

QCDの有限温度相転移とトポロジー —サブ課題A「QCD相転移」—

青木保道



2017.2.17 素粒子・原子核・宇宙「京からポスト京に向けて」シンポジウム

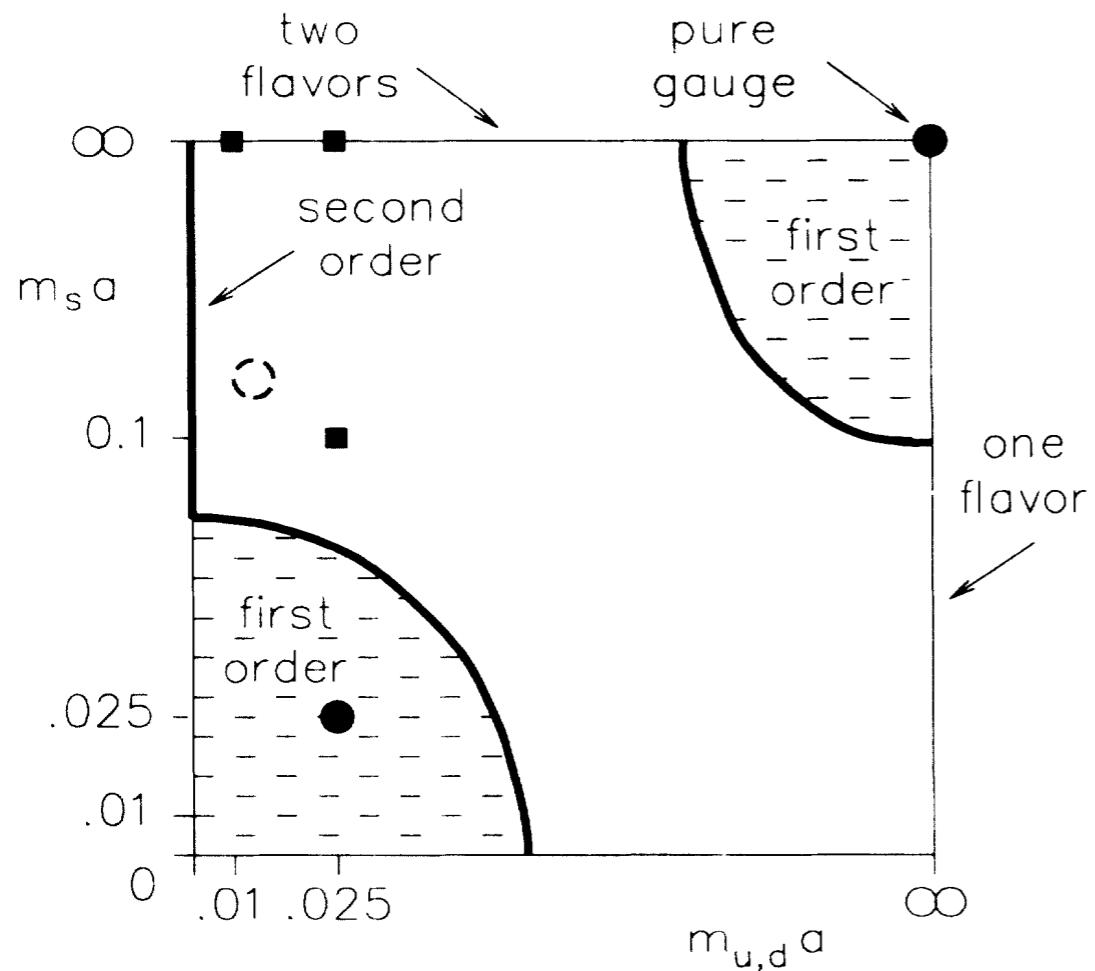
QCD 有限温度相転移

- 何故興味があるか
 - 宇宙と物質の進化と関係
 - 実験: RHIC, LHC
- 純理論的な興味
 - QCDの理解
 - カイラル対称性とその自発的破れ
 - 非物理点(クォーク質量)の情報
 - 物理点の理解の強固な補強

QCD 有限温度相転移の理論

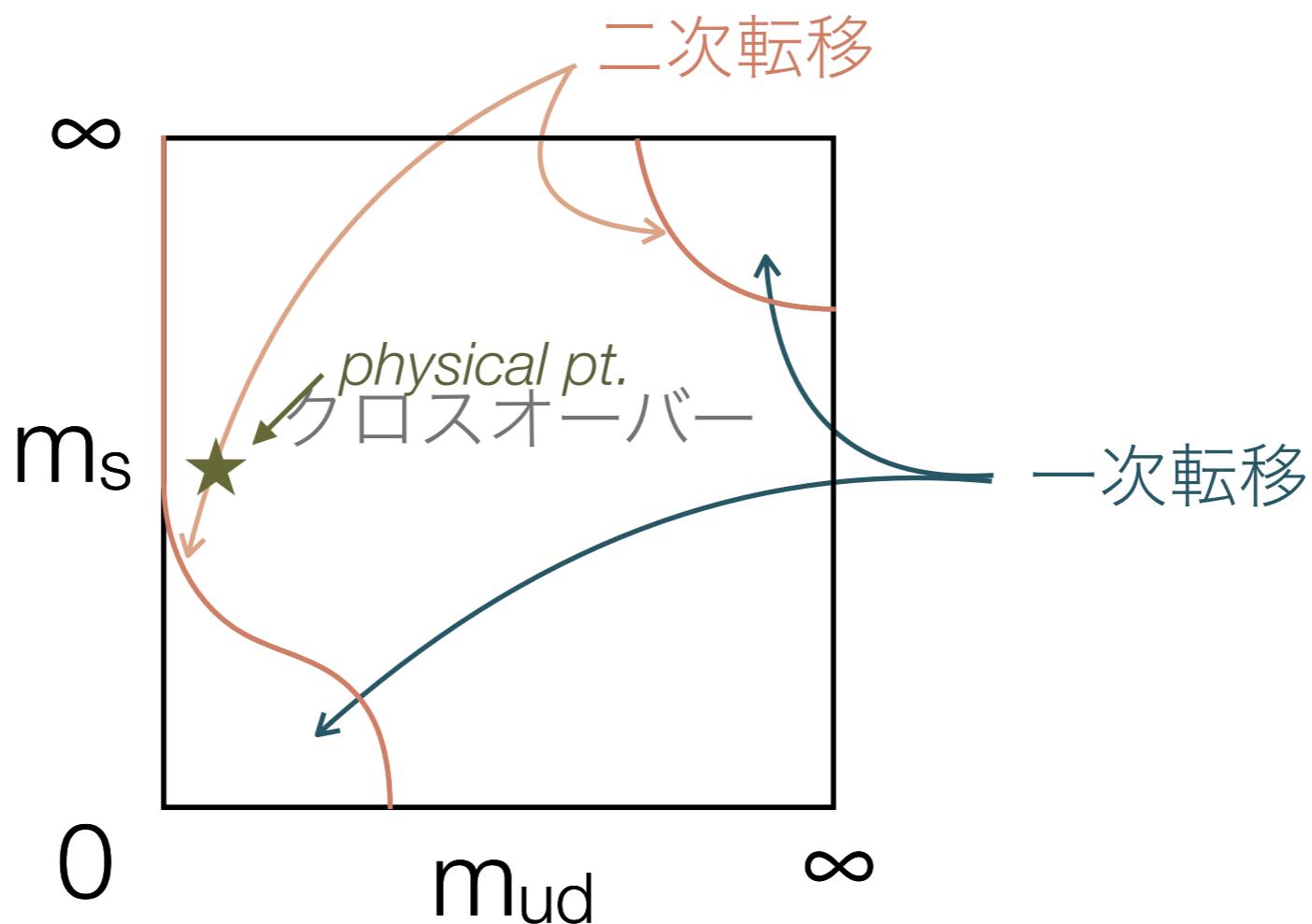
- pure SU(3) ゲージ理論 (quark 無し)
 - ~3次元 Z(3)スピン系 → 一次転移を予想
 - Lattice: 一次転移が確立: Fukugita, Okawa, Ukawa; QCDSF-PCAC (Iwasaki et al)
- フェルミオンの効果は?
 - $m_u, m_d < m_s < \Lambda_{\text{QCD}} < m_c < m_b < m_t$
 - c, b, t は(定性的には)無視できる → $N_f=2+1$: $m_u=m_d < m_s$
 - Pisarski & Wilczek: 対称性に基づく議論
 - Lattice: “Columbia Plot”

$N_f=2+1$ 相図



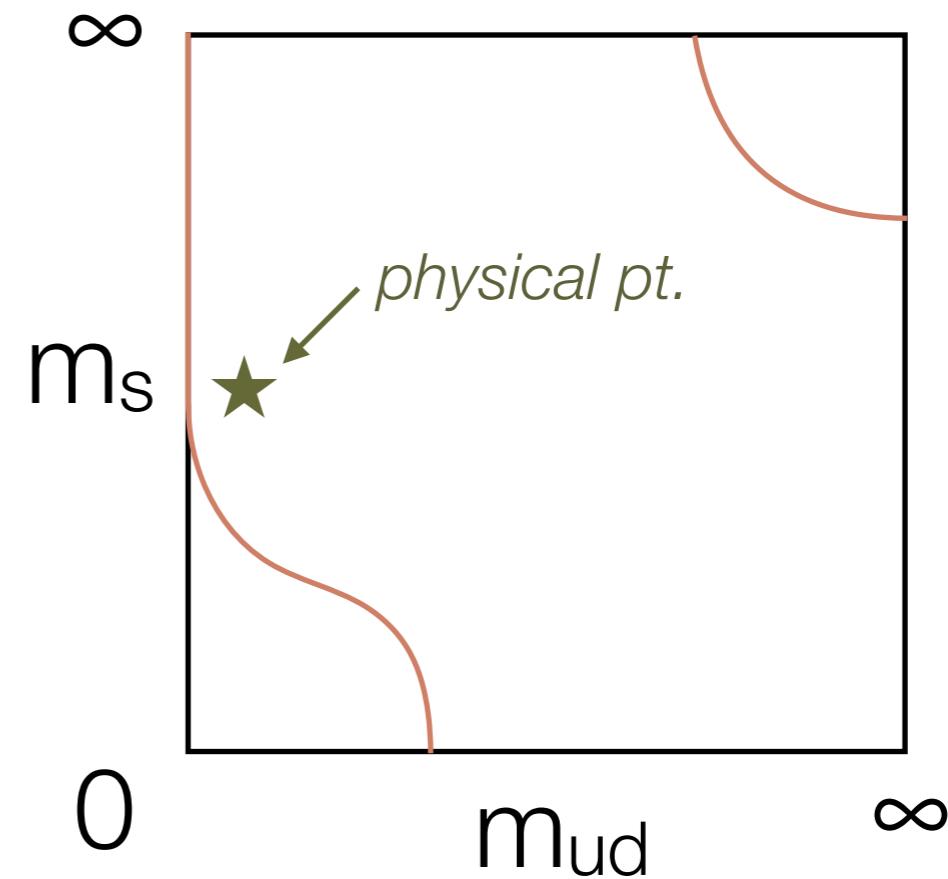
- Columbia Plot: Brown et al (1990)
 - ナイーブスタッガード、 $16^3 \times 4$

現在でも: Columbia Plot = 大方の人の理解 || 期待



$N_f=2+1$ 相図

- 連続極限で分かっていること
 - $N_f=0$: 一次転移
 - 右上隅はよく分かっている
 - $N_f=2+1$ 物理点: cross-over
 - staggered (Wuppertal 2006)
 - 他の正則化でも反証なし
 - 厳密なカイラル対称性を持つアプローチでは未踏
- その他の領域は不確定



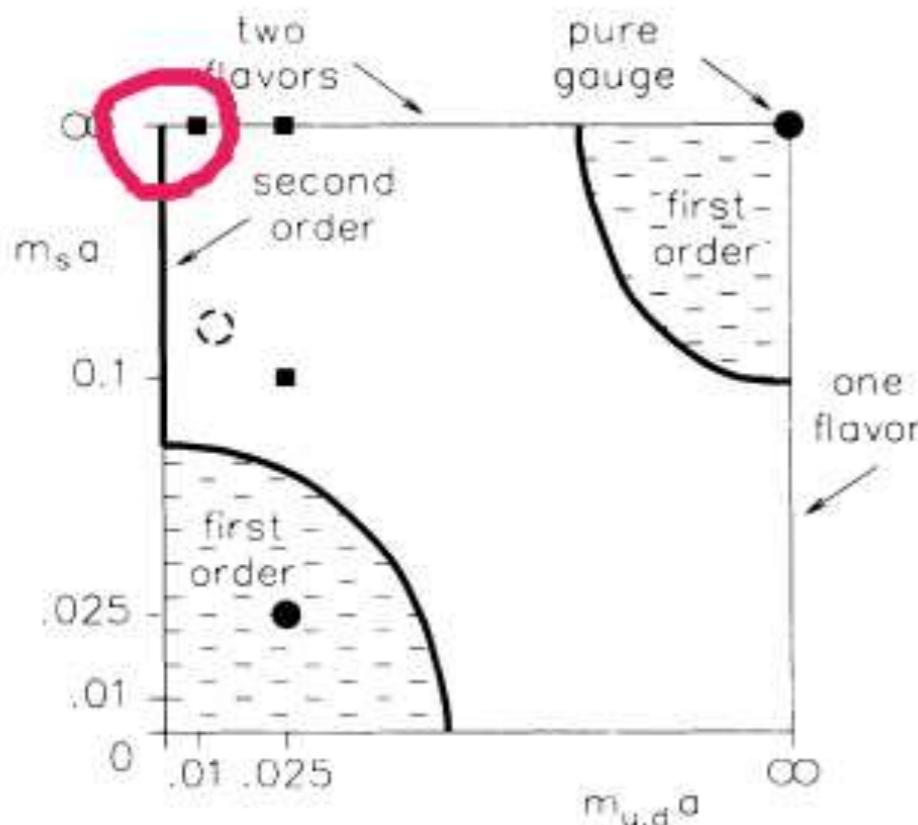
QCD 有限温度相転移の理論: $N_f=2+1$ Lattice

- $N_f=2+1$ 相図が完成すれば
 - QCD の理解
 - 物理点の相転移の存在、次数が分かる。
 - 遠回りだが確実な方法
 - 相境界($\mu=0$)の $\mu>0$ への伸び方を調べる → (T,μ) 臨界終点の研究へつなげる
- 大変重要／有用である！
- のだが、、、

$N_f=2$ 相転移の進展

以下2ページ少々古いですが(2006)
Y.Aokiさん(Wuppertal) のスライドを借りります

$m_s - m_{ud}$ phase diagram

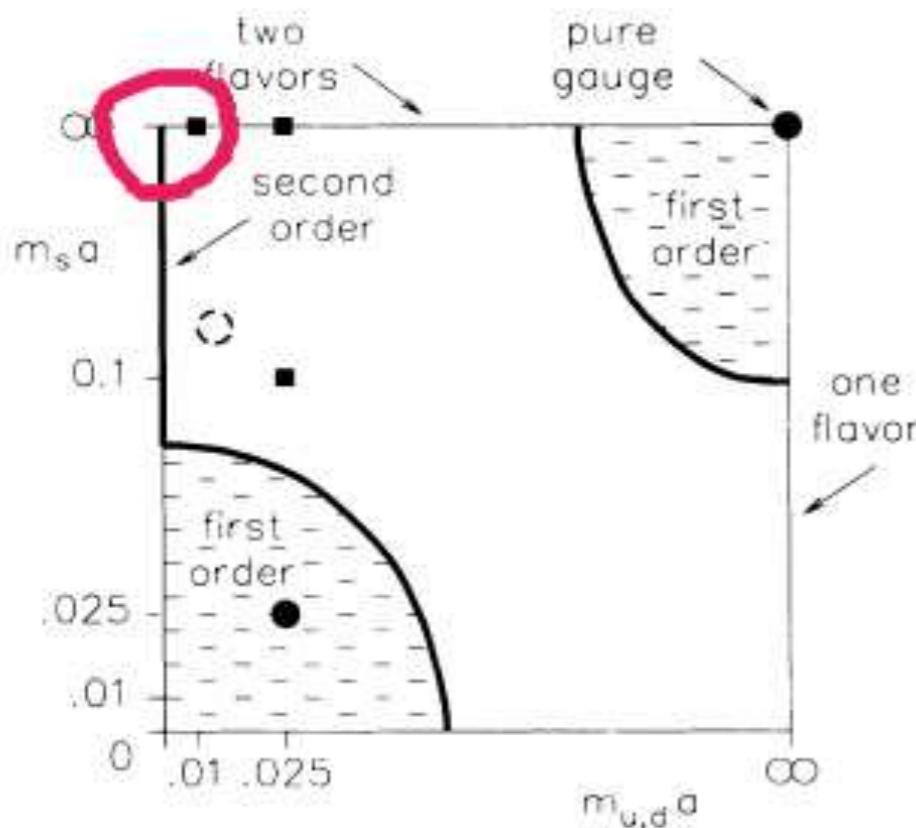


Non-lattice approach

- chiral symmetry:
(Pisarski & Wilczek)

- ▶ $m_s \rightarrow \infty, m_{ud} = 0: N_f = 2$:
2nd order with $O(4)$
- ▶ $m_s = m_{ud} \rightarrow 0: N_f = 3$:
1st order
- ▶ $m = 0+: 1st$ order

$m_s - m_{ud}$ phase diagram

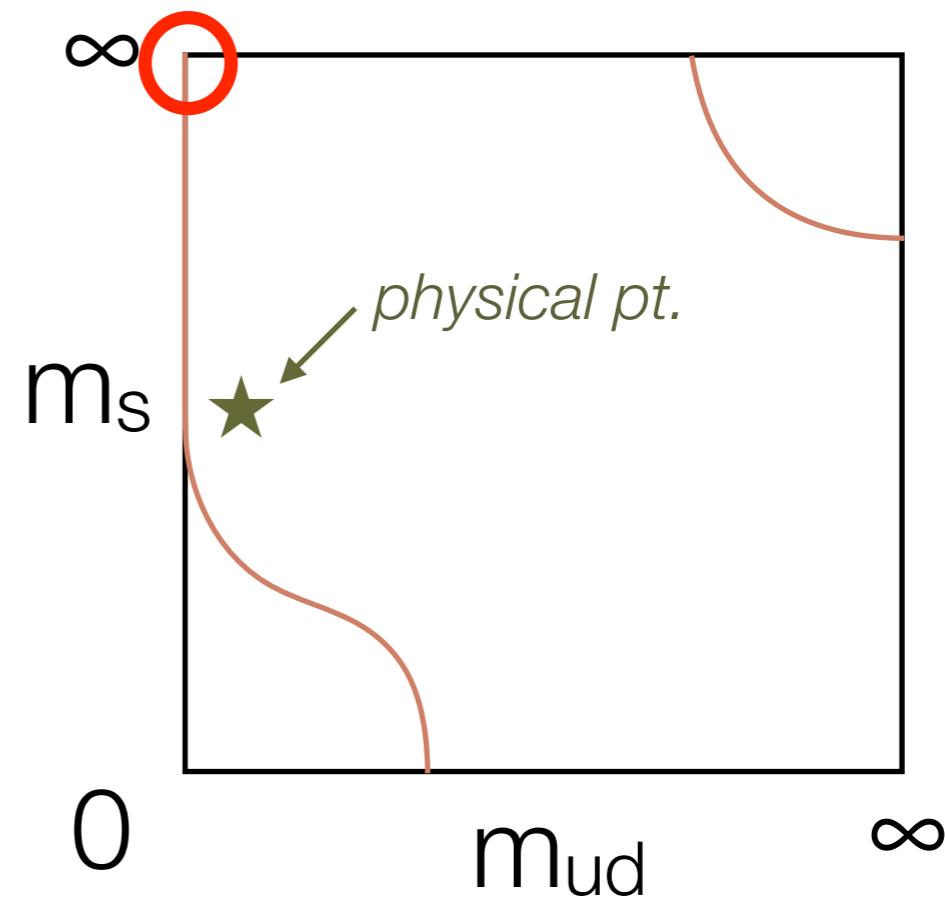


Lattice approach

- $m_s \rightarrow \infty, m_{ud} = 0: N_f = 2:$
 - ▶ Wilson fermion confirmed $O(4)$ scaling (CPPACS)
 - ▶ Staggered: no $O(4)$, $O(2)$ scaling observed.
1st order ? (Pisa)
 - ▶ possible $\Delta\tau$ artifact
(Philipsen Lattice2005)

$N_f=2$ が大変だ！

- chiral symmetry:
(Pisarski & Wilczek)
 - ▶ $m_s \rightarrow \infty, m_{ud} = 0: N_f = 2:$
2nd order with $O(4)$
 - 二次転移？
 - 実は他の可能性がある
 - $SU(2)_L \times SU(2)_R$ 回復に伴い、
 $U(1)_A$ も回復？
 - 一次転移の可能性



[S.Aoki, Fukaya, Taniguchi (2012)]

$U(1)_A$ の役割

- QCDの大局的対称性: $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$ @ $m_f \rightarrow 0$
- ゼロ温度 $T=0$: $\rightarrow SU(N_f)_V \times U(1)_V$
 - $SU(N_f)_A$ はカイラル対称性の自発的破れ、 $U(1)_A$ は量子異常で破れている
 - $N_f^2 - 1$ 個のNGボゾン: π 、フレーバー重項: η' との明らかな分離
 - フェルミオンゼロモードを通した関係: $\rho(\lambda)$: 固有値 λ の密度
 - $SU(N_f)_A$ 秩序パラメタ
 - $-\langle \bar{q}q \rangle = \pi\rho(0) \neq 0$
 - $U(1)_A$ 秩序パラメタ
 - $\Delta_{\pi-\delta} \sim \rho'(0) \neq 0$

$U(1)_A$ の役割

- QCDの大局的対称性: $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$ @ $m_f \rightarrow 0$
- 高温 $T > T_c$: $\rightarrow SU(N_f)_V \times U(1)_V \times \textcolor{red}{SU(N_f)_A} \times U(1)_A$
 - $SU(N_f)_A$ は回復、 $U(1)_A$ は?
 - それぞれ秩序パラメタにから確認できるはず
- フェルミオンゼロモードを通した関係: $\rho(\lambda)$: 固有値 λ の密度
 - $SU(N_f)_A$ 秩序パラメタ
 - $-\langle \bar{q}q \rangle = \pi\rho(0) = 0$
 - $U(1)_A$ 秩序パラメタ
 - $\Delta_{\pi-\delta} \sim \rho'(0) = ?$

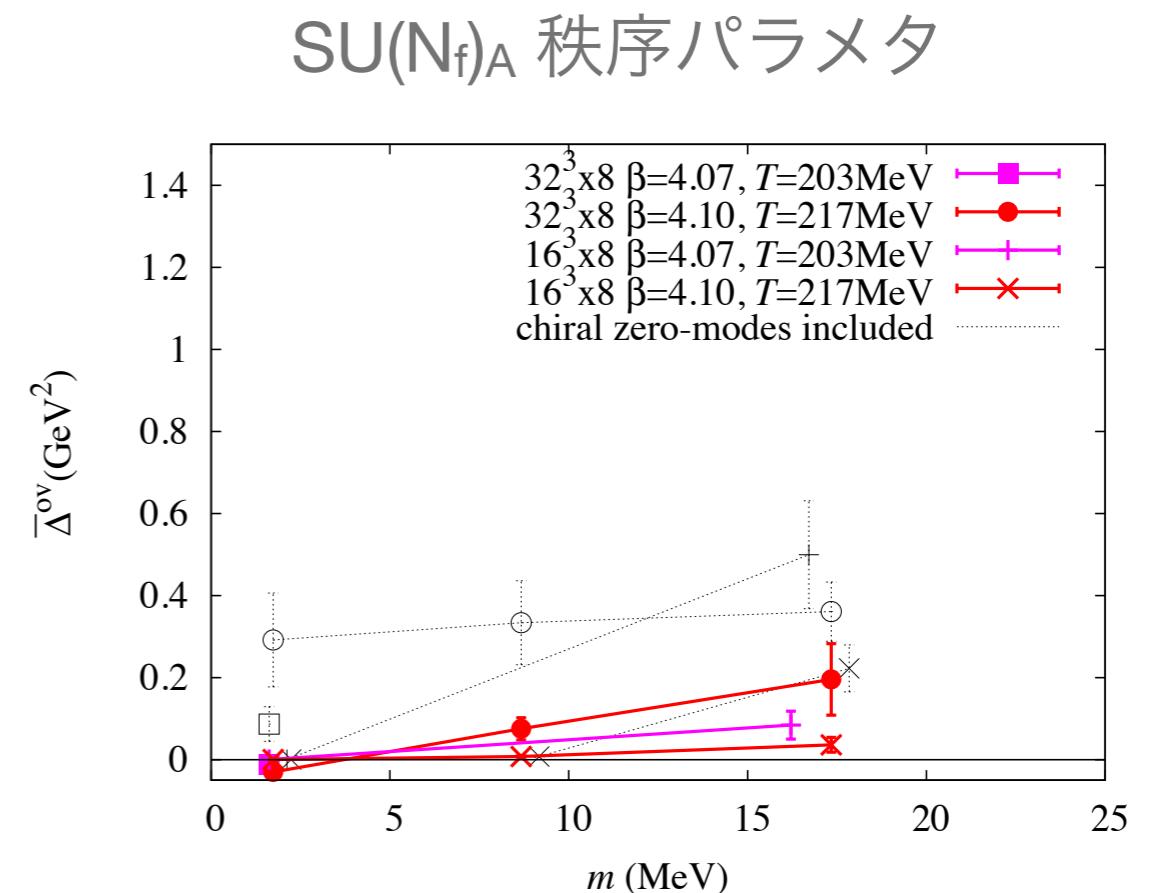
$N_f=2$ のモダンな解析

- DWFアンサンブル→オーバーラップに再重み付け(reweighting)
 - DWF(ドメイン・ウォールフェルミオン): “ほぼ厳密な”カイラル対称性:
 $m_{res} \ll \Lambda_{QCD}$
 - メビウスDWFにより改良
 - オーバーラップ: 厳密なカイラル対称性
- [JLQCD: Tomiya, S.Aoki, Cossu, Fukaya, Hashimoto, Kaneko, Noaki(2016)]

$N_f=2$ のモダンな解析

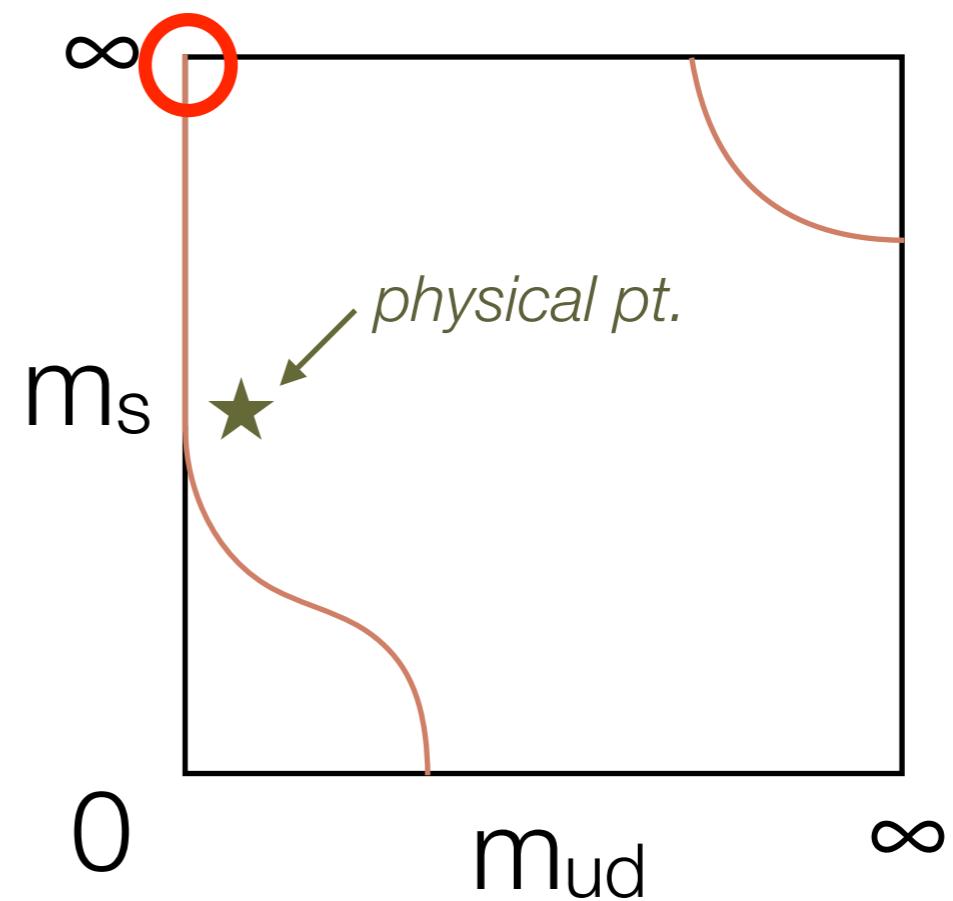
重要な結果

- $T > T_c$ で $U(1)_A$ の回復を示唆
- $\rho(\lambda) \propto \lambda^0$ との関係が明確に
- 厳密なカイラル対称性が必須
 - reweight 無しのオーバラップ $\rho(\lambda) \propto \lambda^0$ は病的に振る舞う:



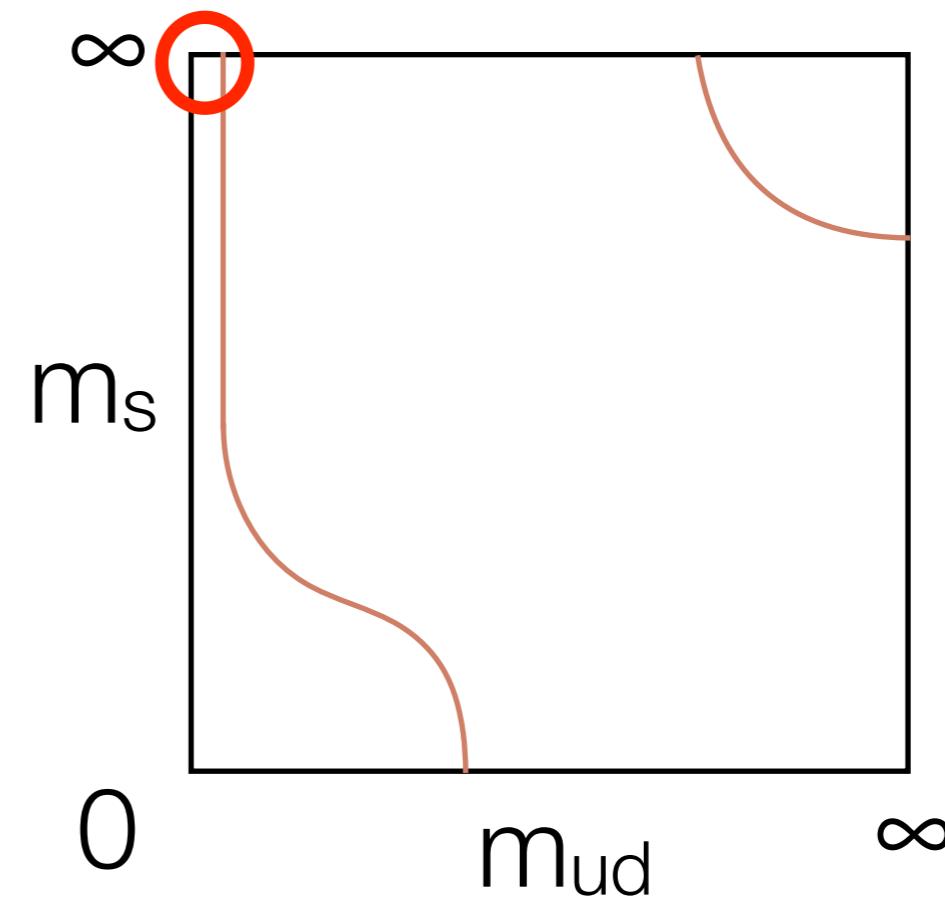
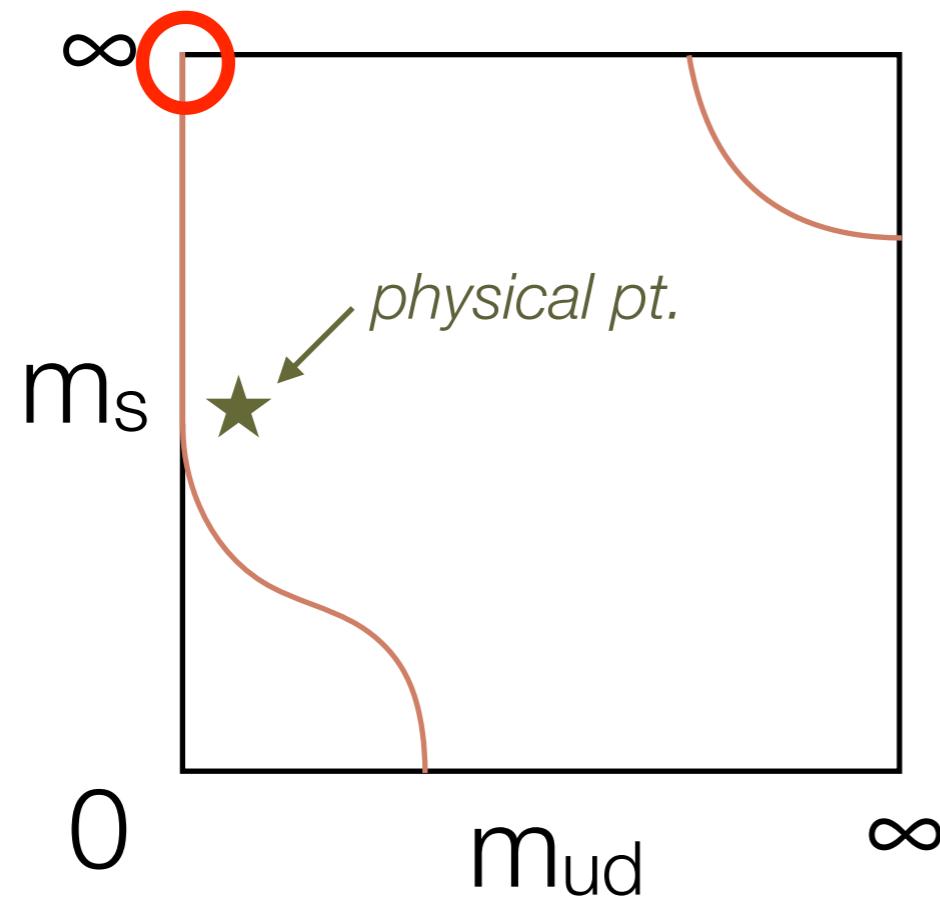
$N_f=2$ ($m \rightarrow 0$) の新奇な性質

- chiral symmetry:
(Pisarski & Wilczek)
 - ▶ $m_s \rightarrow \infty, m_{ud} = 0: N_f = 2$:
2nd order with $O(4)$
 - 二次転移？
 - 実は他の可能性がある
 - $SU(2)_L \times SU(2)_R$ 回復に伴い、
 $U(1)_A$ の回復が示唆された!
[JLQCD: Tomiya et.al (2016)]
 - 一次転移の可能性
[S.Aoki, Fukaya, Taniguchi (2012)]



一次転移だとどうなるか？

- $0 \leq m_f < m_c$: 一次転移
- 一つの可能性として: $N_f=3$ の一次転移領域と繋がる
- 物理点への影響が考えられる



$U(1)_A$ の役割とトポロジー

- QCDの大局的対称性: $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$ @ $m_f \rightarrow 0$
- 高温 $T > T_c$: $\rightarrow SU(N_f)_V \times U(1)_V \times \textcolor{red}{SU(N_f)_A} \times U(1)_A$
 - $SU(N_f)_A$ は回復、 $U(1)_A$ は？
 - それぞれ秩序パラメタにから確認できるはず
- フェルミオンゼロモードを通した関係: $\rho(\lambda)$: 固有値 λ の密度

$$\begin{array}{ccc} \text{SU}(N_f)_A \text{ 秩序パラメタ} & & U(1)_A \text{ 秩序パラメタ} \\ -\langle \bar{q}q \rangle = \pi \rho(0) = 0 & \longleftrightarrow & \Delta_{\pi-\delta} \sim \rho'(0) = ? \\ \text{トポロジカル電荷} & & Q_t \\ \text{電荷の感受率} & & \chi_t = \frac{\langle Q_t^2 \rangle}{V} \end{array}$$

指数定理

トポロジーにシグナルが現れるはず

- トポロジカル感受率: $\chi_t = \langle Q_t^2 \rangle / V$

For the discrete zero-modes, we have obtained

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V^k} \langle (N_{R+L}^A)^k \rangle_m = 0, \quad \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V^k} \langle Q(A)^{2k} \rangle_m = 0, \quad (98)$$

for an arbitrary positive integer k at a small but nonzero m .
These zero-modes give no contribution to the correlation functions we are considering. [S.Aoki, Fukaya, Taniguchi (2012)]

$N_f=2$ ゲージ場のトポロジーに着目した解析

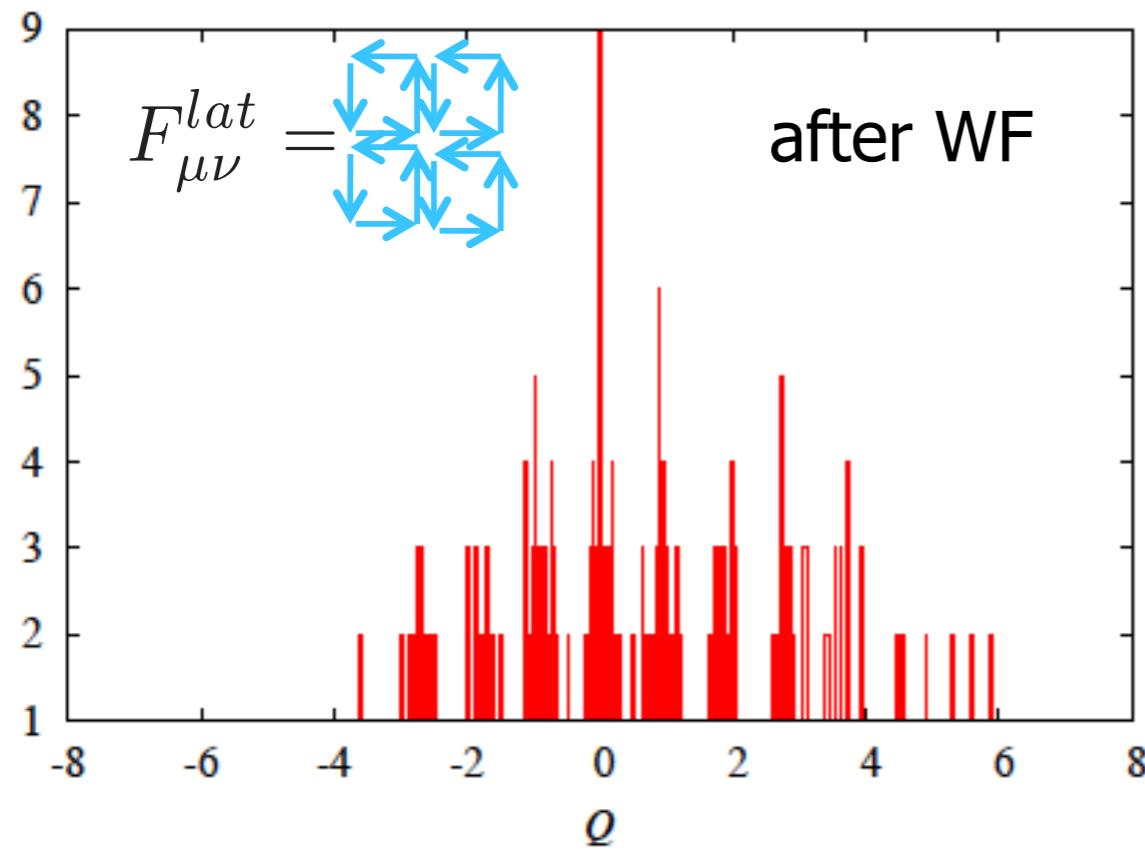
- DWFアンサンブル→オーバーラップに再重み付け(reweighting)
 - Möbius DWF: ほぼ厳密なカイラル対称性: $m_{res} \ll \Lambda_{QCD}$
 - オーバーラップ: 厳密なカイラル対称性
 - 感受率を測る: $\chi_t = \langle Q_t^2 \rangle / V$: トポロジカル電荷(期待値=0)の分散
 - Q_t の測定として
 - 電荷密度(クローバー)の積分 (Wilson Flow 後)
 - Overlap Index: ディラック演算子の固有値

[JLQCD: YA、コス、深谷、橋本 et al]

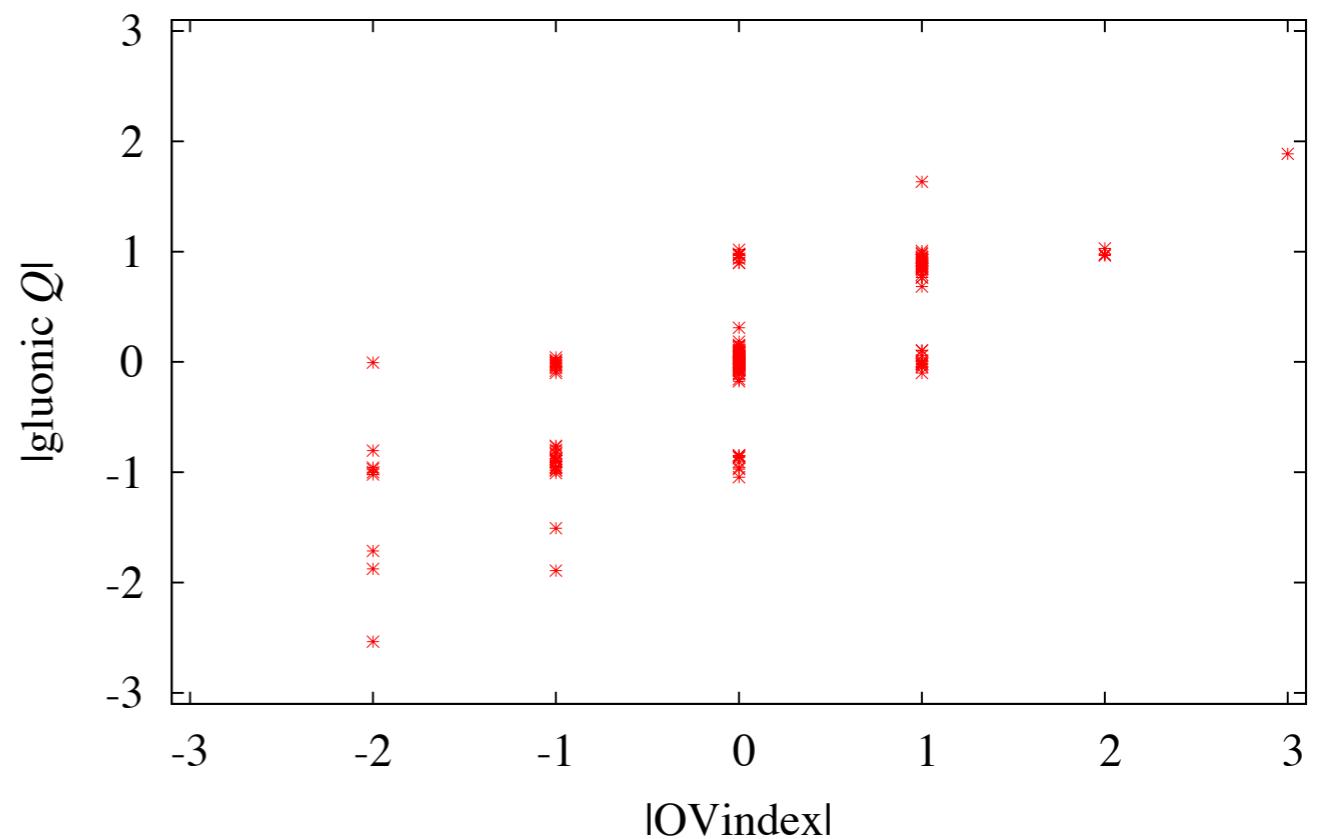
ポスト京への橋渡し研究として実行中

$N_f=2$ トポロジカル電荷の例

$$q(x) = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^{lat} F_{\rho\sigma}^{lat}$$



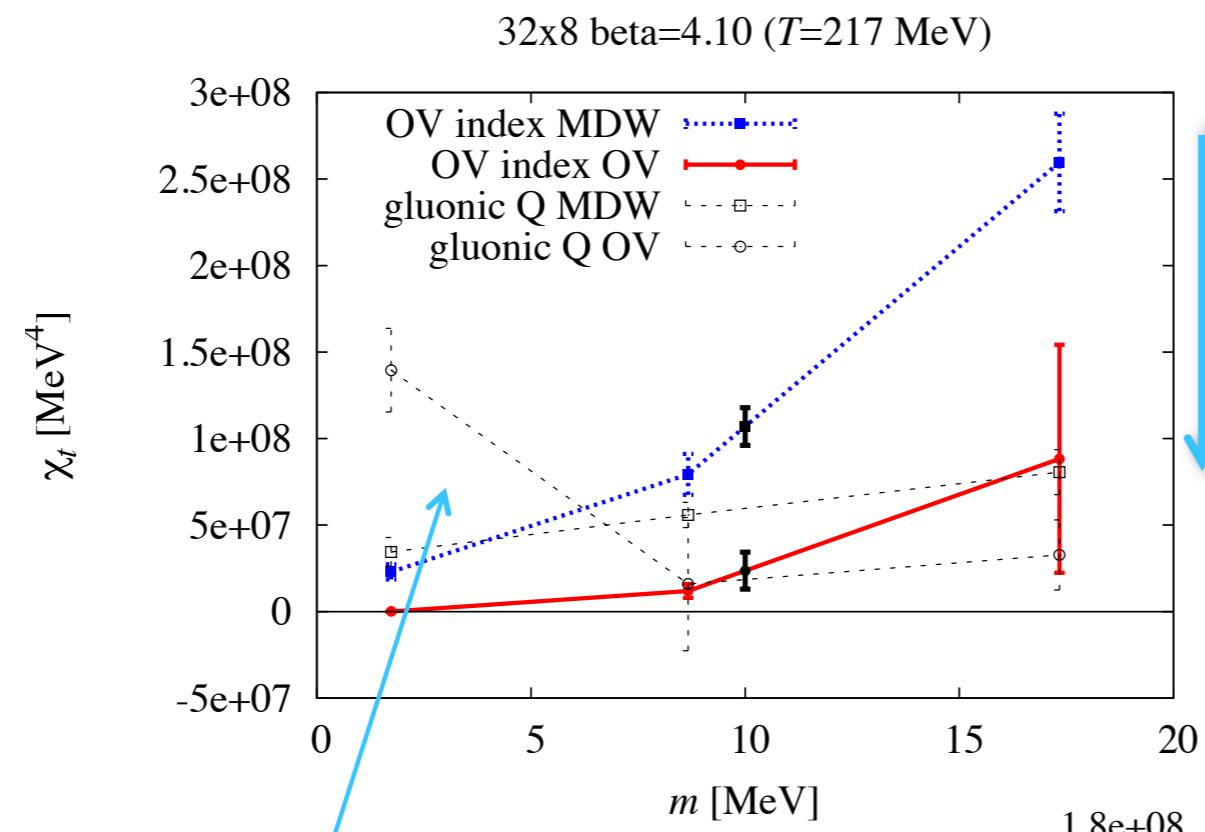
32x12 beta=4.23 m=0.005 ($T=191$ MeV)



$\chi_t(T, m)$ for $N_f=2$

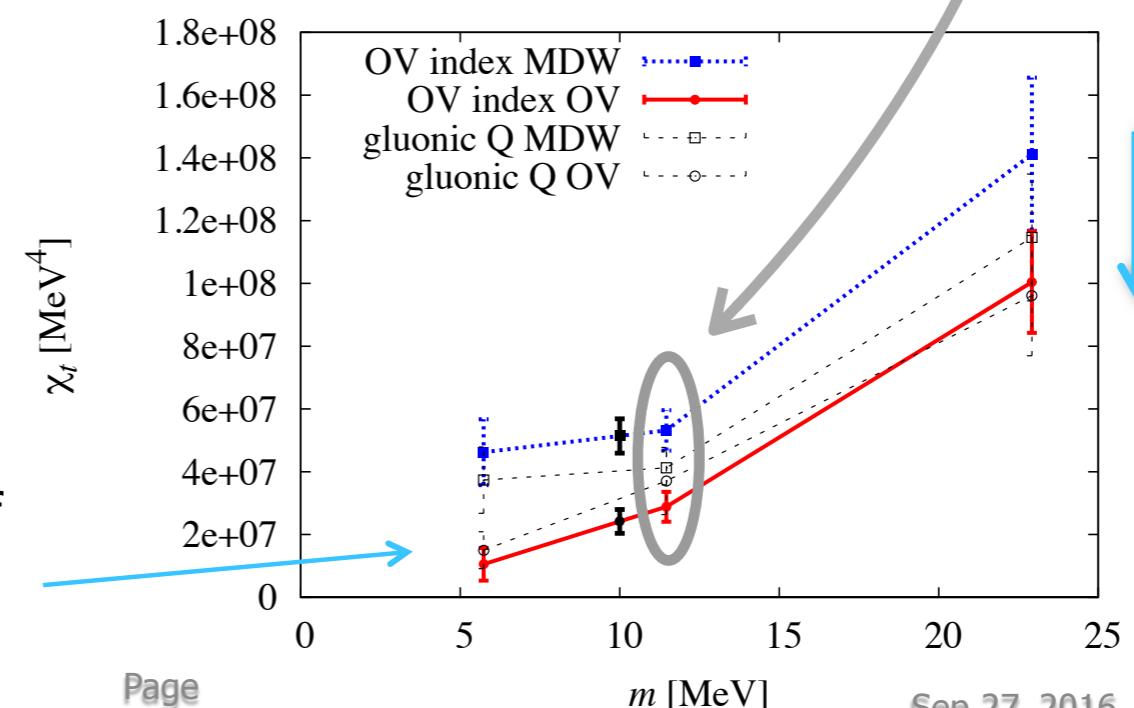
$$q(x) = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^{lat} F_{\rho\sigma}^{lat}$$

32x12 beta=4.23 m=0.005 ($T=191$ MeV)



Large difference due to Q def
 $1/a \sim 1.7$ GeV

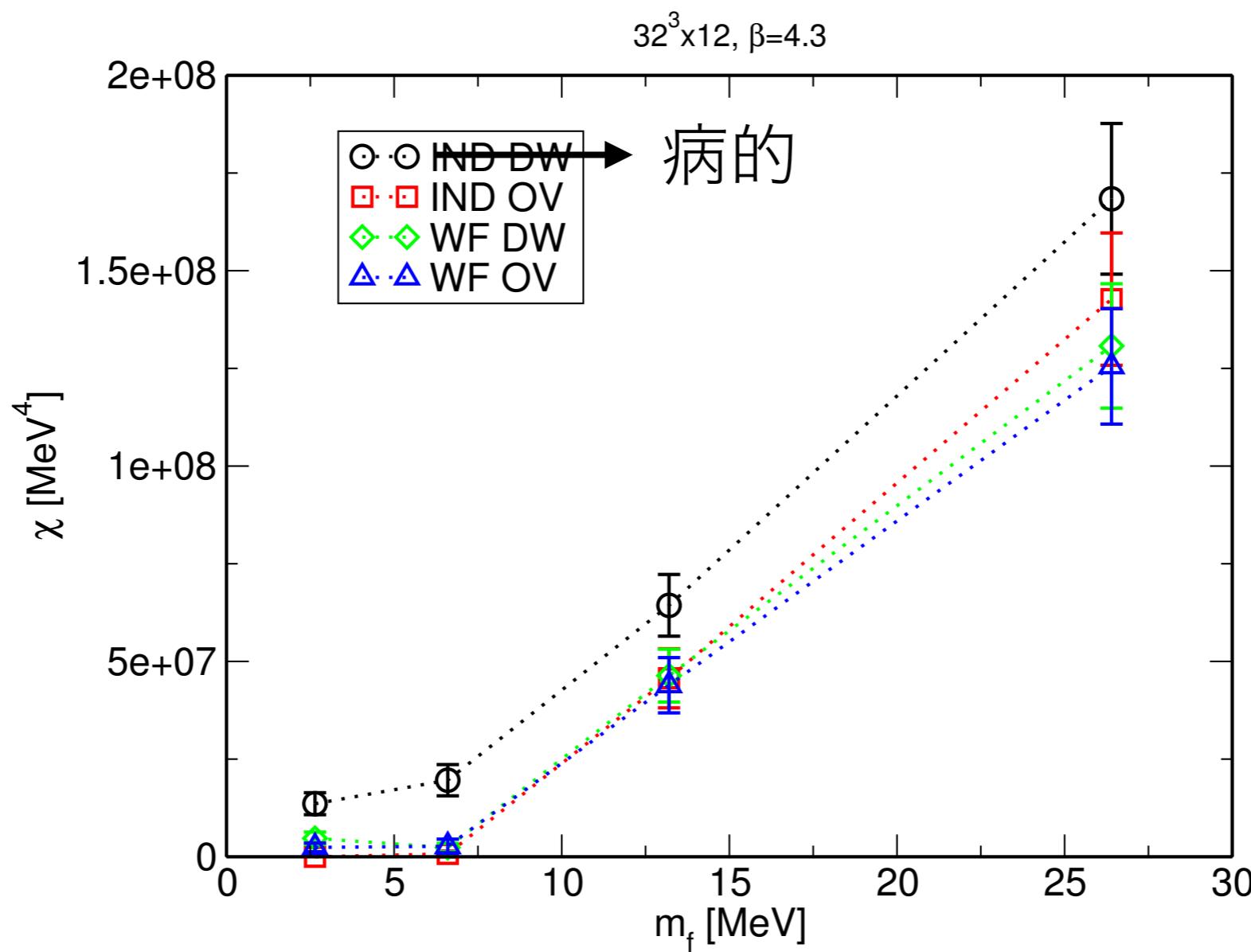
Minor difference due to Q def
 $1/a \sim 2.3$ GeV



Suppression by reweighting
 $1/a \sim 1.7$ GeV

Suppression by reweighting
 $1/a \sim 2.3$ GeV

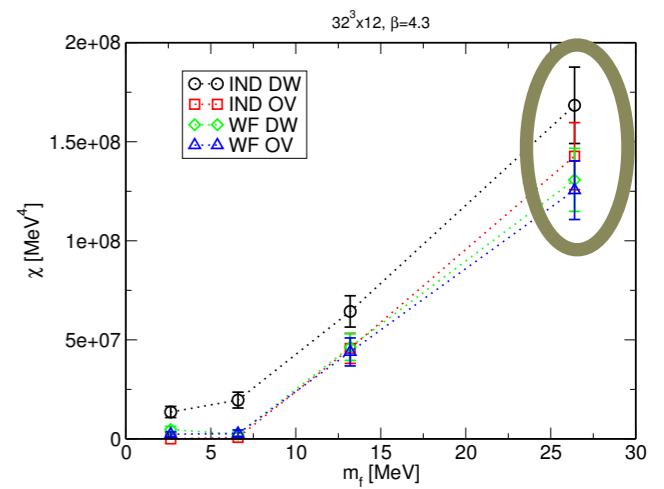
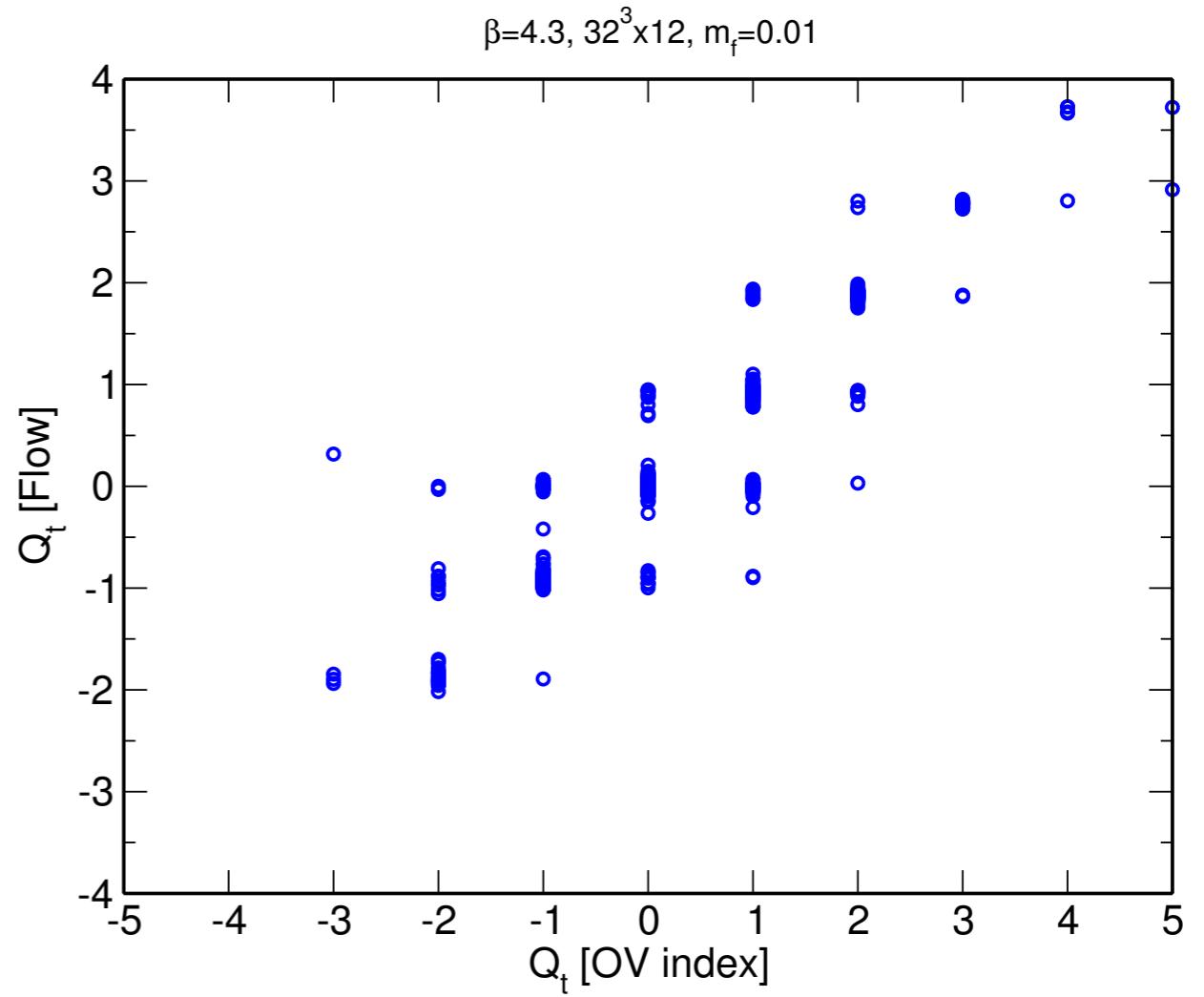
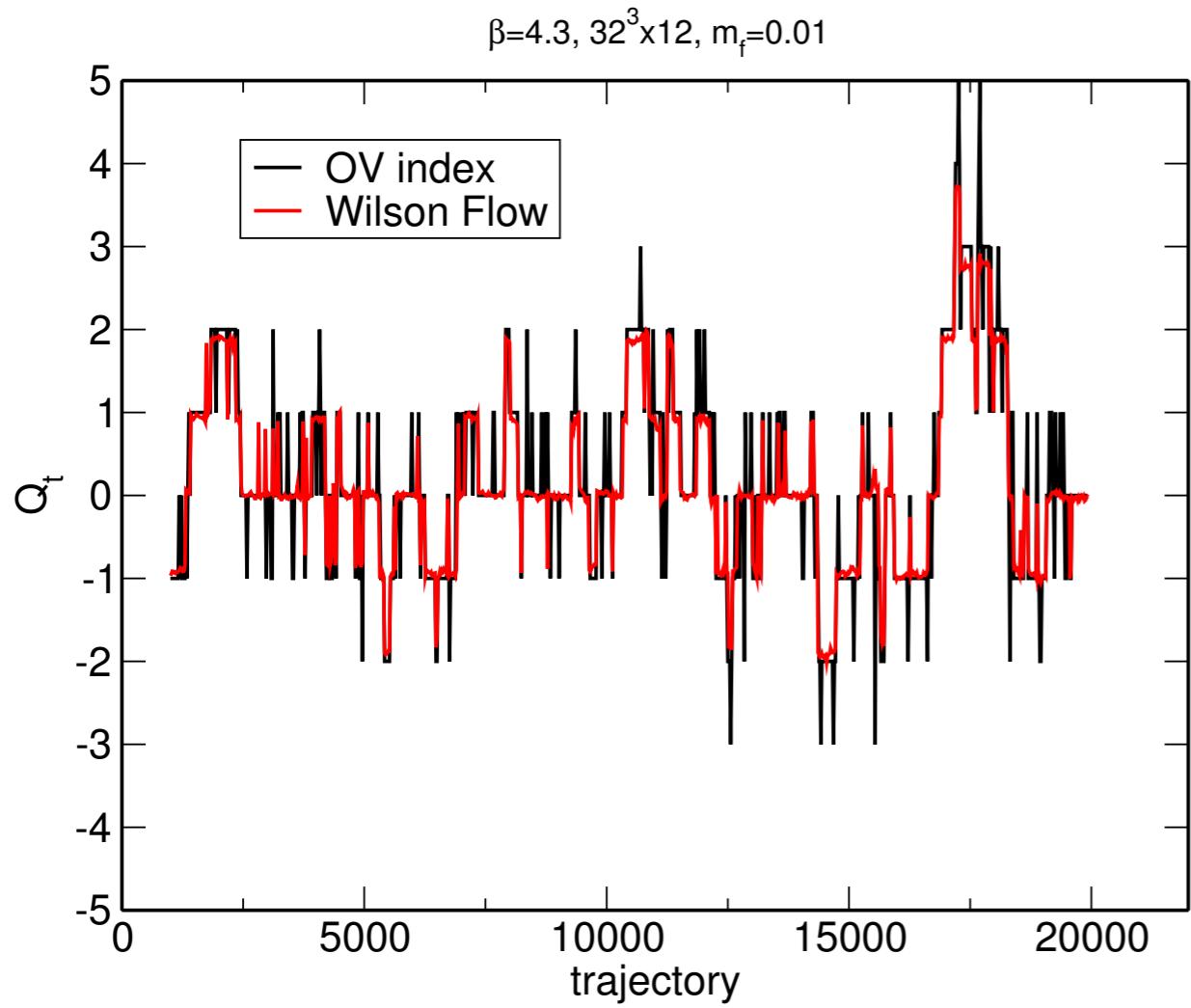
$\chi_t(T, m)$ for $N_f=2$ $T=220 \text{ MeV}$; $1/a=2.6 \text{ GeV}$



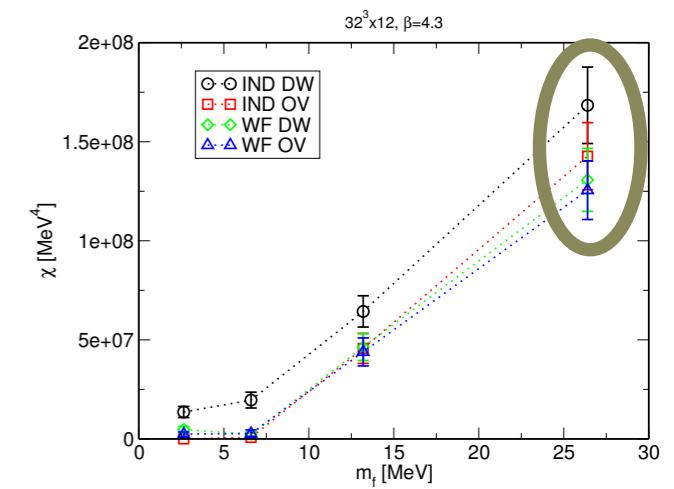
$1/a \uparrow$ で DW \rightarrow Overlap 対応が改善されるので
このパラメタに注力している

$m_f \approx 28$ MeV

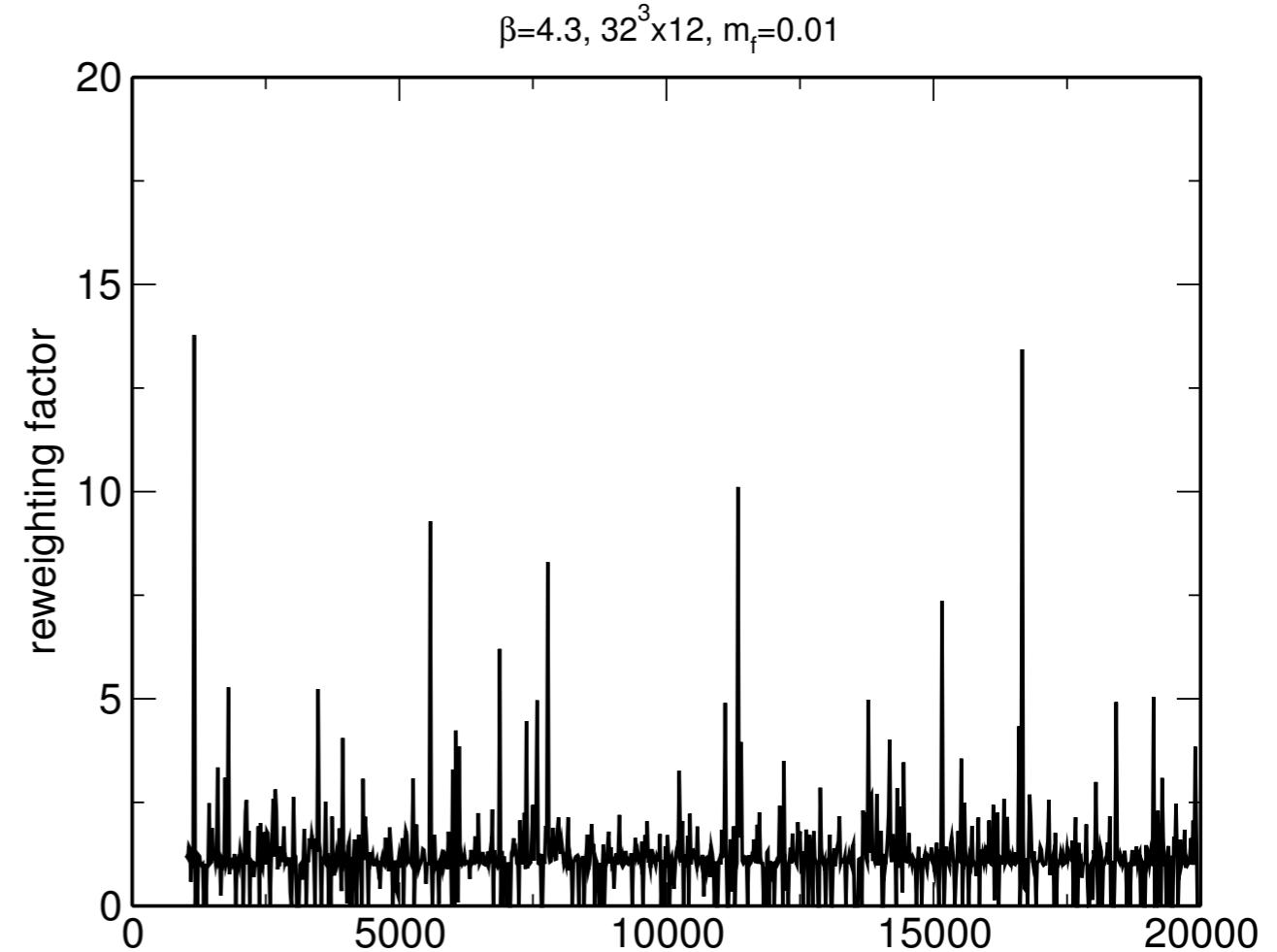
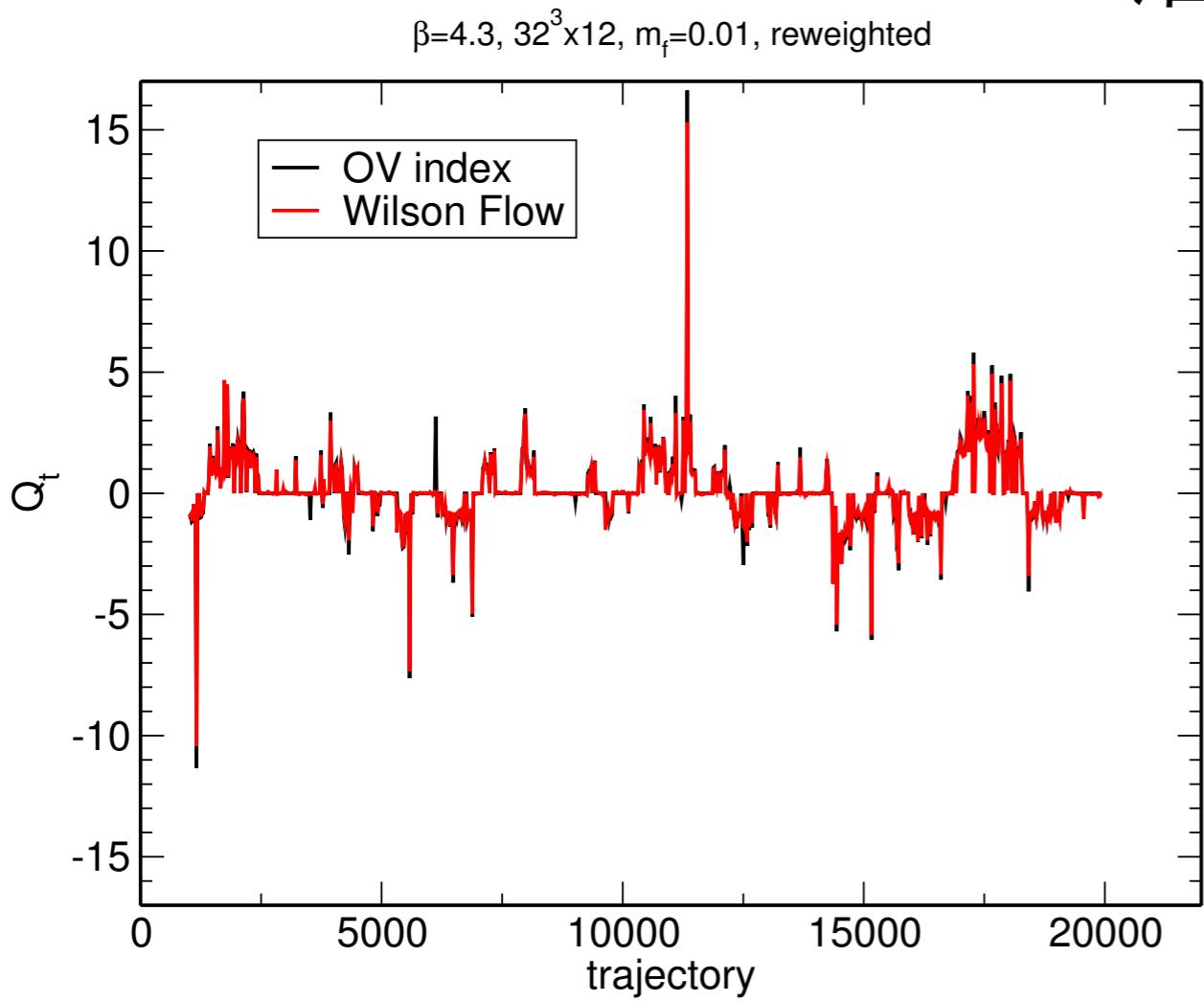
治療前



$m_f \approx 28$ MeV with reweighting

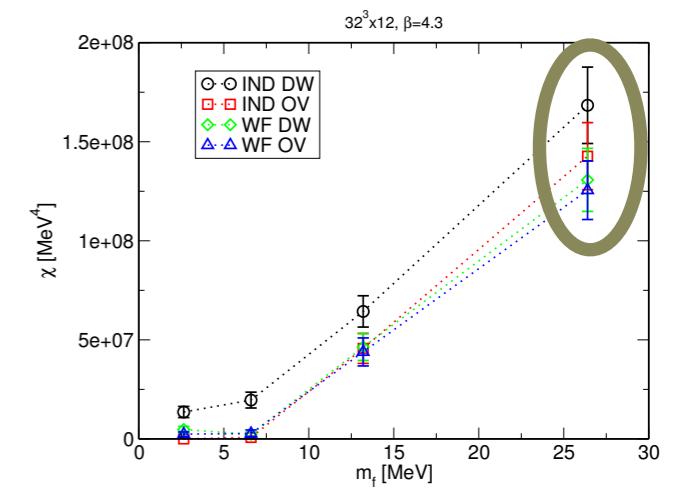
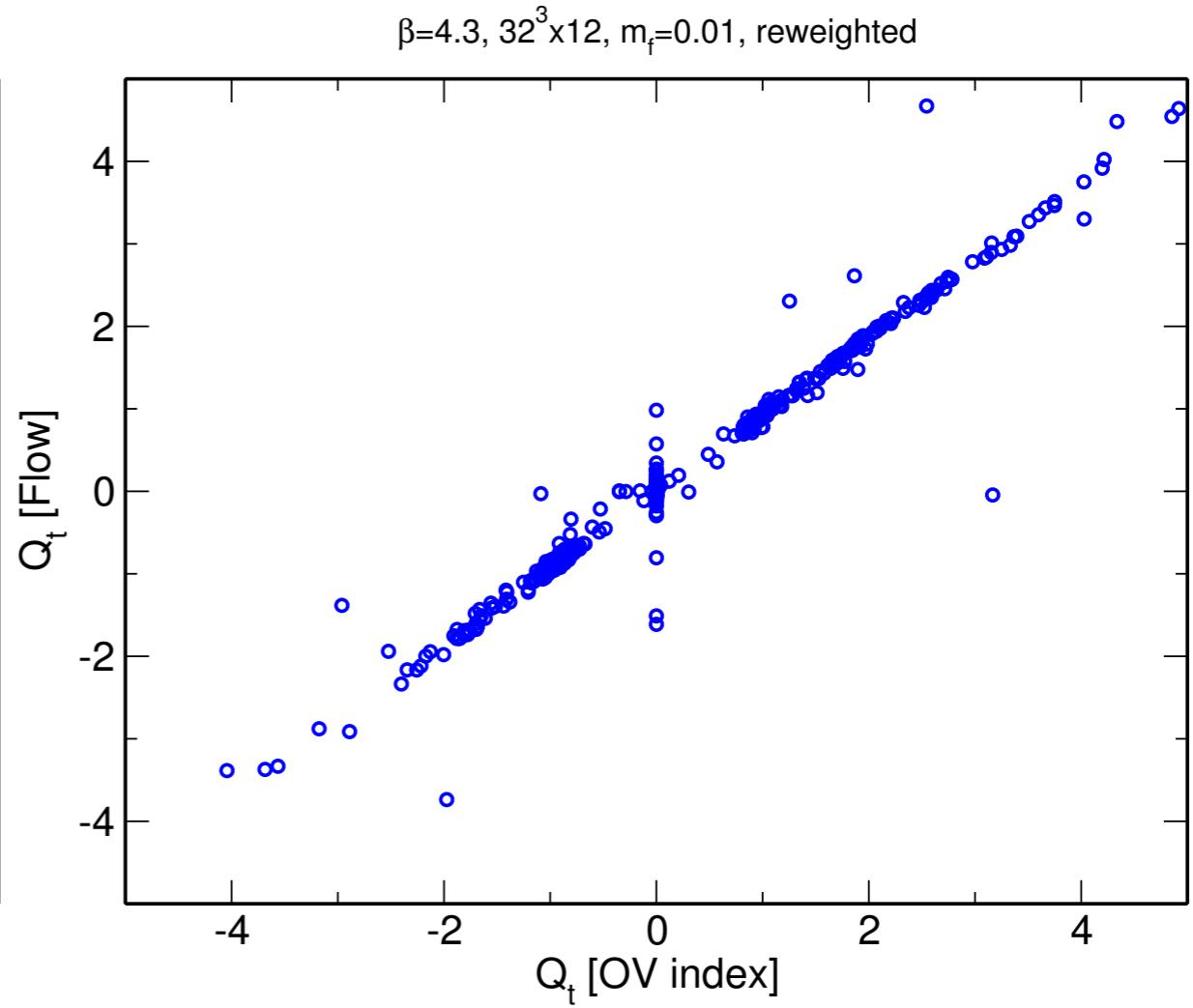
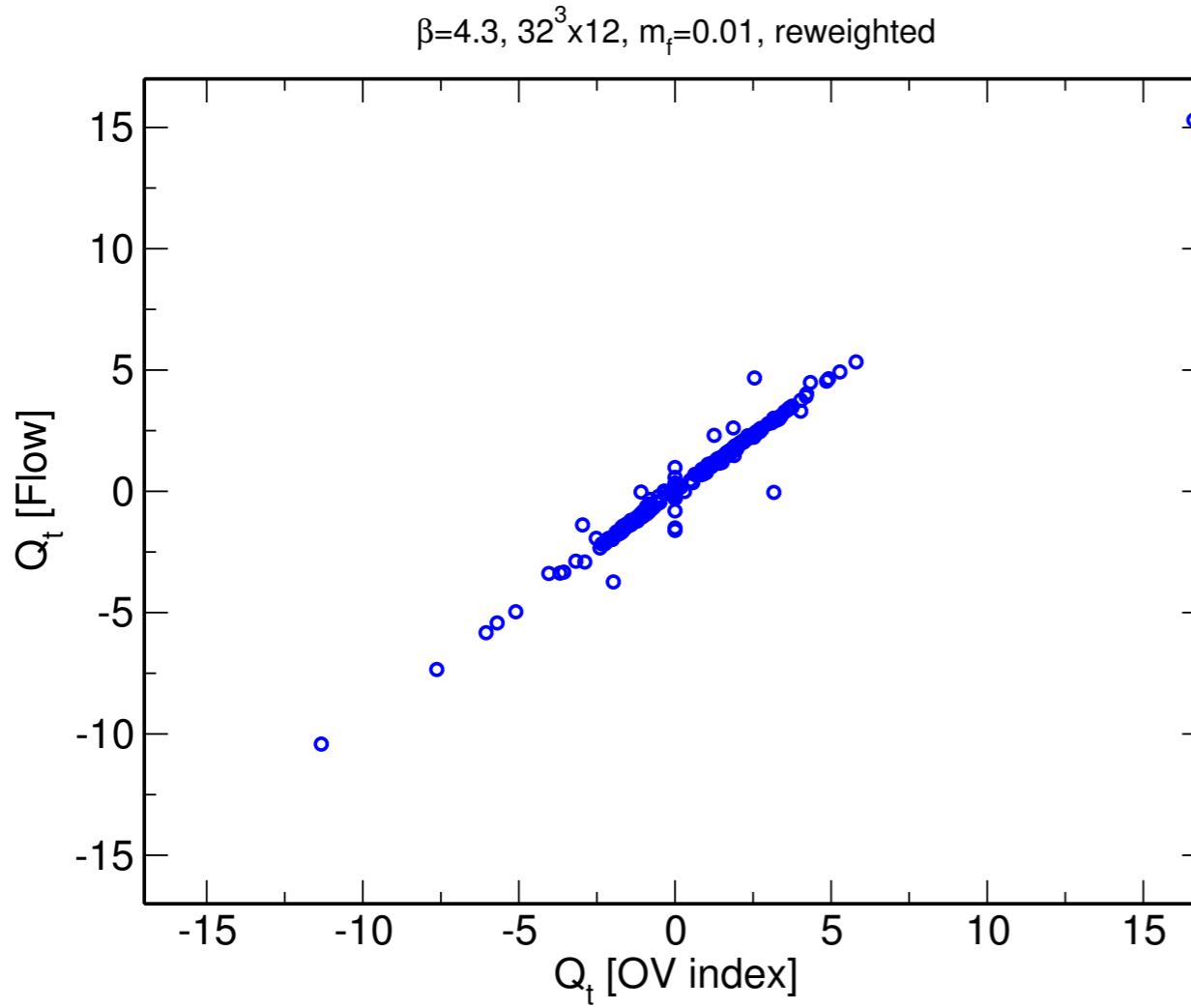


治療後



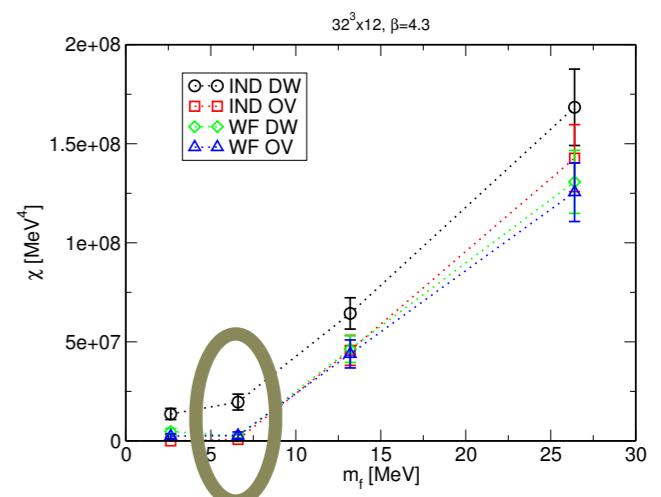
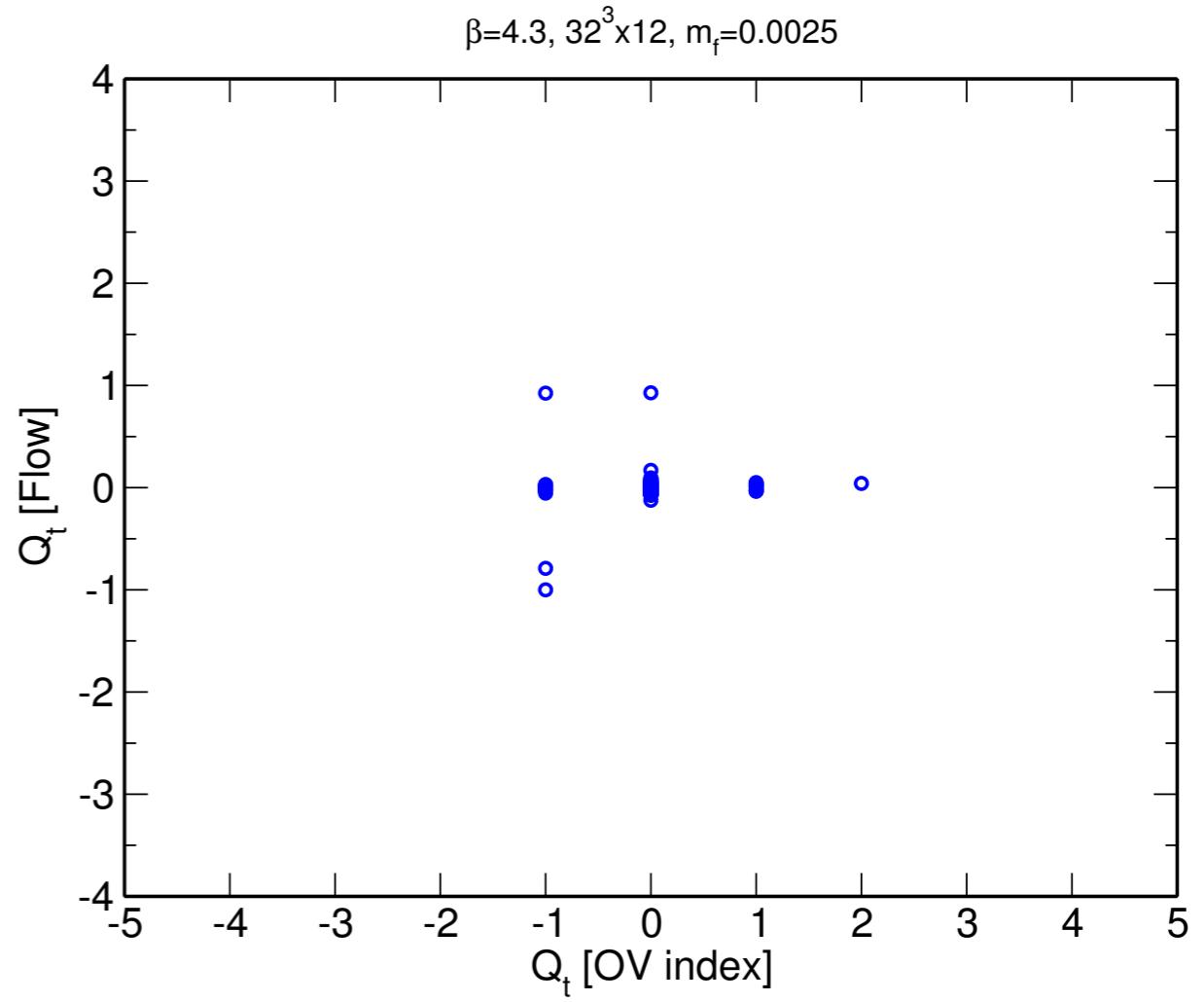
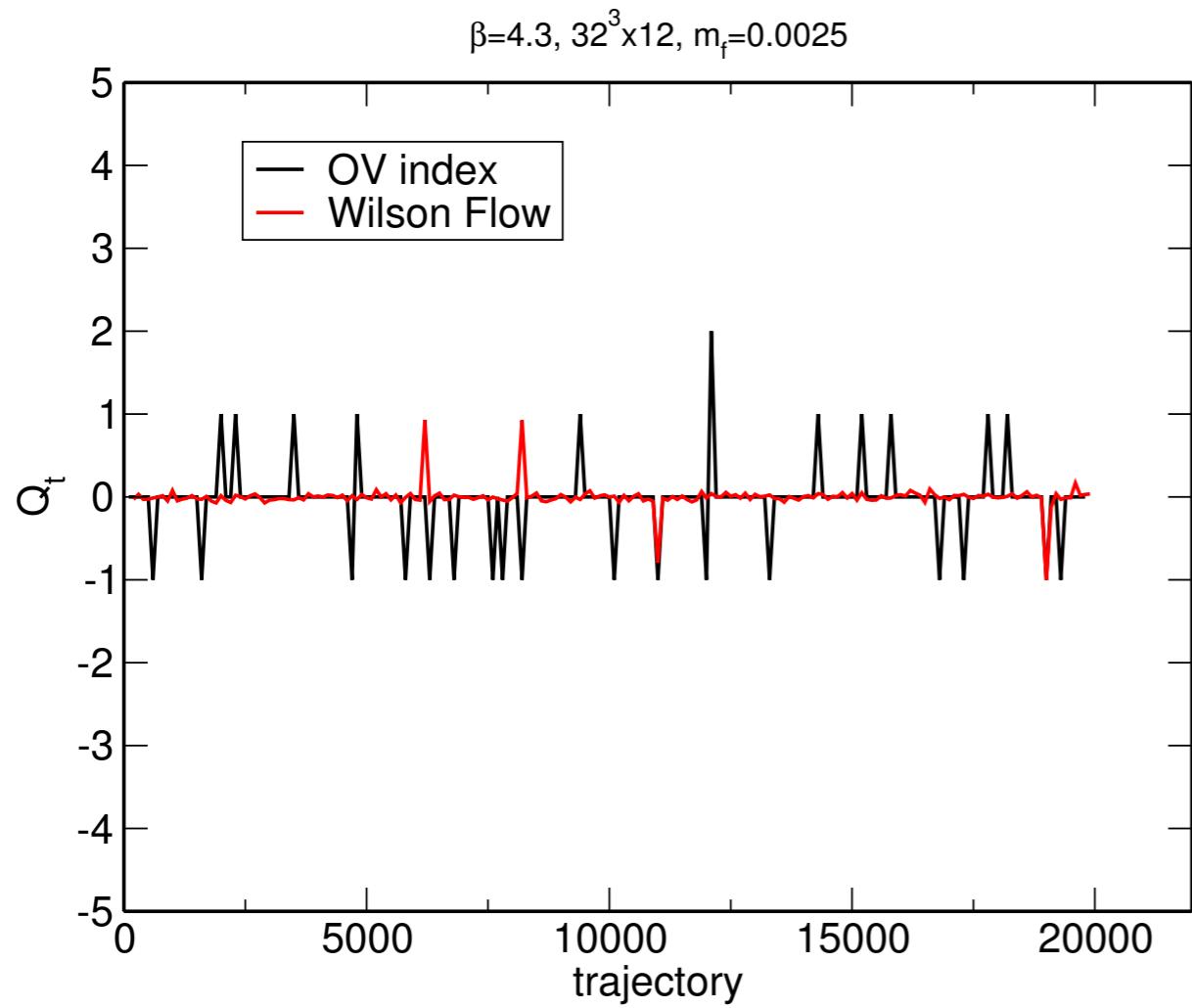
$m_f \approx 28$ MeV with reweighting

治療後



$m_f \approx 7 \text{ MeV}$

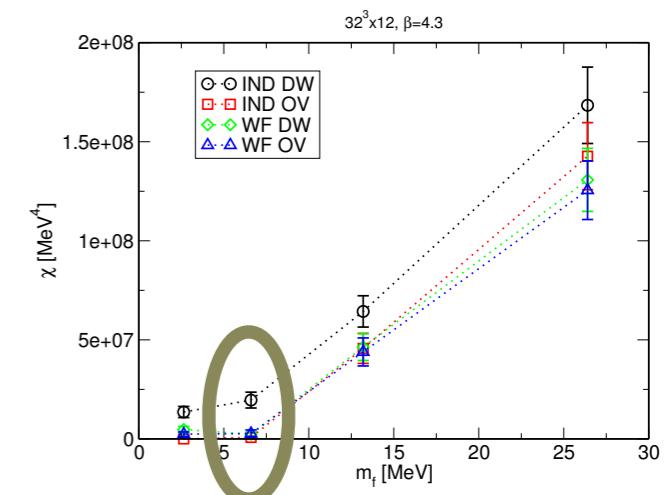
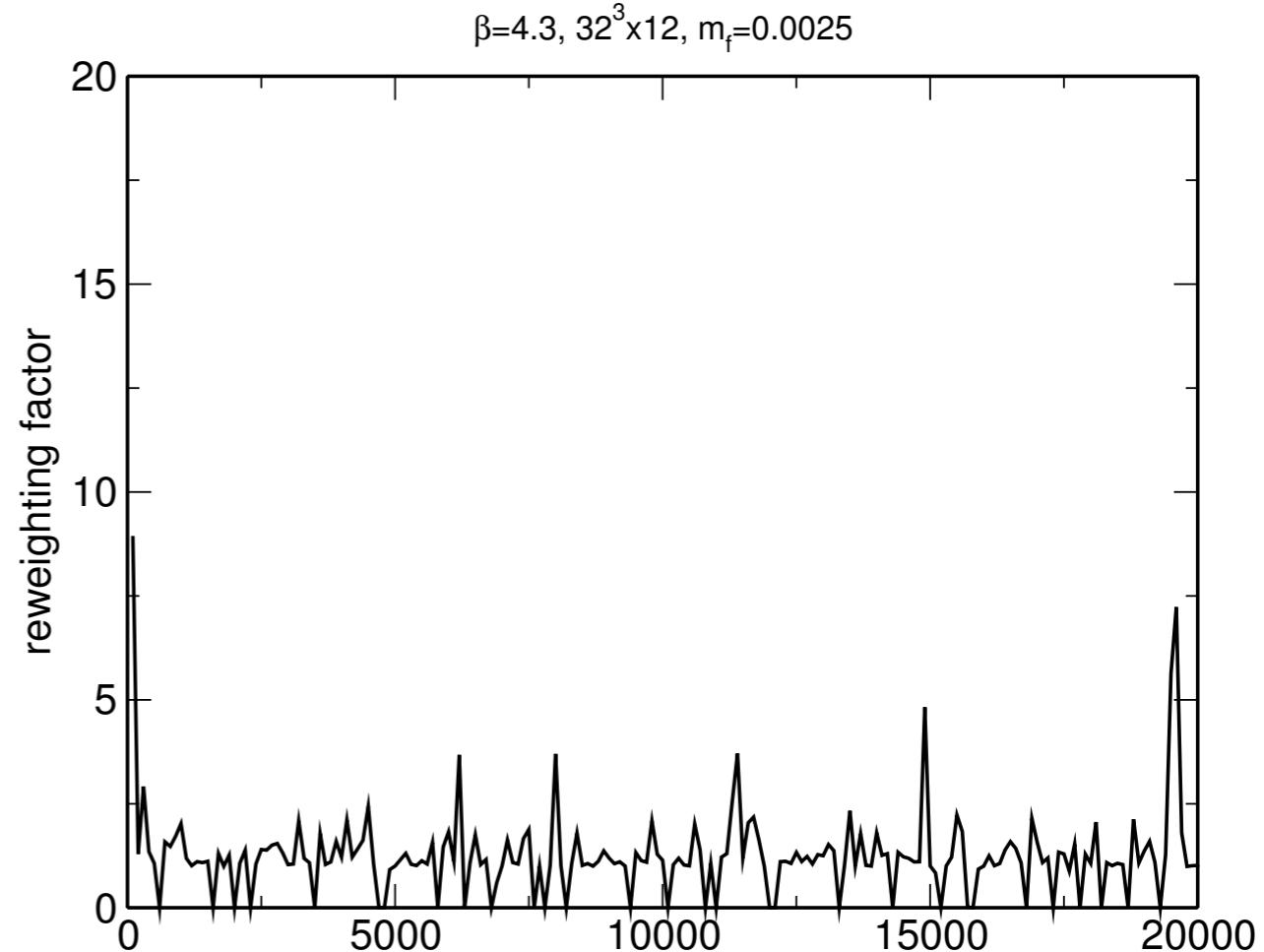
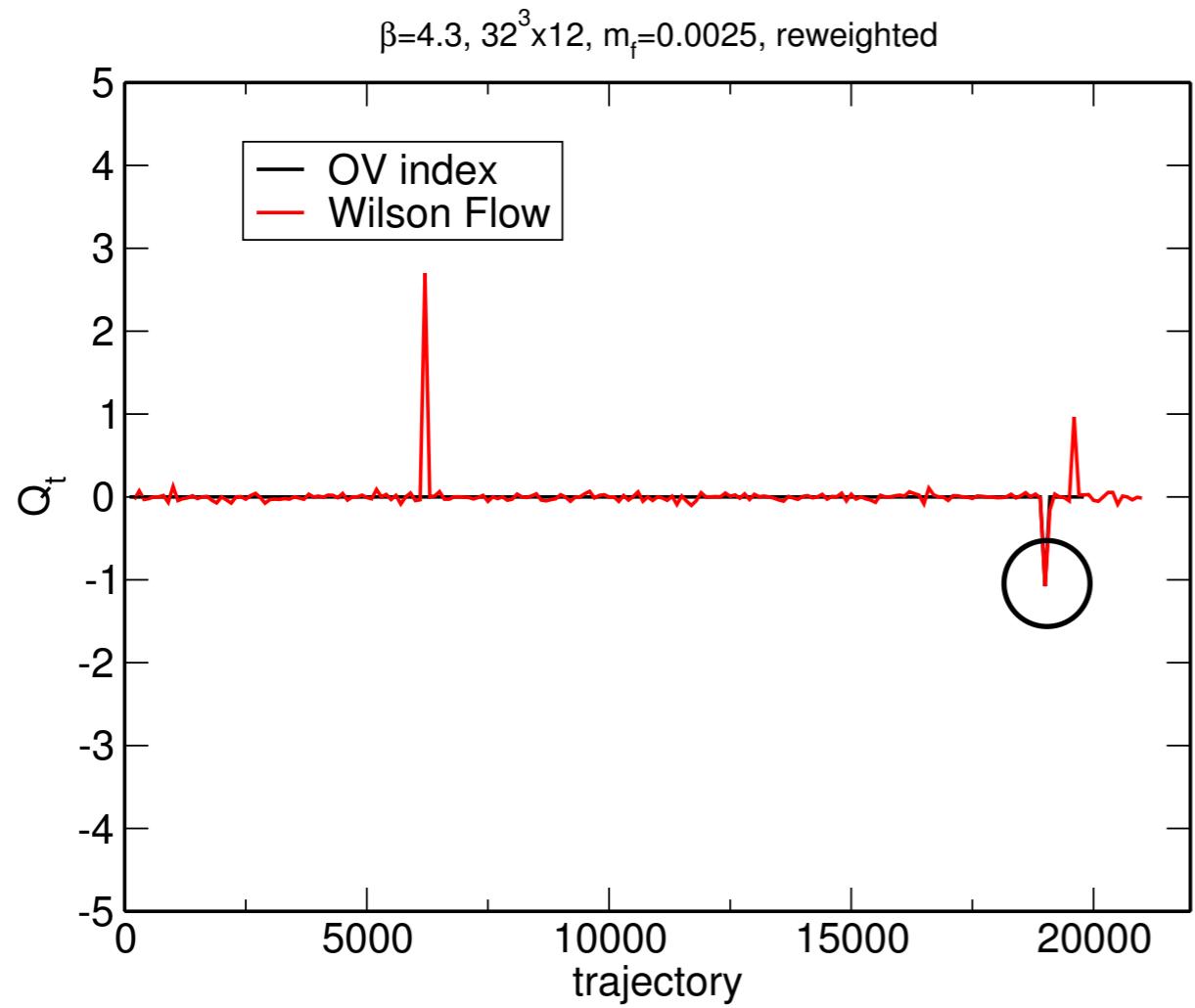
治療前



$m_f \approx 7$ MeV

with reweighting

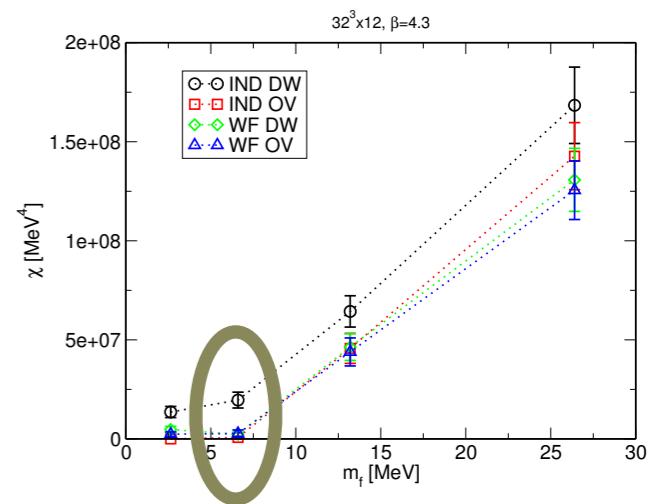
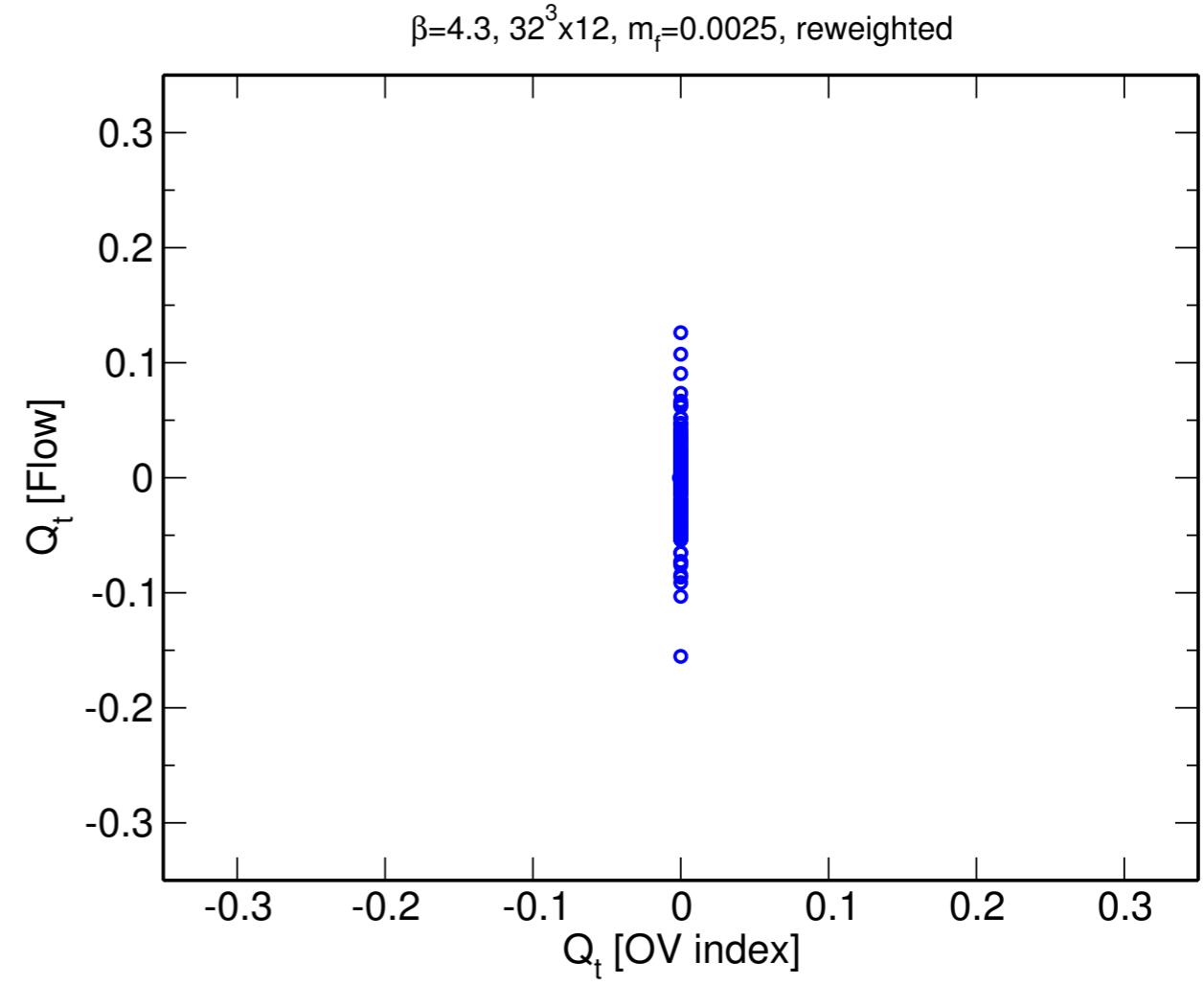
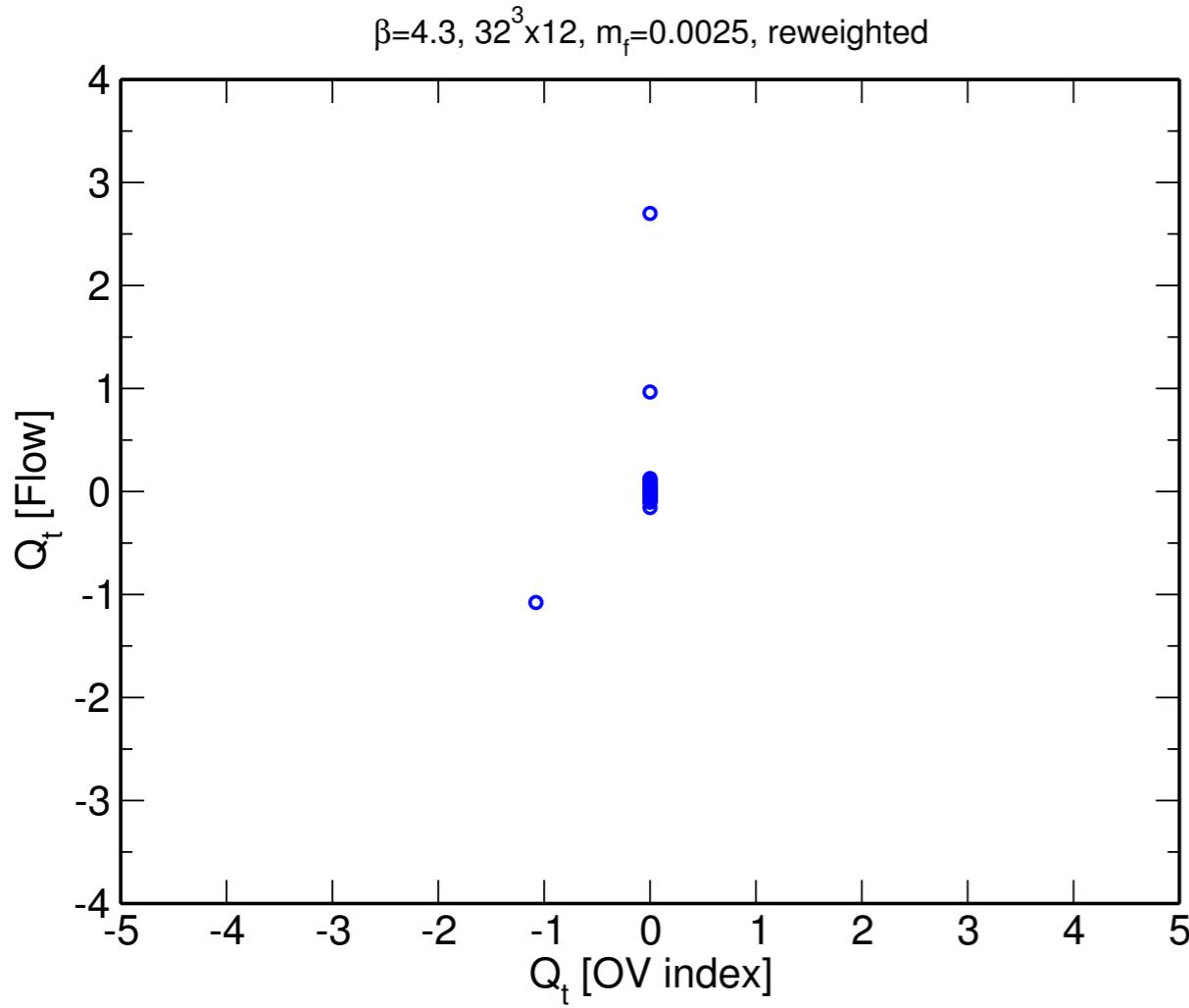
治療後



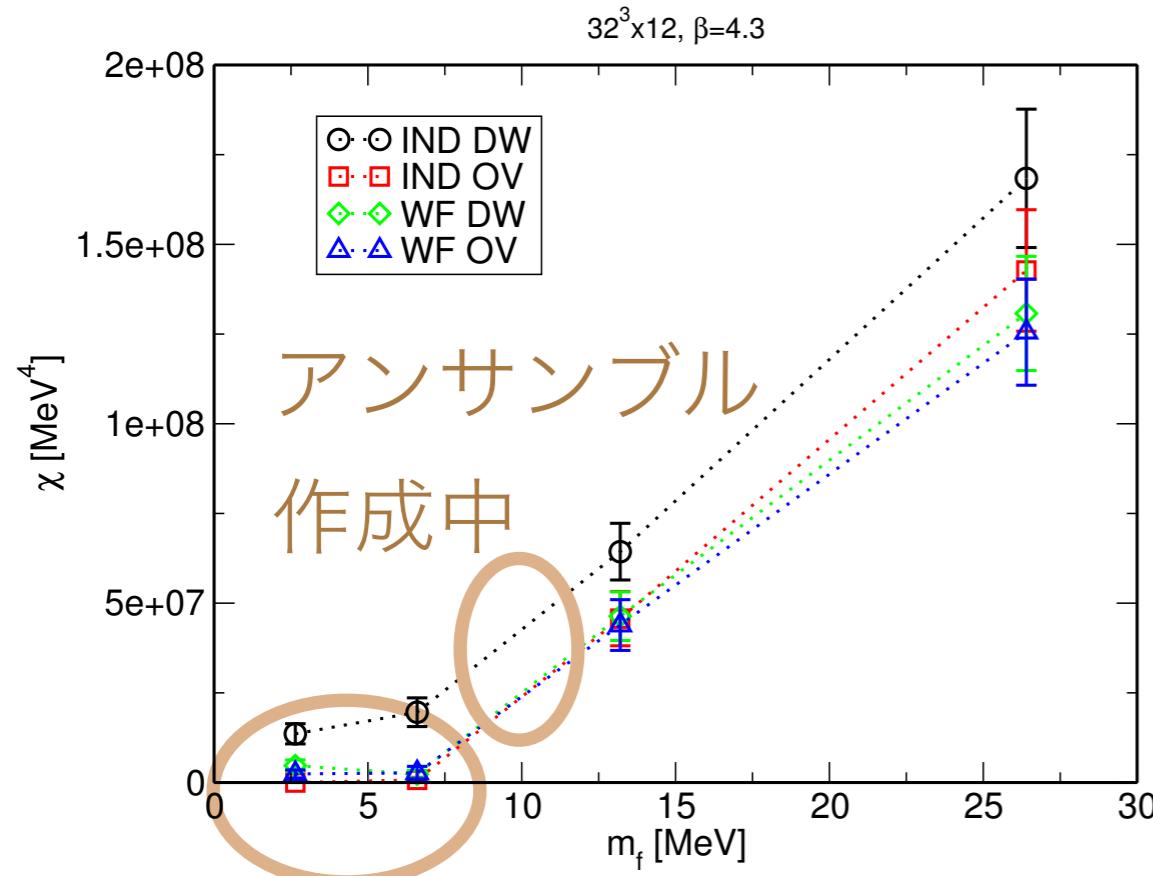
$m_f \approx 7$ MeV

with reweighting

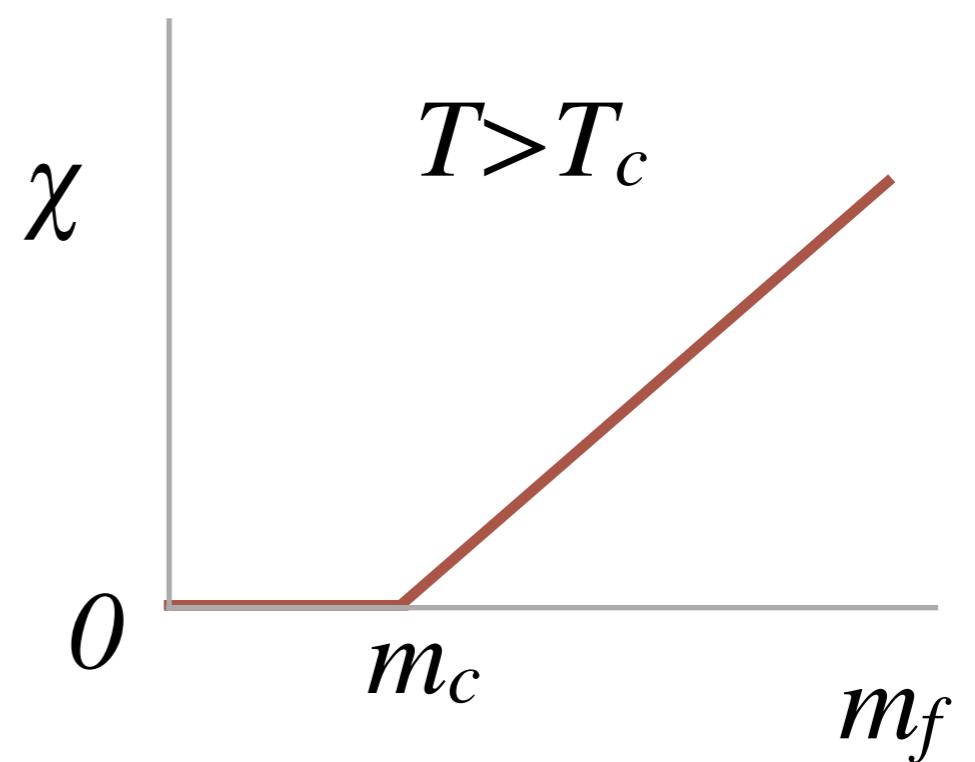
治療後



$\chi_t(T, m)$ for $N_f=2$ $T=220 \text{ MeV}$; $1/a=2.6 \text{ GeV}$



- 一次転移の存在を示唆
- ゼロ付近は本当にゼロか?
- m_c はいくらか?



$\chi_t(T, m)$ の問題と方針

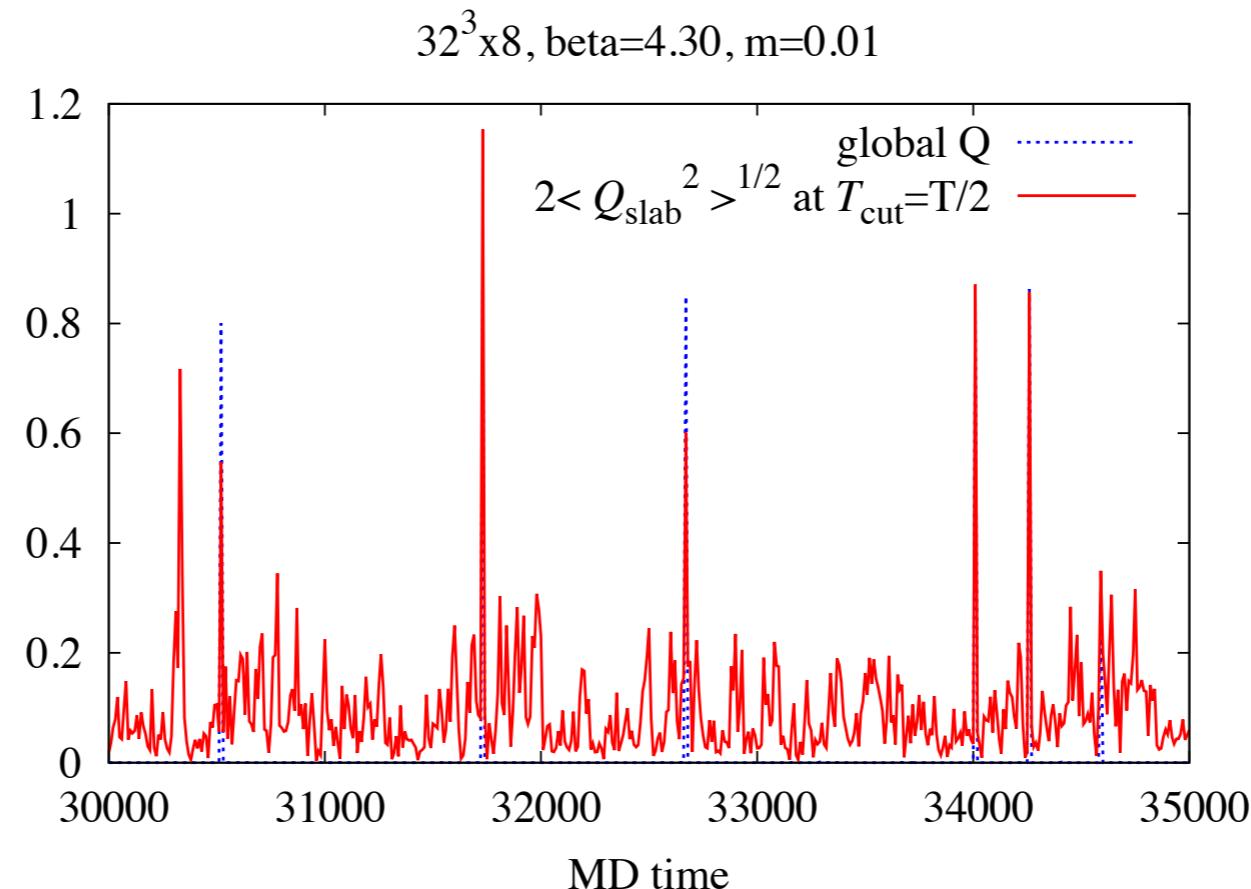
- 特にサンプルするのが困難な量
 - $Q_t \neq 0$ セクターのサンプルが困難。しかし正しい χ_t のために必要。
 - reweighting によってさらに有効サンプル数の減少
 - → 「厚切りハム法」の併用でクロスチェック
- $\chi_t \approx 0$ は本当にゼロか?: **smoking gun** と言っても良いので重要
 - 統計増、厚切りハム法によるチェック、体積効果?
- m_c
 - 転移領域を密に調べる: 新アンサンブル、 m_f -reweighting
 - ゼロ温度 simulation より、physical scale を決める: $m_c > m_{ud}$?
- 他の物理量も確認: バルクな量

厚切りハム法

- Slab method
 - 大局的トポロジー(サンプル困難)を
 - 局所的電荷密度(サンプル容易)から推定

[Bitenholz, Forcrand, Gerber (2015)]

- テスト良好



$\chi_t(T, m)$ の問題と方針。さらに。

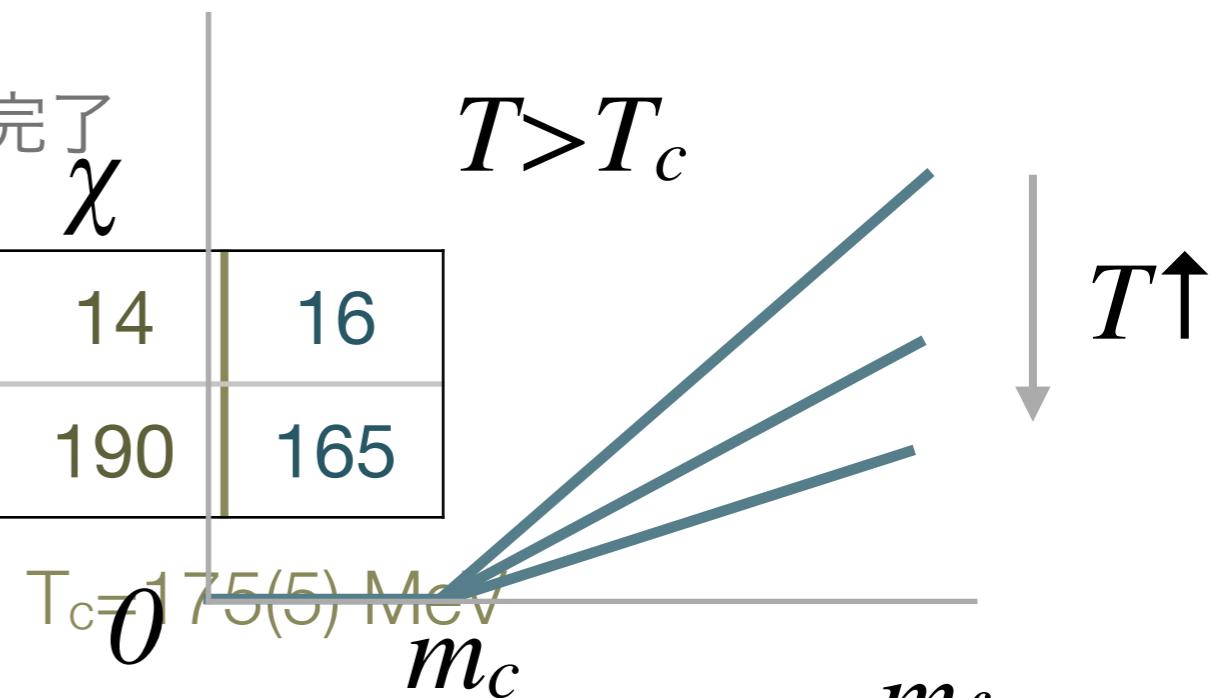
- $\beta=4.30$ ($1/a=2.6$ GeV); $L_s=32$ で別の温度も調べる: $T=1/(aN_t)$

- 格子間隔 $a(\beta)$, 空間体積を固定するので、物理効果を見やすい

- スケール決めのゼロ温度計算も一つで完了

- $T(N_t)$:

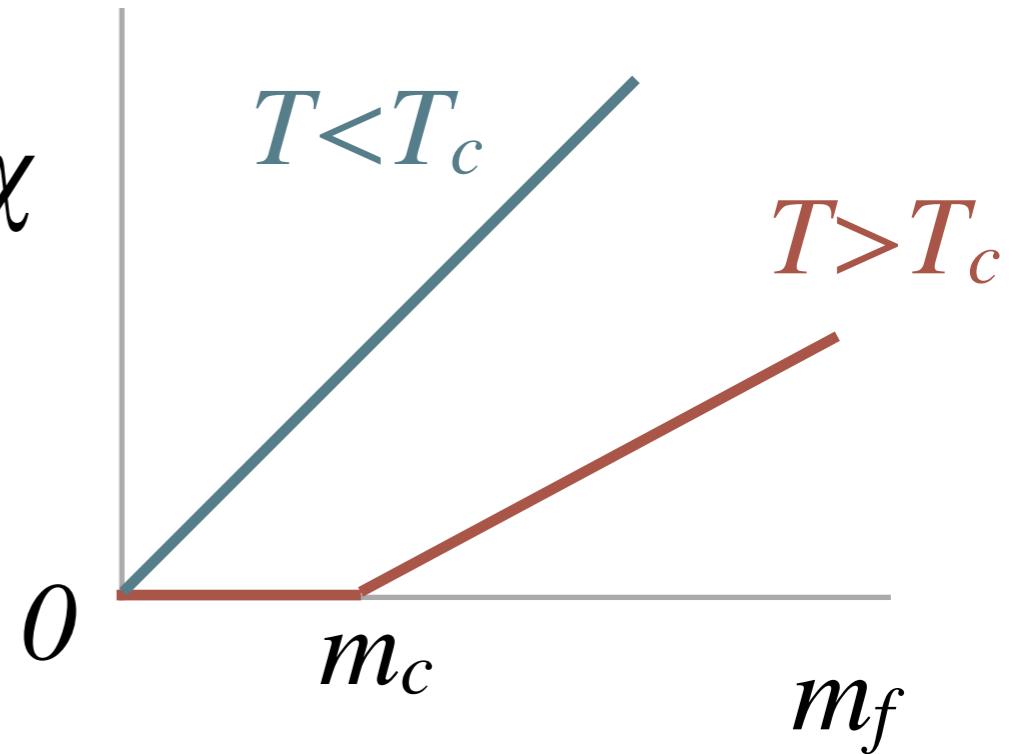
N_t	8	10	12	14	16
T [MeV]	330	260	220	190	165



- ここでは $N_t=12$ を紹介した。 $N_t=8$ は進行中。 $T=260$ MeV付近も見たい。
- 必要に応じて体積効果
 - $L_s=32 \rightarrow 24?$

さらにその先のプラン

- 物理
 - QCD有限温度相転移
 - $N_f=2$
 - 高温でのトポロジカル感受率の振る舞いを解明する
 - $T < T_c$ まで攻める [一次転移ダメ押し]
 - 超高温(アクション)は攻めない
 - $N_f=2+1$ へ
 - $m_s=\infty \rightarrow m_s<\infty \rightarrow m_s^{\text{phys}}$



さらにその先のプラン(つづき)

- 計算機:
 - Blue Gene Q: 2017.9 まで
 - KNL:
 - 京都: 2016.10-
 - Oakforest-PACS
 - 2017.1-
- コード
 - Irolro++: BGQに特化, KNL では遅い
 - Grid: KNL 最適化進行中: P.Boyle, G.Cossu (Edinburgh) らに協力

まとめ

- $N_f=2+1$ QCD有限温度相転移の相図の解明のために
- $N_f=2$ を調べている
 - $U(1)_A$ 対称性の回復により、 $m_f=0$ 近傍で一次転移の可能性
 - トポロジカル感受率の研究を開始
 - 一次転移領域の存在に矛盾しない振る舞いが見られる(preliminary)
 - 今後系統的な研究に進む
 - 高コスト定式化、高統計が必須な現象で、HPCに最適
- $N_f=2+1$ さらにはその先も大変重要で興味深い
- ポスト京の課題としても、期待が持てる