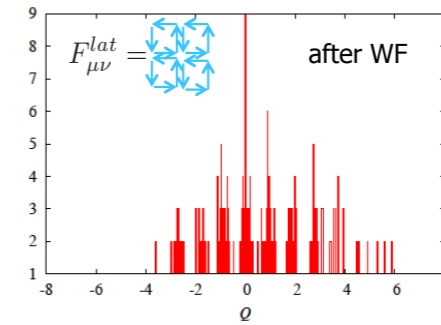
32x8 beta=4.10 (T=217 MeV)



Large difference due to Q def
1/a ~ 1.7 GeV

Minor difference due to Q def
1/a ~ 2.3 GeV

$$q(x) = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^{lat} F_{\rho\sigma}^{lat}$$

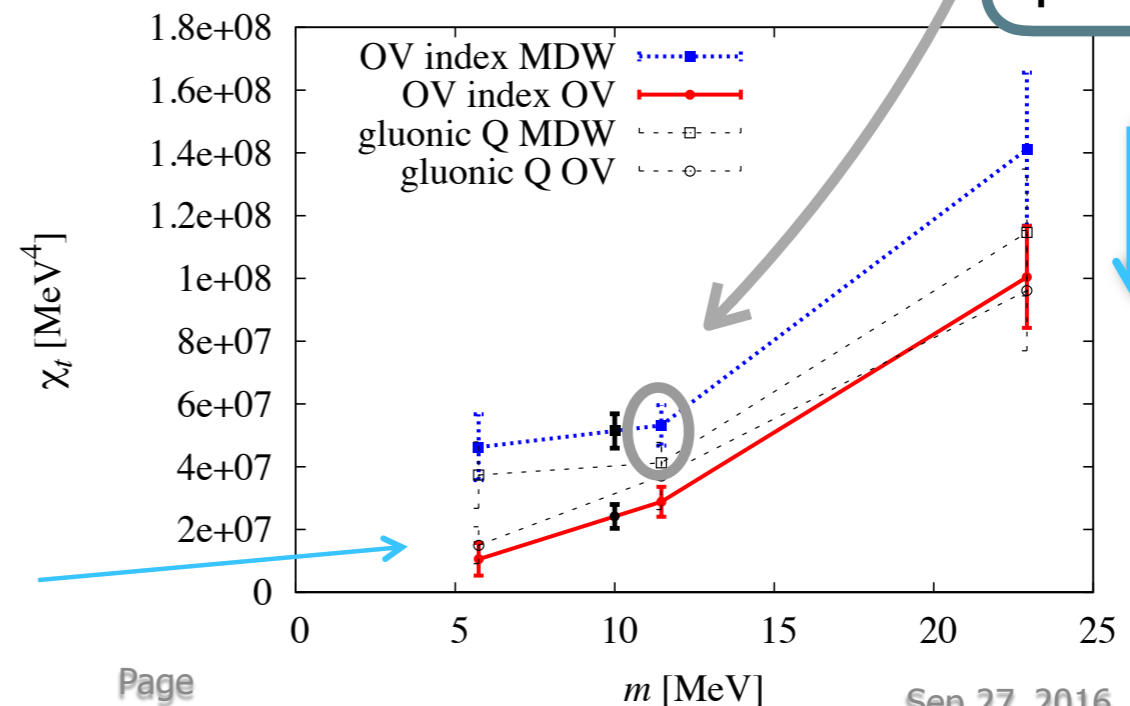


Suppression by reweighting
1/a ~ 1.7 GeV

Suppression by reweighting
1/a ~ 2.3 GeV

32x12 beta=4.23 (T=191 MeV)

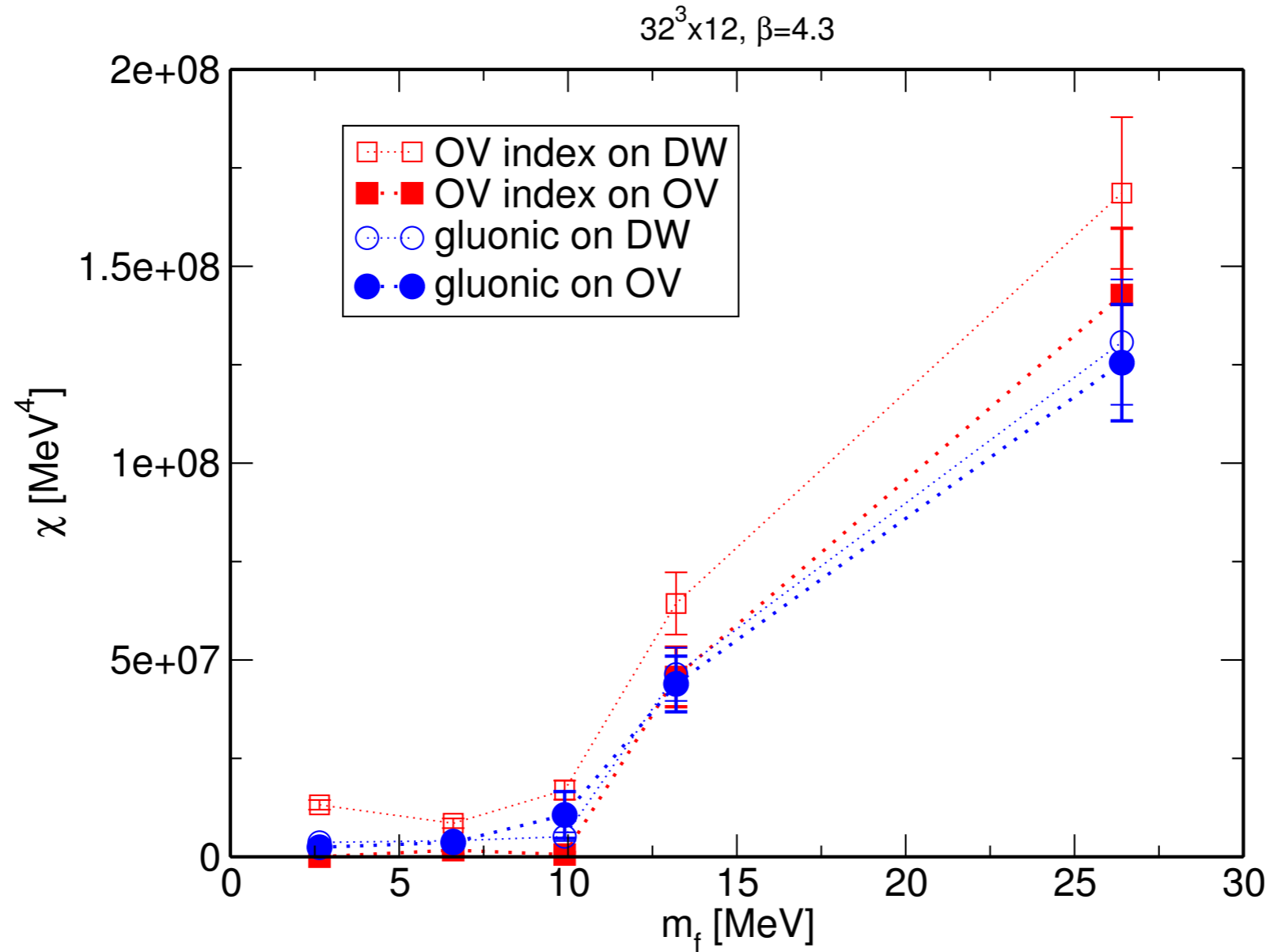
T=191 MeV



$N_f=2$ オーバーラップフェルミオンによる解析

- DWFアンサンブル→オーバーラップに再重み付け(reweighting)
 - Möbius DWF: ほぼ厳密なカイラル対称性: $m_{\text{res}} \ll \Lambda_{\text{QCD}}$
 - オーバーラップ: 厳密なカイラル対称性
- Q_t の測定として
 - 電荷密度(クローバー)の積分 (Wilson Flow 後)
 - Overlap Index: ディラック演算子の固有値
- reweighting あり/なし と電荷のはかり方2種類で都合4つの χ_t 値
- 現在のとりくみ: $1/a = 2.6 \text{ GeV}$ *** PRELIMINARY ***
 - より細密格子で DW → Overlap 対応がさらに改善される

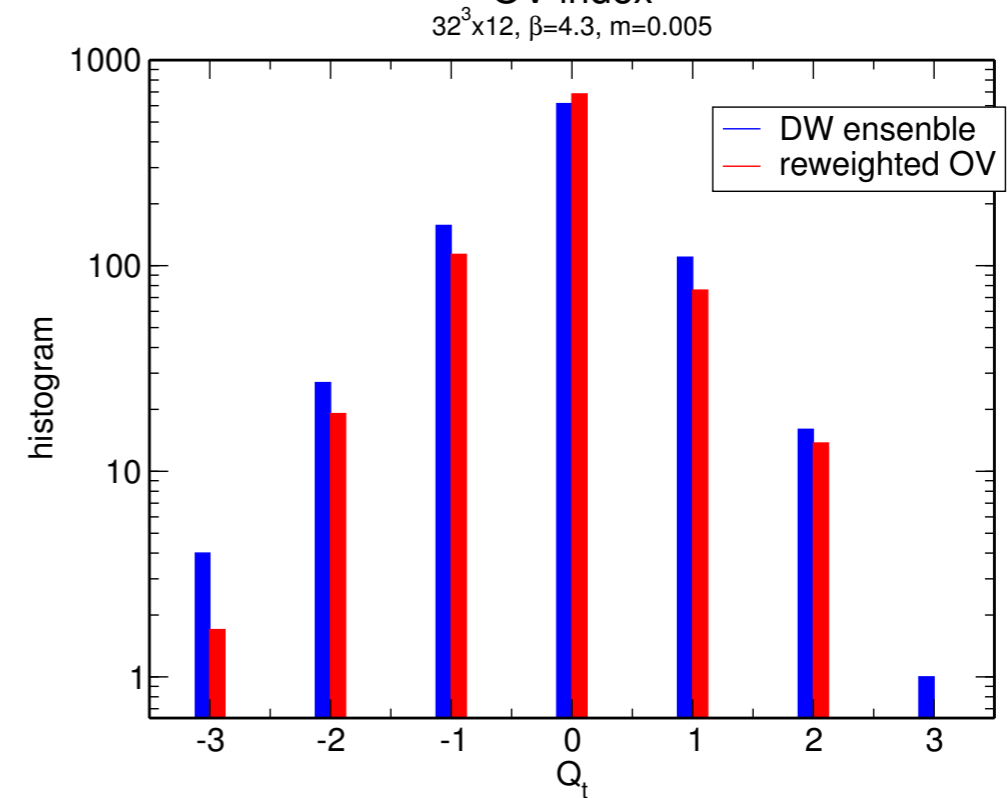
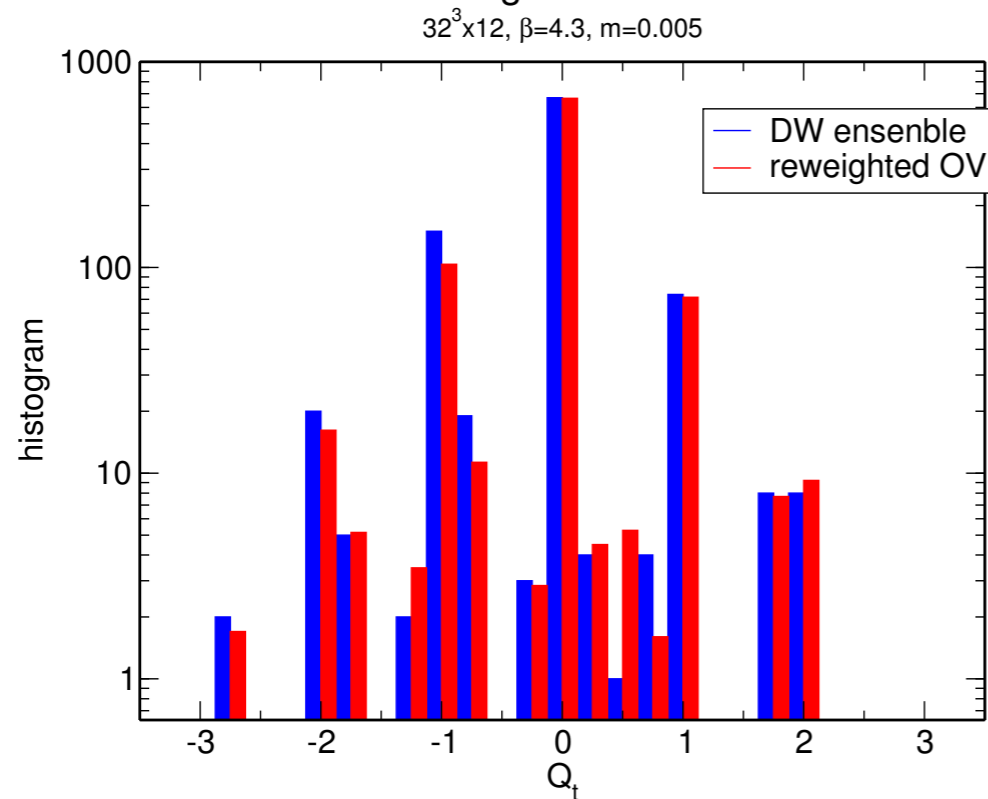
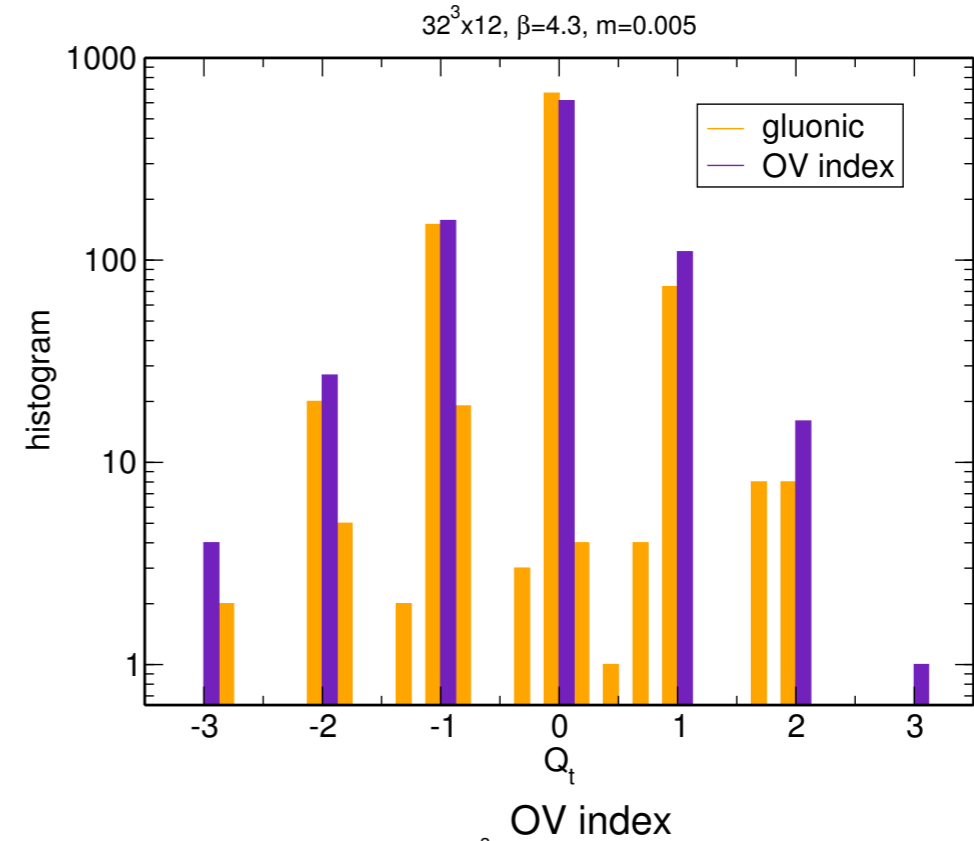
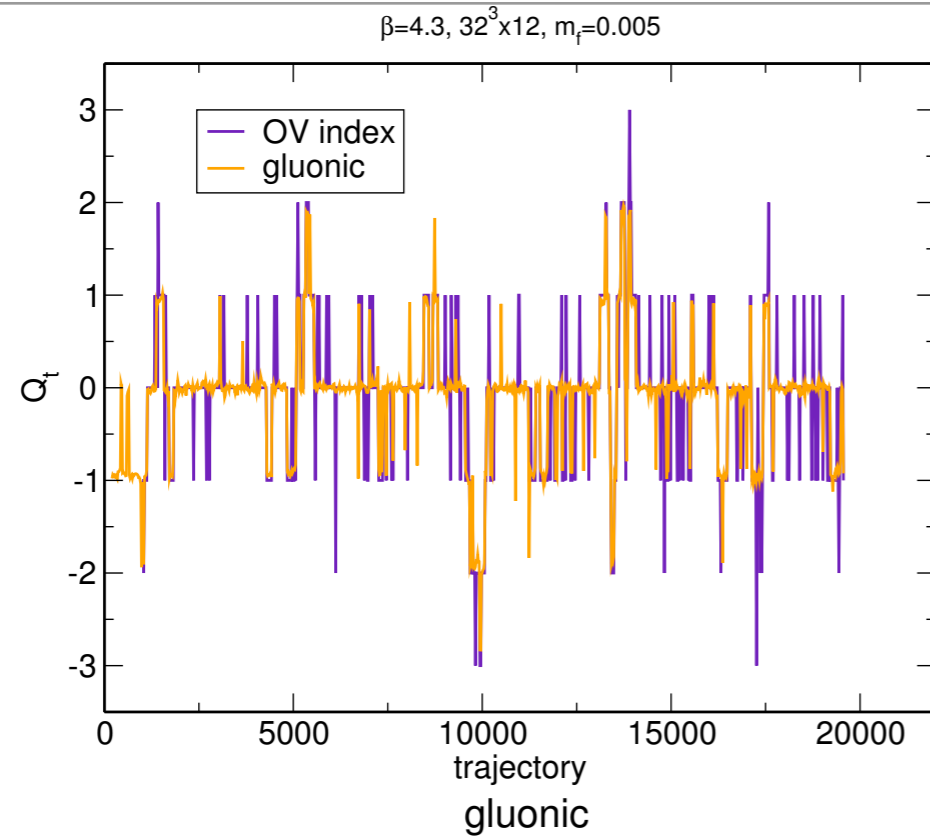
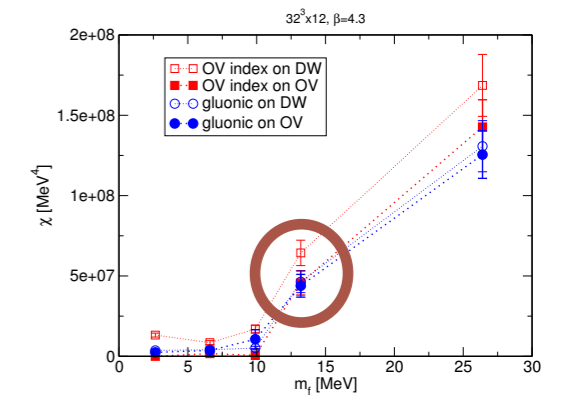
$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV



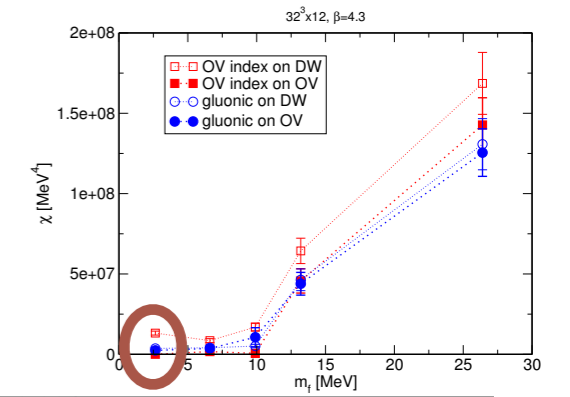
(reweighting 無しのオーバーラップ 固有値は病的に振る舞う)

[JLQCD: Tomiya, S.Aoki, Cossu, Fukaya, Hashimoto, Kaneko, Noaki(2016)]

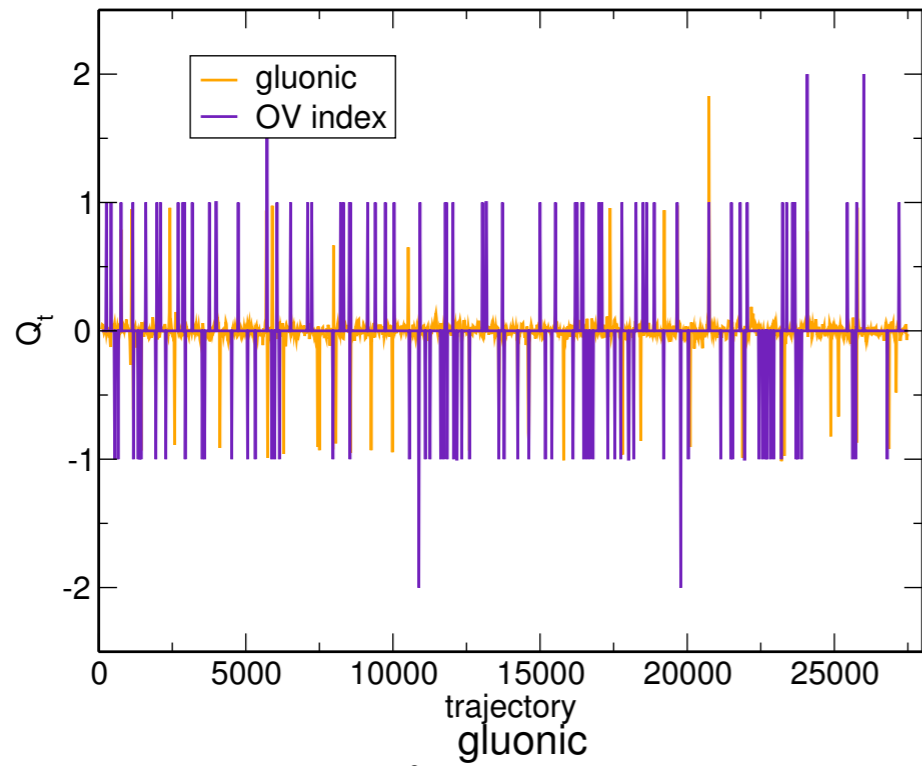
$m=0.005$ history and histogram



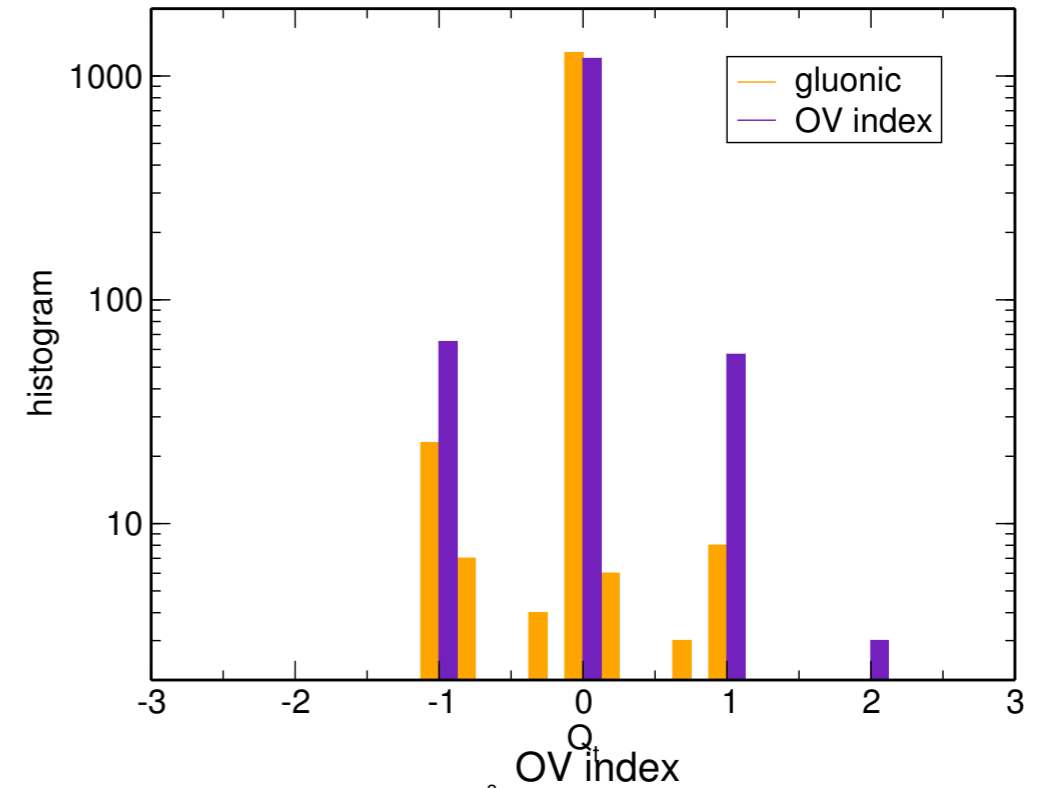
$m=0.001$ history and histogram



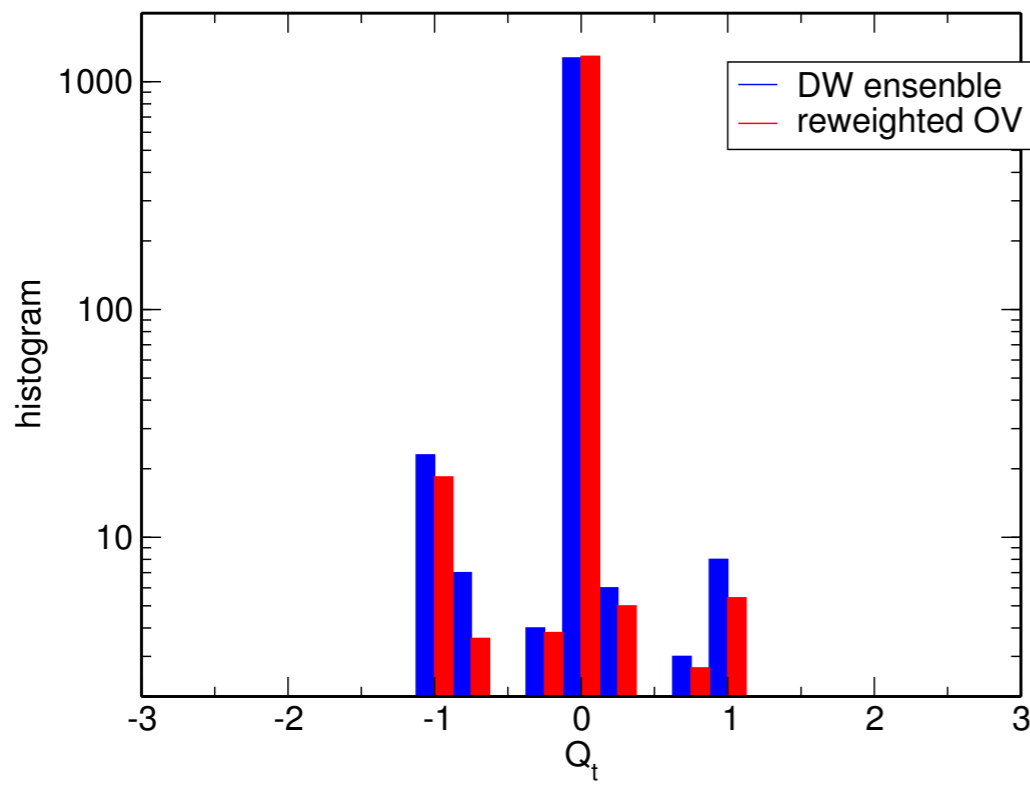
$\beta=4.3, 32^3 \times 12, m_t=0.001$



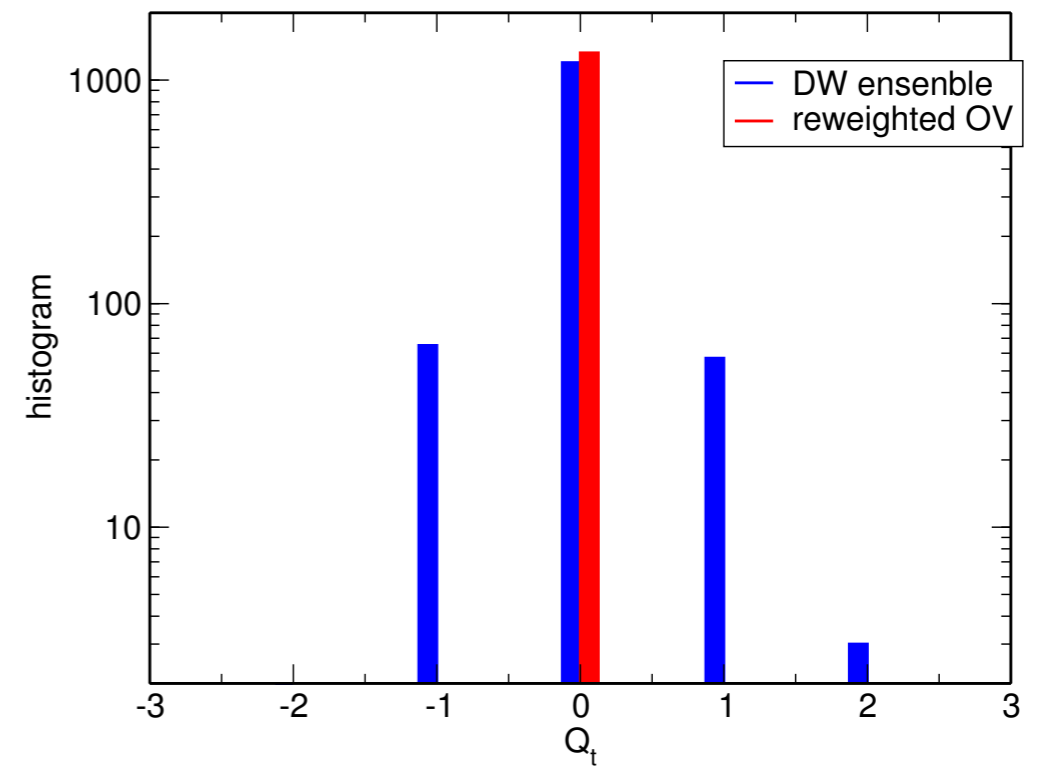
$32^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.001$



$32^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.001$



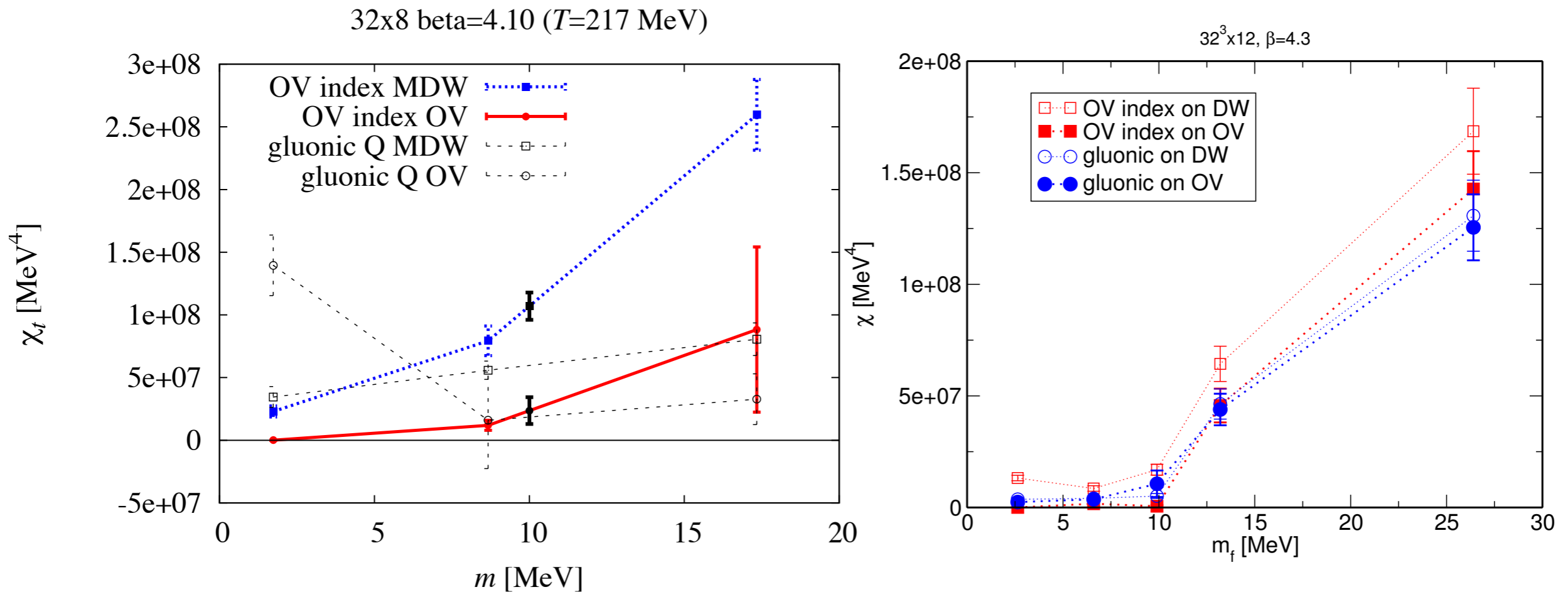
$32^3 \times 12, \beta=4.3, m=0.001$



$\chi_t(m_f)$ $T \sim 220$ MeV 付近のカットオフ依存性

1/a=1.7 GeV, T=217 MeV

1/a=2.6 GeV, T=220 MeV

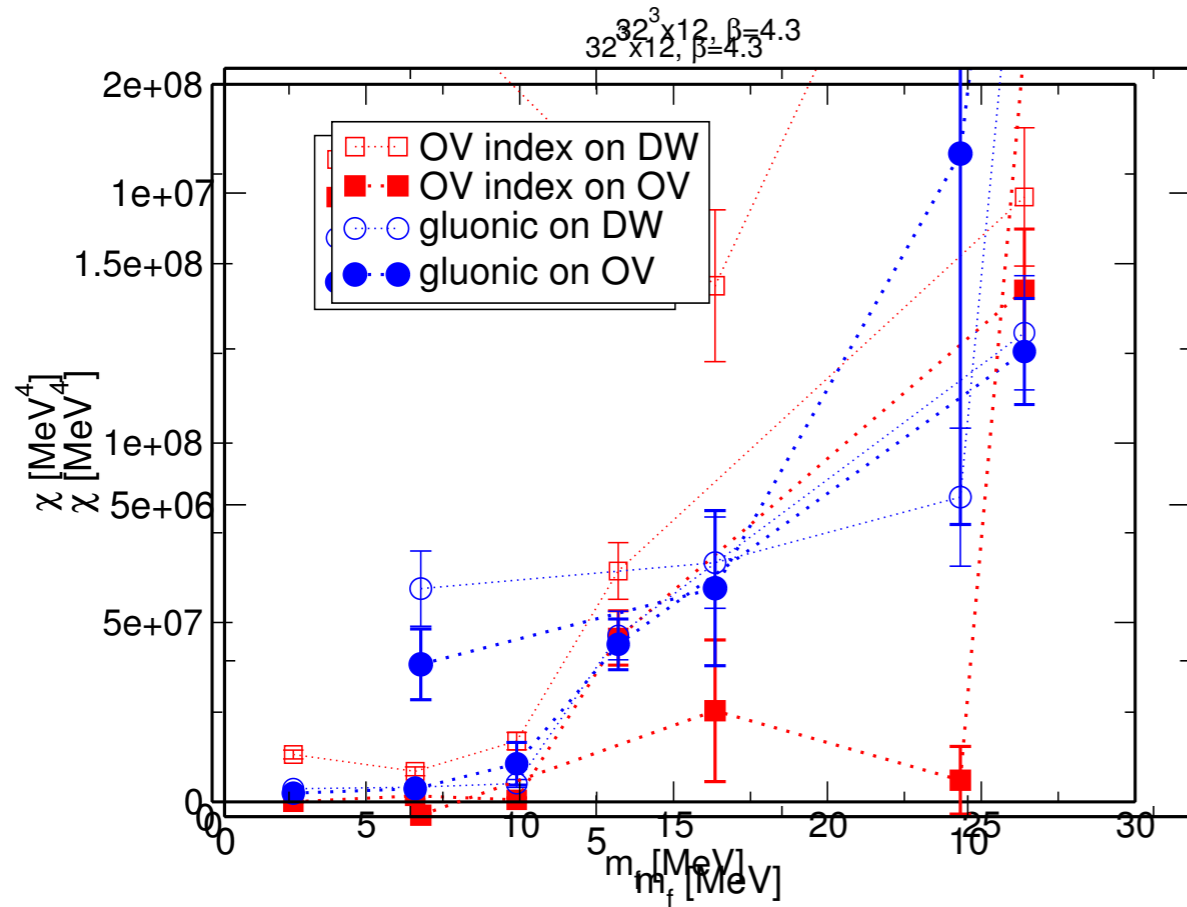


• 1/a=1.7 GeV → 2.6 GeV : ~コンシステント [赤に注目]

• 青(gluonic)は赤(index) に近づく

• m=10 MeV あたりに相境界?

$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV



• ゼロ付近は本当にゼロか？

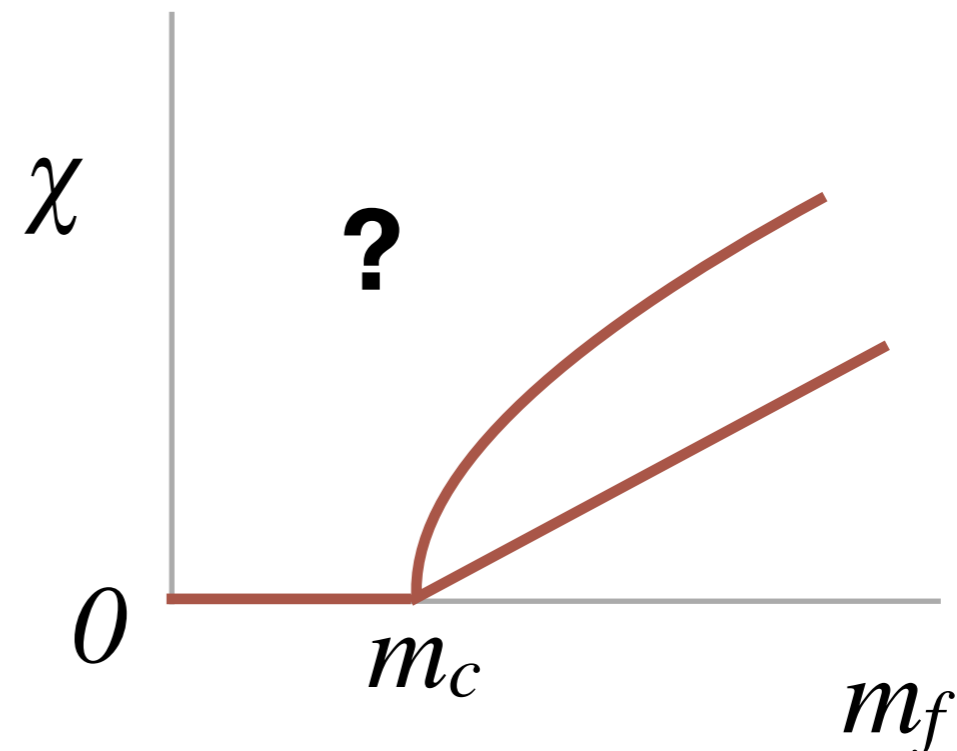
• 究極的には

• $V \rightarrow \infty$

• $a \rightarrow 0$ (精密に) スケーリング 必要

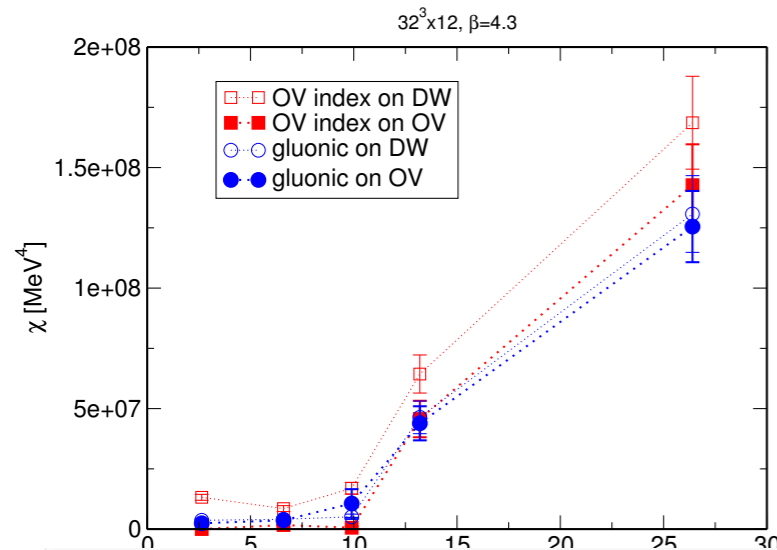
• しかし、 m 依存性は

• 相境界 $m_c > 0$ の存在を示唆



$\chi_t(m_f)$ for $N_f=2$ $T=220$ MeV

さらに...



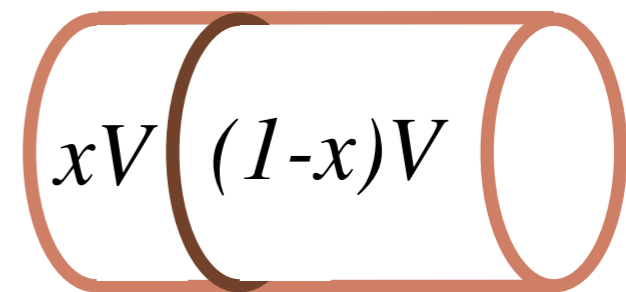
• 相境界 $m_c > 0$ の存在を示唆

• χ_t 値の信頼性? \longrightarrow 厚切りハム法

• 厚切りハム法: Slab method

• 大局的トポロジー(サンプル困難)を

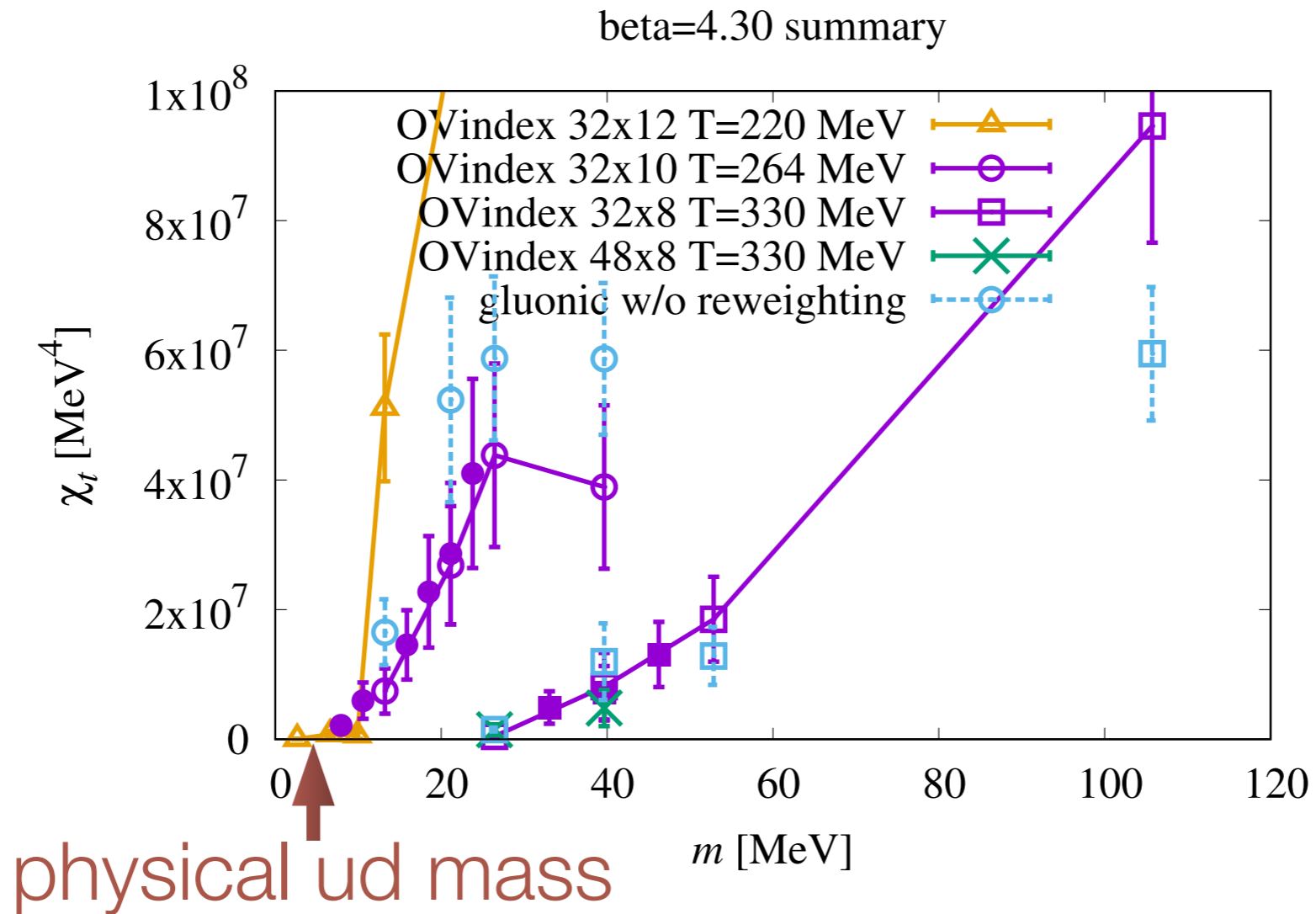
• 局所的電荷密度(サンプル容易)から推定



[Bitenholz, Forcrand, Gerber (2015)]

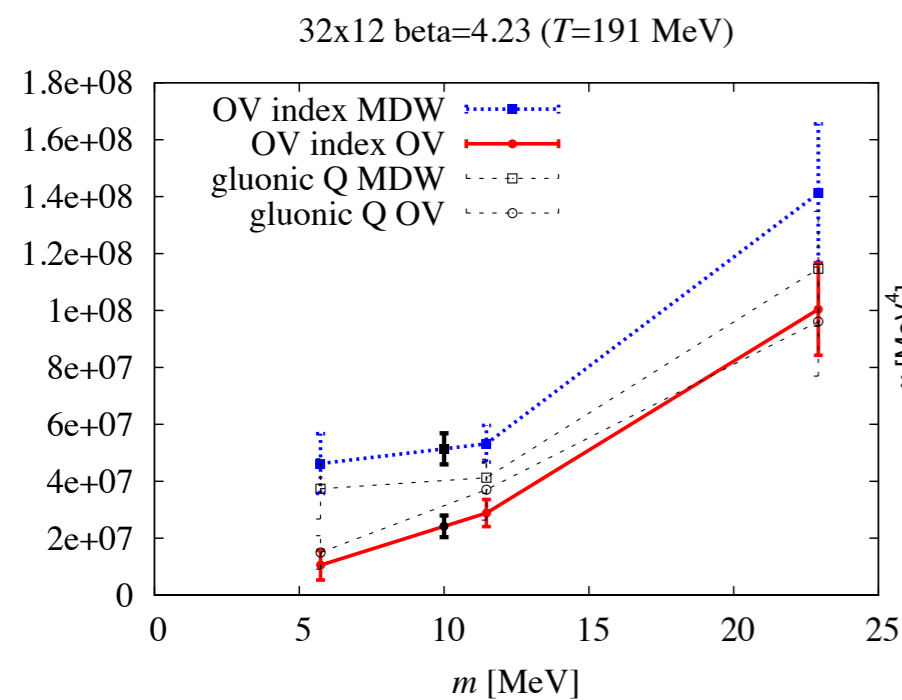
• テスト良好

T=220, 264 & 330 MeV ; 1/a=2.6 GeV 固定

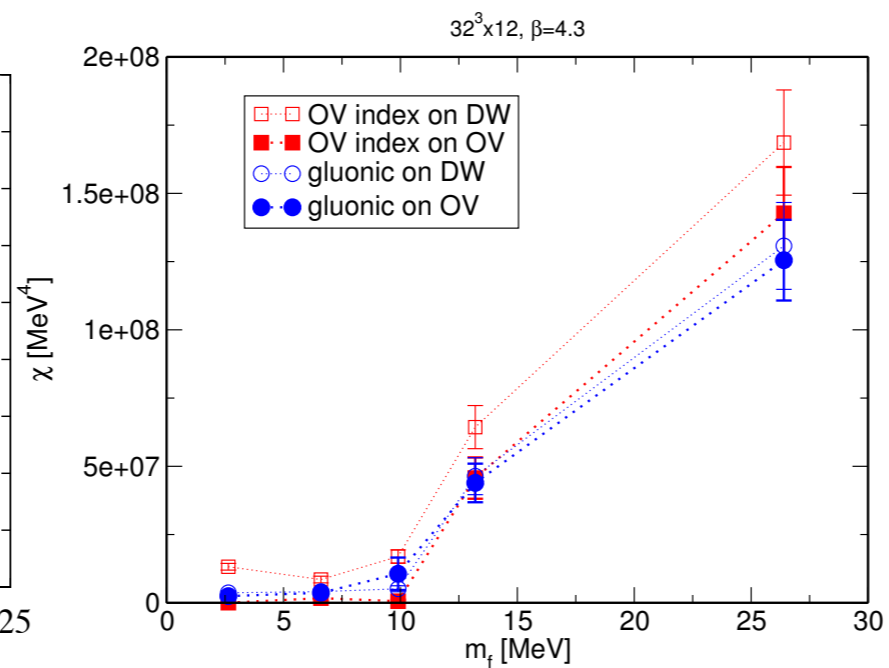


- 途中経過
- filled symbol: by mass reweighting
- 緑: L x 1.5 (T=330 MeV のみ) 有限体積効果を調べる

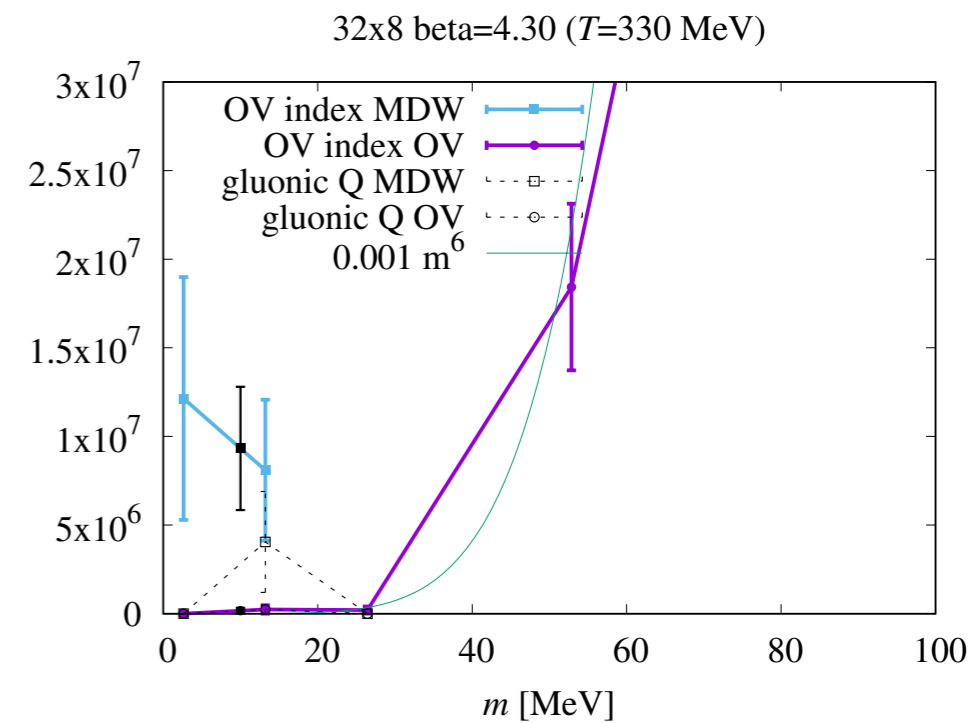
現時点で得られている T 依存性



$T=191$ MeV



$T=220$ MeV



$T=330$ MeV

m_c の存在を仮定すると

$m_c(T) \uparrow$ as $T \uparrow$

U(1)_Aの役割とトポロジー

- QCDの大局的対称性: $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$ @ $m_f \rightarrow 0$
- 高温 $T > T_c$: $\rightarrow SU(N_f)_V \times U(1)_V \times SU(N_f)_A \times U(1)_A$?
 - $SU(N_f)_A$ は回復、 $U(1)_A$ は?
 - それぞれ秩序パラメタにから確認できるはず
- フェルミオンゼロモードを通じた関係: $\rho(\lambda)$: 固有値 λ の密度

SU(N_f)_A 秩序パラメタ

$$-\langle \bar{q}q \rangle = \pi \rho(0) = 0$$

トポロジカル電荷

電荷の感受率

U(1)_A 秩序パラメタ

$$\Delta_{\pi-\delta} \sim \rho'(0) = 0? \quad [\text{JLQCD16}]$$

指数定理

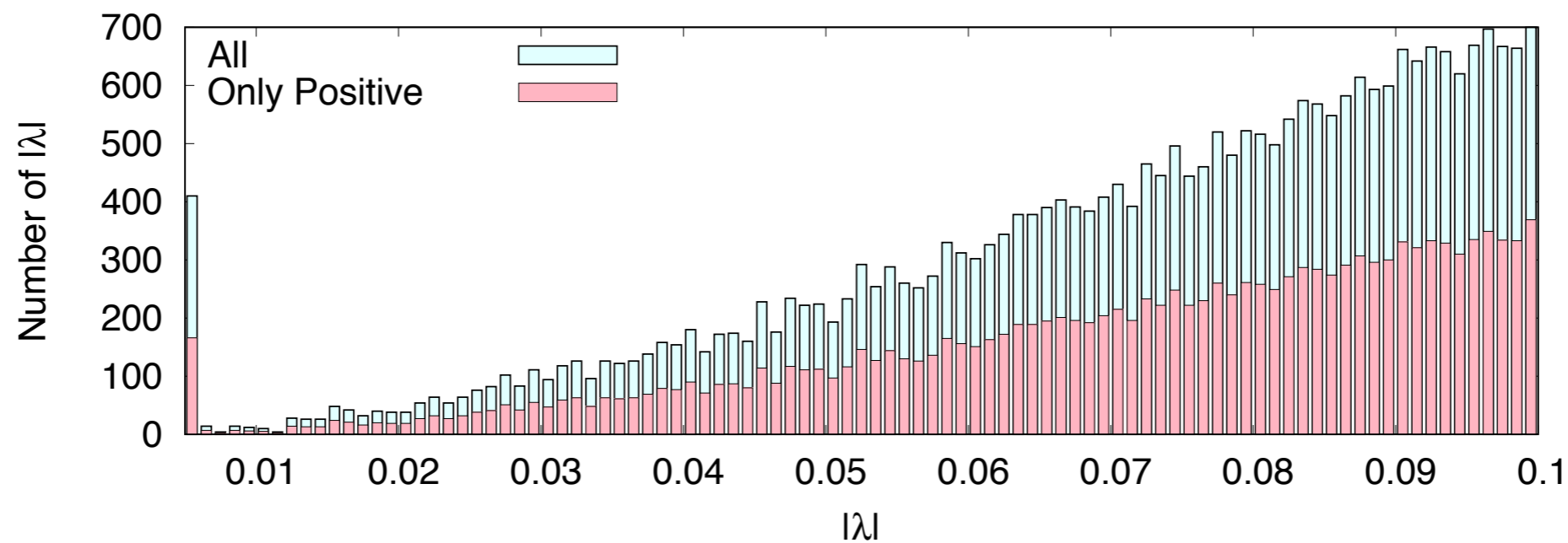
$$Q_t$$

$$\chi_t = \frac{\langle Q_t^2 \rangle}{V}$$

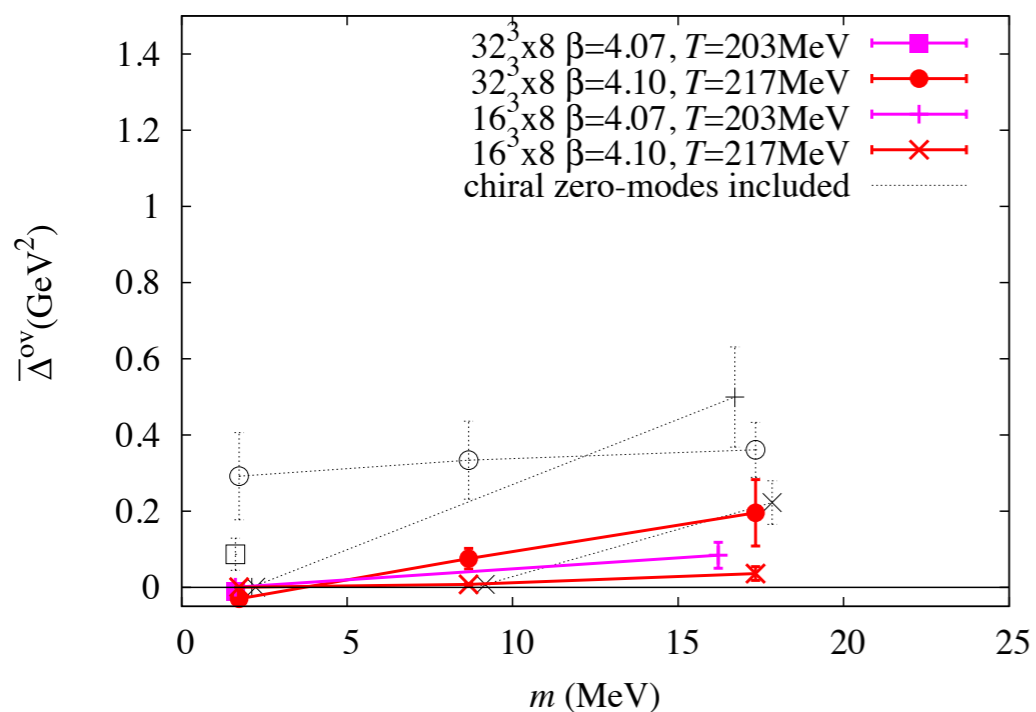
U(1)_A 秩序パラメタ

$$\Delta_{\pi-\delta} = \int_0^\infty d\lambda \rho(\lambda) \frac{2m^2}{(\lambda^2 + m^2)^2}$$

32x12, $\beta=4.3$, $m=0.005$

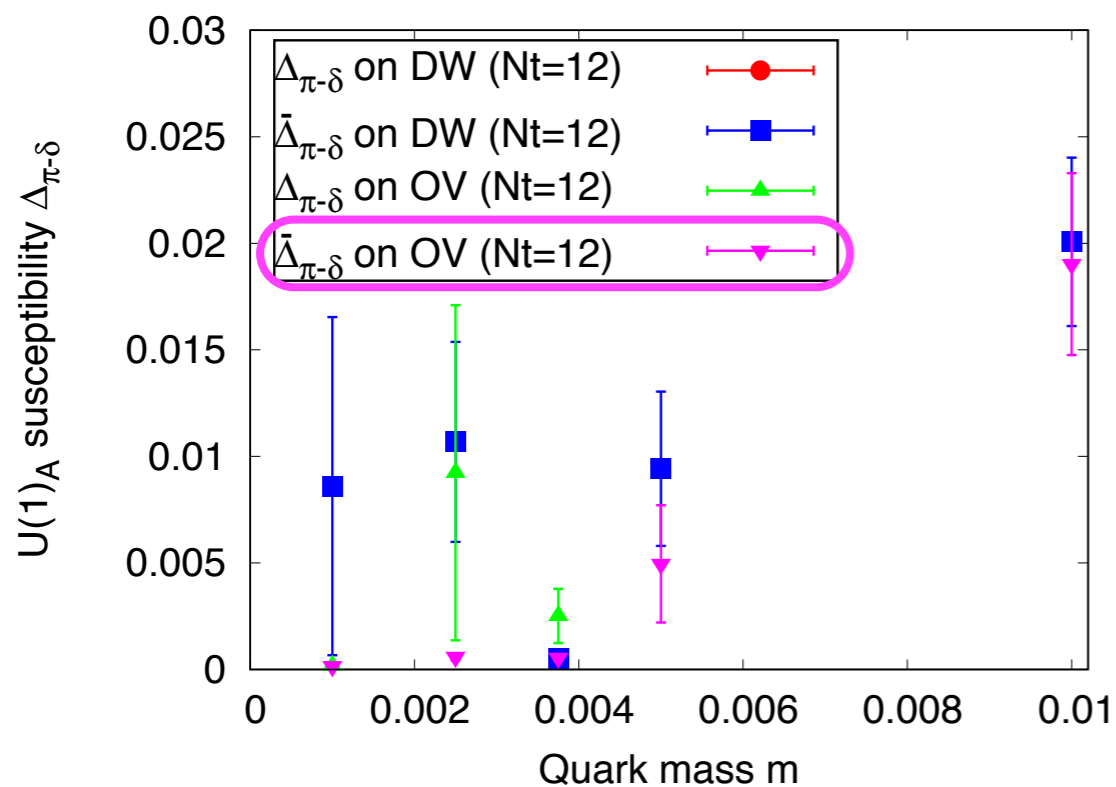


U(1)_A 秩序パラメータ



T = ~200 MeV (coarse)

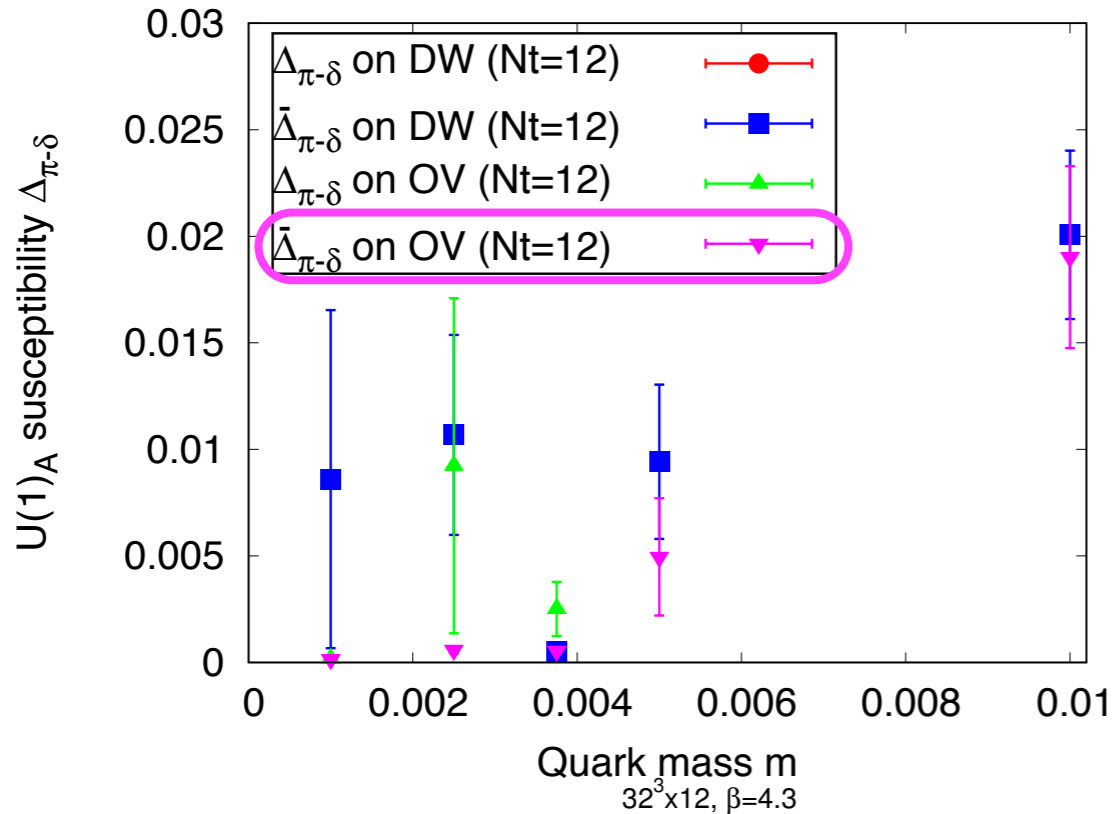
[JLQCD: Tomiya, S.Aoki, Cossu, Fukaya, Hashimoto, Kaneko, Noaki(2016)]



T = 220 MeV (fine)

[JLQCD: (preliminary) this work]

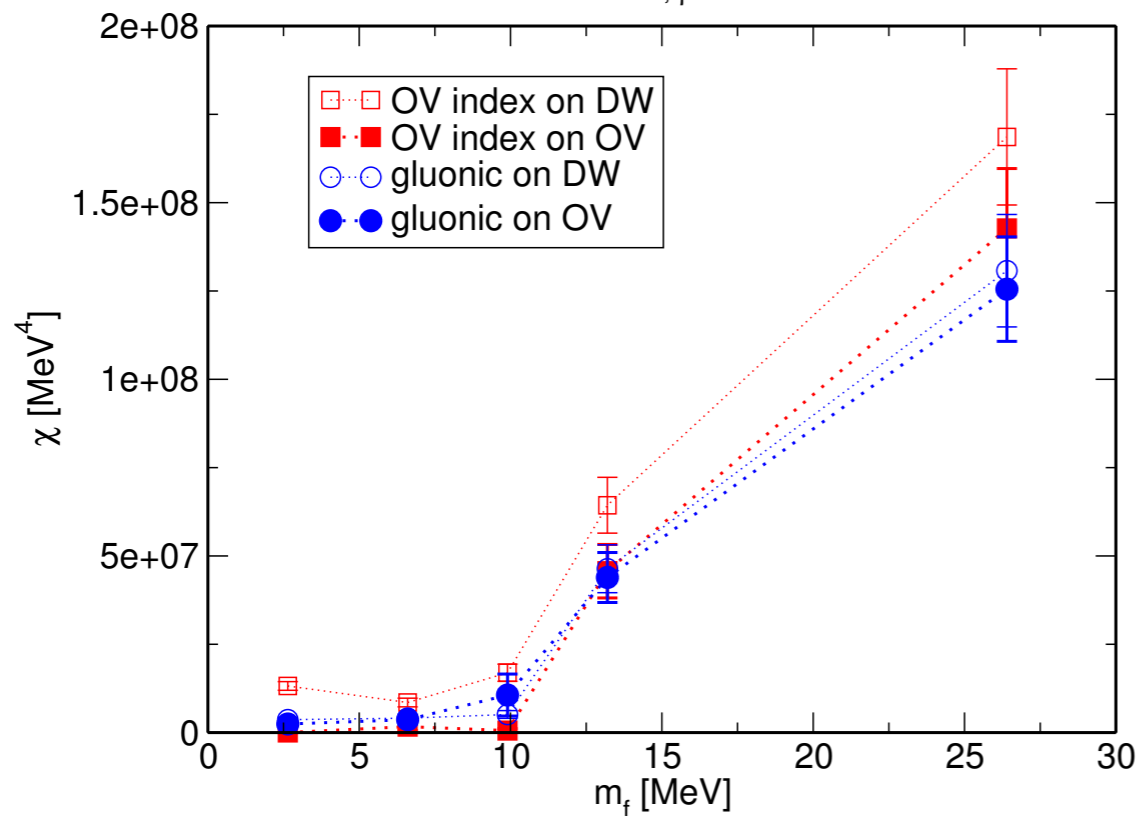
U(1)_A 秩序パラメータとトポロジカル感受率



T=220 MeV (fine)

[JLQCD: (preliminary) this work]

- m 依存性 似ている
- 本来 (Aoki, Fukaya, Taniguchi)
 - $\Delta_{\pi-\delta} > 0$ for $m > 0$
 - $\chi = 0$ for $0 < m < m_c$
- 統計不足(特に $m \sim 10 \text{ MeV}$)を解消して再テスト必要



これまでの結果の纏めと考察

- $N_f=2$ QCD の高温相で トポロジカル感受率 χ_t を調べている
- $m=0$ 近傍ではカイラル対称性が必須と考えられる量を計算する枠組み:
 - DWF @ 高精細格子 ($1/a \sim 2.6$ GeV) \rightarrow オーバーラップ 再重み付け
 - トポロジカル電荷: 2つの定義
- $T = 220$ MeV, 330 MeV では m : 小、大を分ける境界がありそうである
- m : 小で χ_t 著しく小さくなるが、厳密に $\chi_t=0$ かは不明
- 相境界 m_c があるとすると $m_c(T) \uparrow$ as $T \uparrow$
 - $\Rightarrow T_c(m) \uparrow$ for $m \uparrow$: 自然
- 他の物理量($\Delta_{\pi-\delta}$, Σ)の解析, 異なる V , 異なる T の計算を通して 精密化を試みる

$\chi_t(T, m)$ の問題と方針

- 特にサンプルするのが困難な量
 - $Q_t \neq 0$ セクターのサンプルが困難。しかし正しい χ_t のために必要。
 - reweighting によってさらに有効サンプル数の減少 → 系統誤算に反映(yet)
 - → 「厚切りハム法」の併用でクロスチェック
- **$\chi_t \approx 0$ は本当にゼロか?: smoking gun と言っても良いので重要**
 - 統計増、厚切りハム法によるチェック (局所揺らぎからの推定)
 - 体積効果を系統的に調べる
- m_c
 - (✓)ゼロ温度 simulation より、physical scale を決める: $m_c > m_{ud}$
- 他の物理量も確認: $(\Delta_{\pi-\delta}, \Sigma)$ の解析, バルクな量

$\chi_t(T, m)$ の問題と方針。さらに。

- $\beta=4.30$ ($1/a=2.6$ GeV); $L_s=32$ で別の温度も調べる: $T=1/(a N_t)$

- 格子間隔 $a(\beta)$, 空間体積を固定するので、物理効果を見やすい
- スケール決めの際のゼロ温度計算も一つで完了

• $T(N_t)$:

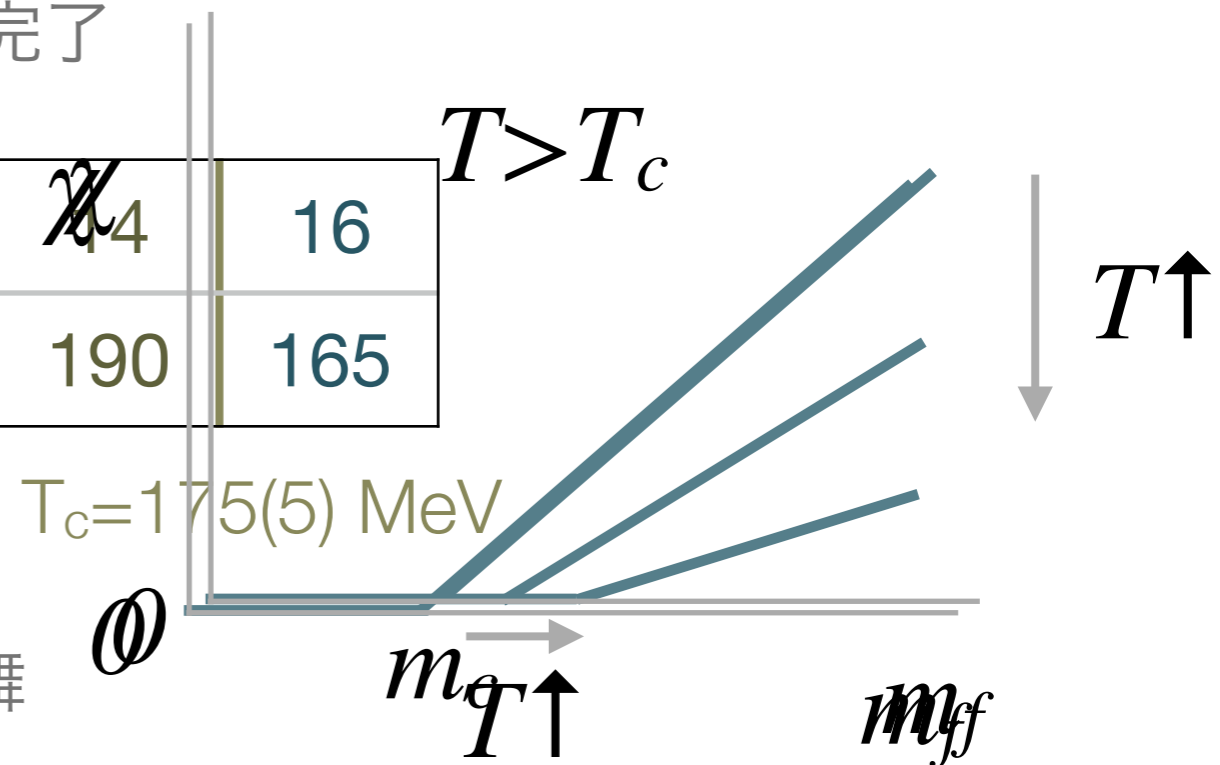
N_t	8	10	12	14	16
T [MeV]	330	260	220	190	165

- これまでは、 $N_t=12, 10, 8$

- $N_t=14, 16$ を追う事により $T < T_c$ への振舞

- 体積効果

- $L_s=32 \rightarrow 24$: Oakforest PACS で進行中



さらにその先のプラン

- 物理

- QCD有限温度相転移

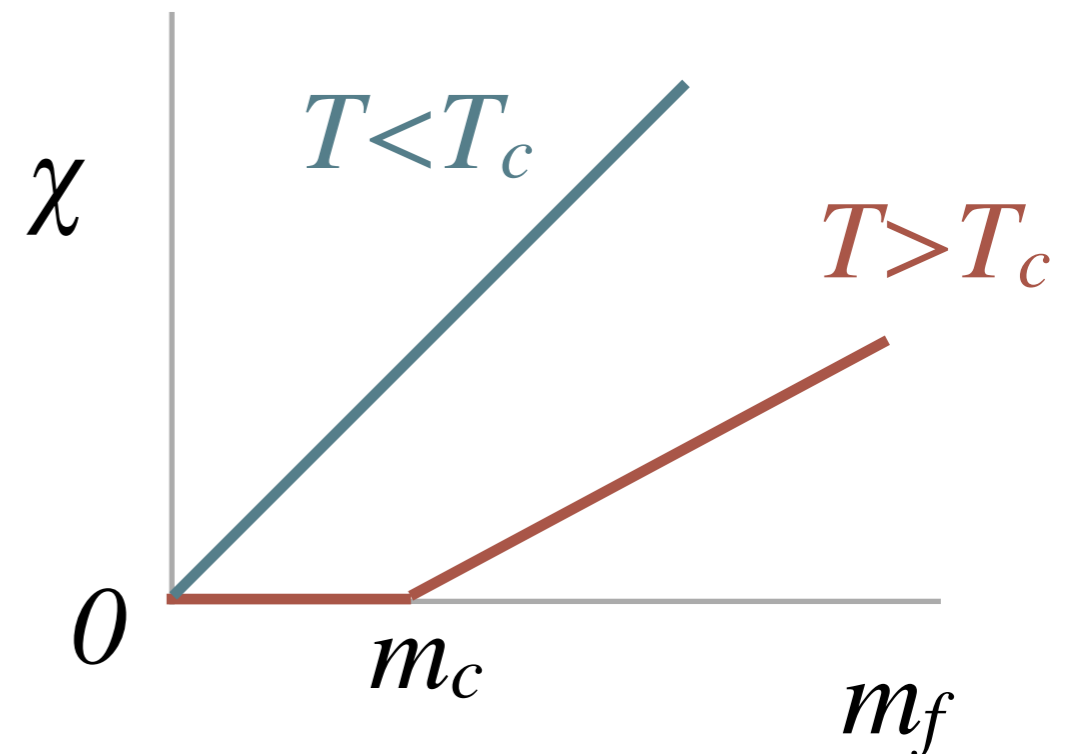
- $N_f=2$

- 高温でのトポロジカル感受率の振る舞いを系統的に解明する

- $T < T_c$ まで攻める

- $N_f=2+1 \wedge$

- $m_s=\infty \rightarrow m_s<\infty \rightarrow m_s^{\text{phys}}$



計算機とコード

- 計算機:
 - Blue Gene Q: 2017.9 まで
 - KNL:
 - 京都: 2016.10-2017.3
 - Oakforest-PACS: 2017.1-
- コード: Irolro++ から Grid に移行中
 - Irolro++: BGQに特化, KNL では遅い
 - Grid: KNL 最適化進行中: P.Boyle, G.Cossu (Edinburgh) らに協力
 - 重点課題9の松古さん, 金森さんと情報交換