超弦理論の数値的研究の現状と展望

サブ課題A “究極の自然法則と宇宙開闢の解明”
素粒子・原子核・宇宙 「京からポスト京に向けて」シンポジウム

２月16-17日、筑波大学東京キャンパス

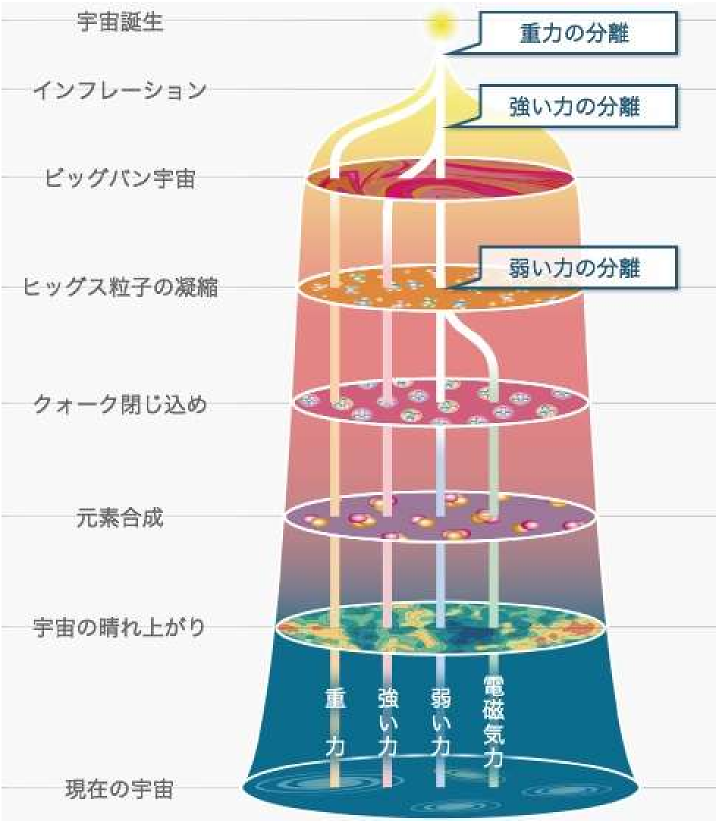
西村 淳 （KEK理論センター、総研大）

1. はじめに

超弦理論

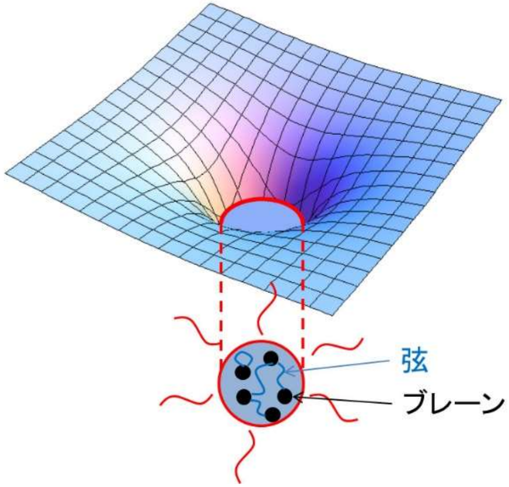
時間・空間の起源

宇宙の始まり



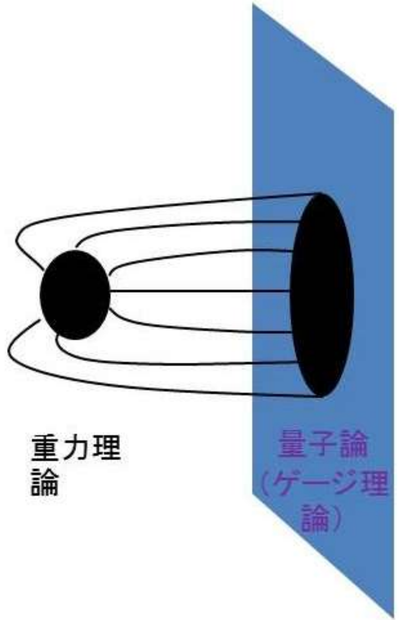
物質・力の起源

ブラックホール
の微視的描像



量子情報

ゲージ重力対応



QCD、超伝導、超流動の
ホログラフィックな記述

出典：東京大学素粒子物理国際研究センター
日本学術振興会(百武慶文氏）、KEKのHP

超弦理論

- 量子重力を含む基礎理論の「大本命」 1980s～

「Dブレーン　＋　摂動論」 という従来のアプローチ

標準模型　（intersecting D-brane模型など）
インフレーション　（colliding D-brane模型など）

無数の模型が考えられ、予言能力なし。
（ランドスケープ問題、人間原理の援用）

非摂動的定式化に基づく研究が不可欠

「 ゲージ／重力対応」
「IIB行列模型」

行列を基本自由度として、超弦を記述。
「時空」は、行列の自由度の中から創発。

行列で書かれた理論の数値シミュレーションにより、
時空のダイナミクスを研究。

目次

1. はじめに
2. ローレンツ型IIB行列模型に基づく初期宇宙の研究
3. 超対称ゲージ理論の数値シミュレーションによるゲージ／重力対応の検証
4. まとめと展望

2. ローレンツ型IIB行列模型に基づく初期宇宙の研究

IIB行列模型

$$S = -\frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\left(\frac{1}{4}[A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2}\bar{\Psi}\Gamma^\mu[A_\mu, \Psi]\right)$$

Ishibashi-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

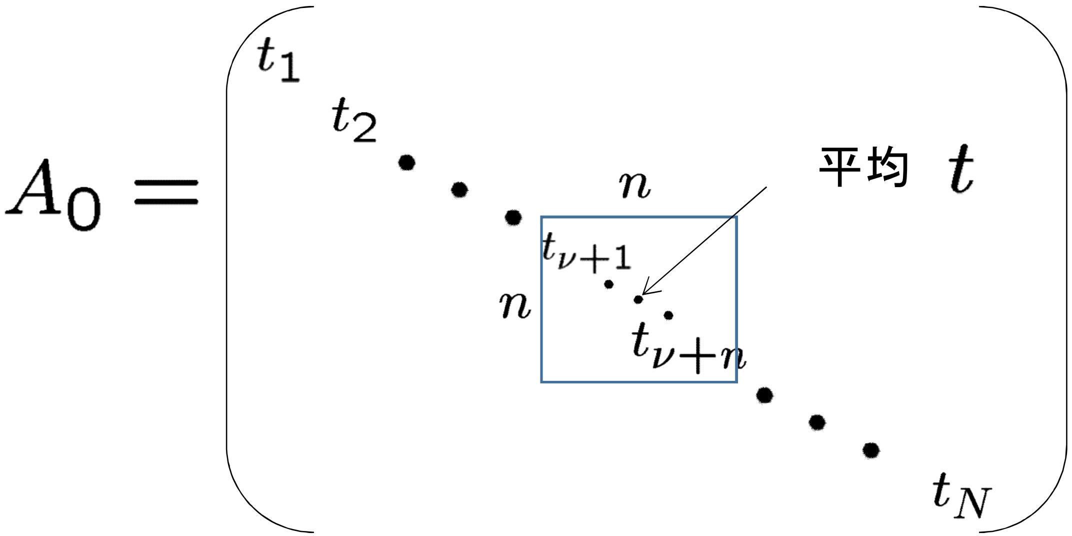
- (9+1)次元Minkowski時空上のタイプIIB超弦理論の摂動論をall orderで再現できる理論。

Fukuma-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

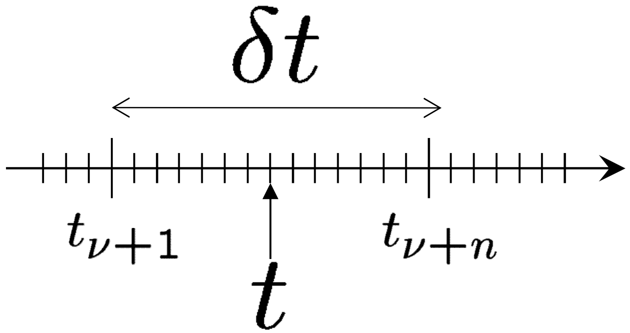
- 行列模型そのものは、摂動論に依らずに定義されている。
  → 超弦理論の非摂動的な定義になっているはず！

  c.f.) D-brane（非摂動的物体）も正しく記述されている。

ローレンツ型IIB行列模型における「時間発展」

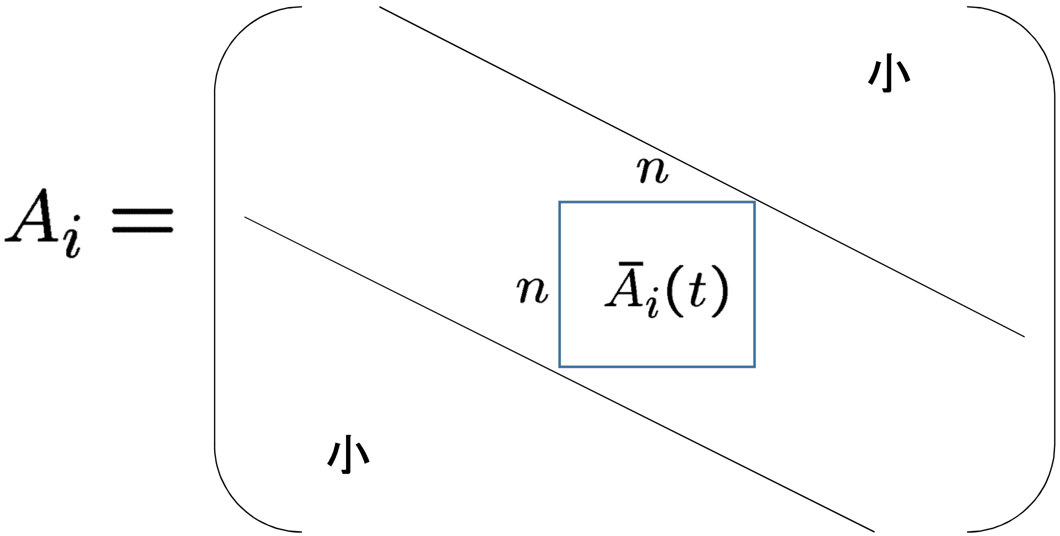


Kim-J.N.-Tsuchiya
PRL 108 (2012) 011601



$$\nu = 0, 1, \cdots, N-n$$

$$t = \frac{1}{n}\sum_{a=1}^{n} t_{\nu+a}$$



バンド対角的構造の出現

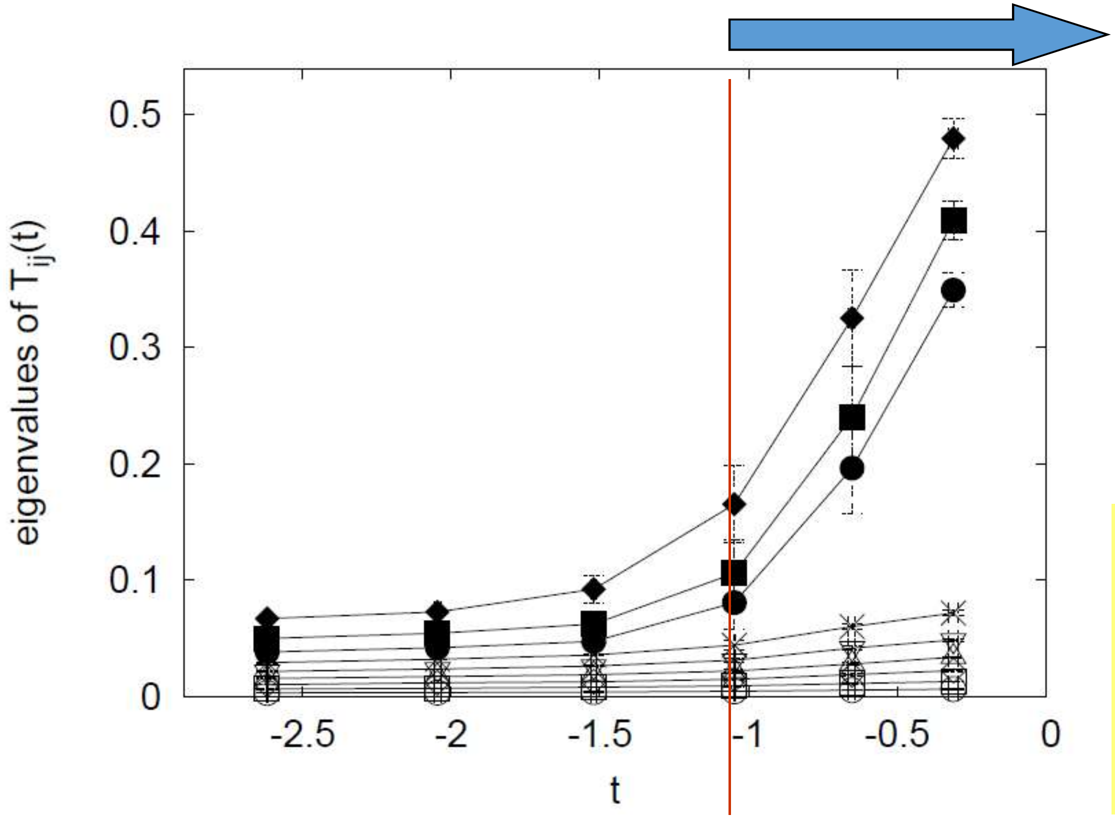
$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における状態

宇宙の誕生？

$$T_{ij}(t) = \frac{1}{n}\mathrm{tr}\,\{\bar{A}_i(t)\bar{A}_j(t)\}$$

Kim-J.N.-Tsuchiya
PRL 108 (2012) 011601
[arXiv:1108.1540]

$$\mathrm{SO}(9) \xrightarrow{\mathrm{SSB}} \mathrm{SO}(3)$$



"critical time"

ある時刻を境に、
3方向だけが膨張を始める。

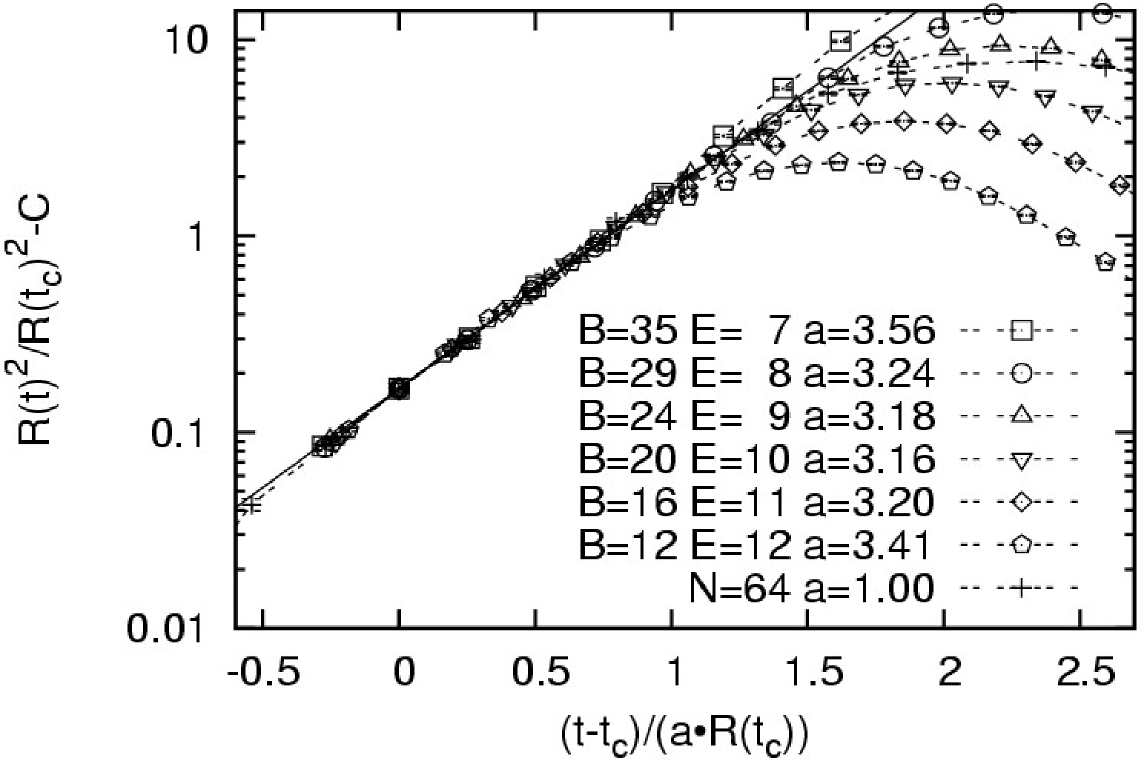
カイラル対称性の自発的破れが
質量の起源。（QCD）

回転対称性の自発的破れが
宇宙の起源。（行列模型）

簡単化した模型における膨張則

膨張があまり進んでいない、宇宙初期で良い近似

$$\mathrm{Pf}\mathcal{M}(A) \simeq \Delta^{d-1} = \prod_{i<j}(\alpha_i - \alpha_j)^{2(d-1)}$$

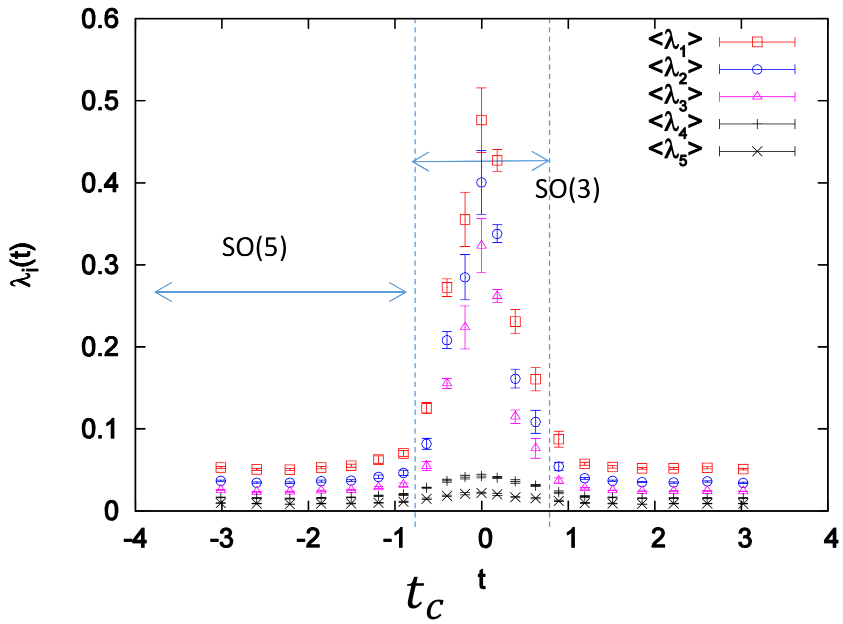


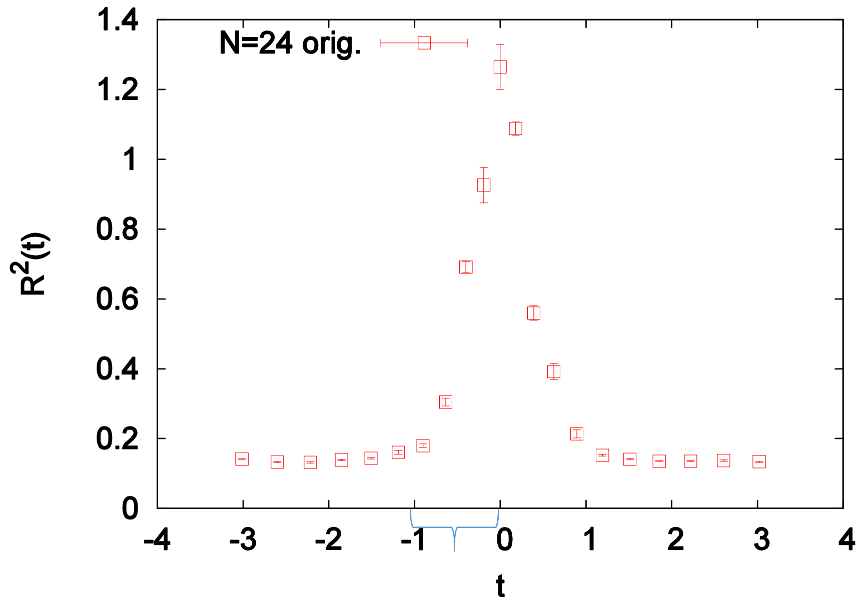
はっきりした指数膨張を観測。

注） インフラトンも、
ポテンシャルも、
手で導入していない。
勝手な初期条件を与える
こともしていない。
模型のダイナミクスとして、
このような振る舞いが
得られている。

さらに長い時間発展を調べることが次の課題

- 以下簡単化のため、6次元ローレンツ型IIB行列模型を扱う.





- SSB regionの点　：　行列サイズNに対して、$\sqrt{N}$でしか増えない　(計算コスト~O(N^5))

点の数を2倍にしたければ$N \simeq 100$で計算が必要、計算コストは約 4^5倍

➡ <u>小さなNで効率的にt_c以降の時間発展を調べられないか？</u>

くりこみ群的手法

Azuma-Ito-J.N.-Tsuchiya, in preparation

■ 行列模型におけるくりこみ群 – 行列自由度の一部の成分を積分することで
より小さい行列で記述される有効理論を考える.

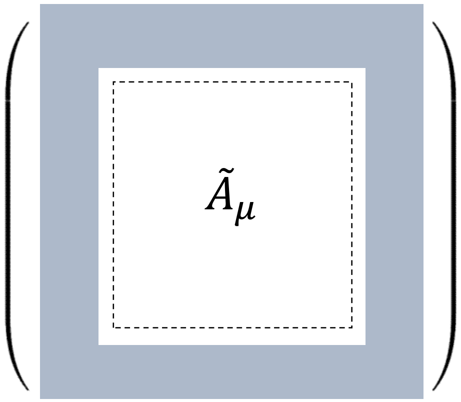
[Brezin, Zinn-Justin ’92] [Higuchi,Itoi,Nishigaki,Sakai ’93 ’95]
[Kawamoto, Kuroki, Tomino ’12]

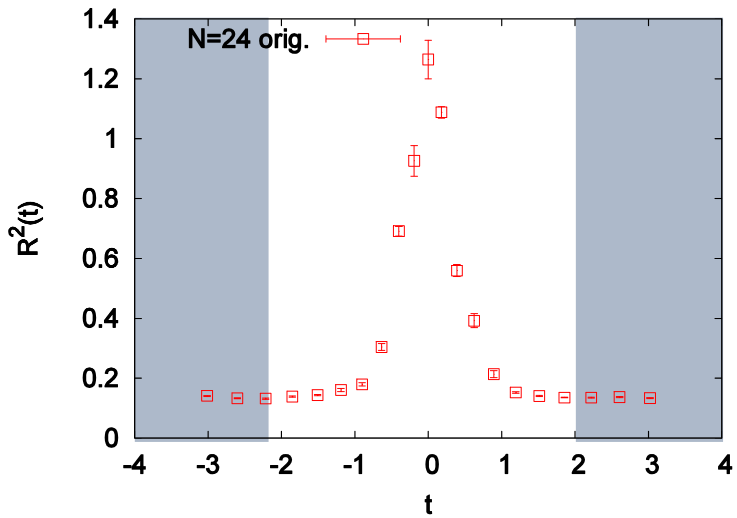
- ローレンツ型IIB行列模型では

行列の外層を積分して得られる有効理論 $Z_{\rm eff}\left[\tilde{A}\right]$

→ SSB regionを切り抜いたことに対応している

[Y. Ito, S.-W. Kim, Y. Koizuka, J. N., A. Tsuchiya ’13]

$A_\mu \;=$ 

~ 

有効理論の具体的な形に対する Ansatz

■ 元の模型 (N, κ)

$$Z = \int dA \,\mathrm{Pf}\,\mathcal{M}(A)\,\delta\left(S_{\mathrm{b}}(A, N)\right)$$

IR cutoff

$$\frac{1}{N}\mathrm{tr} A_i^2 \leq 1$$

$$\frac{1}{N}\mathrm{tr}\, A_0^2 \leq \kappa$$

積分 →

■ 有効理論 $(\tilde{N}, C, \tilde{\kappa}, \tilde{L})$

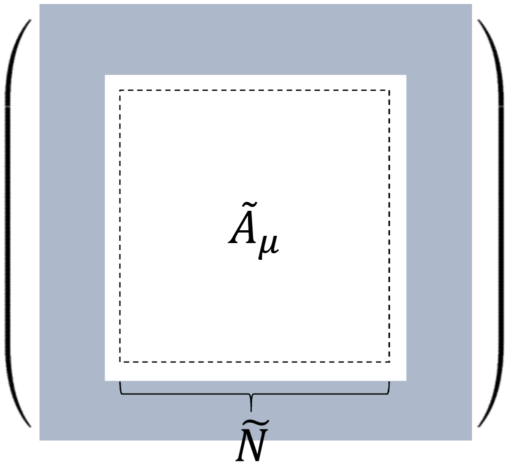
$$Z_{\mathrm{eff}} = \int d\tilde{A}\,\mathrm{Pf}\,\mathcal{M}\left(\tilde{A}\right)\delta\left(S_{\mathrm{b}}\left(\tilde{A}, \tilde{N}\right) - C\right)$$

ローレンツ対称性, SUSYを保つ [T. Yoneya '97]

IR cutoff

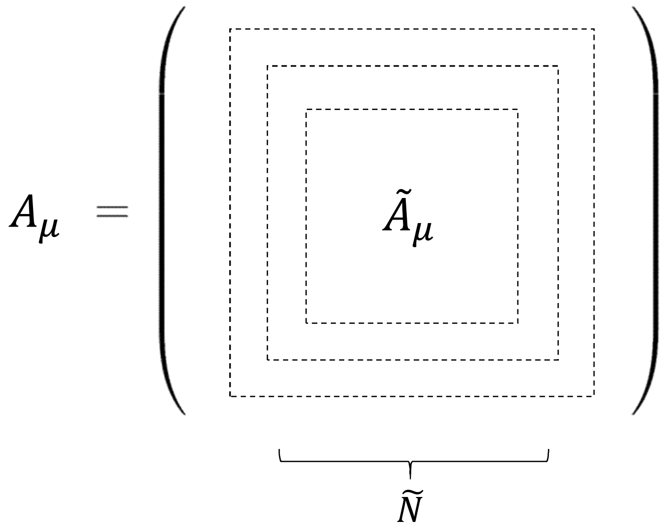
$$\frac{1}{\tilde{N}}\mathrm{tr}\left(\tilde{A}_i^2\right) \leq \tilde{L}^2$$

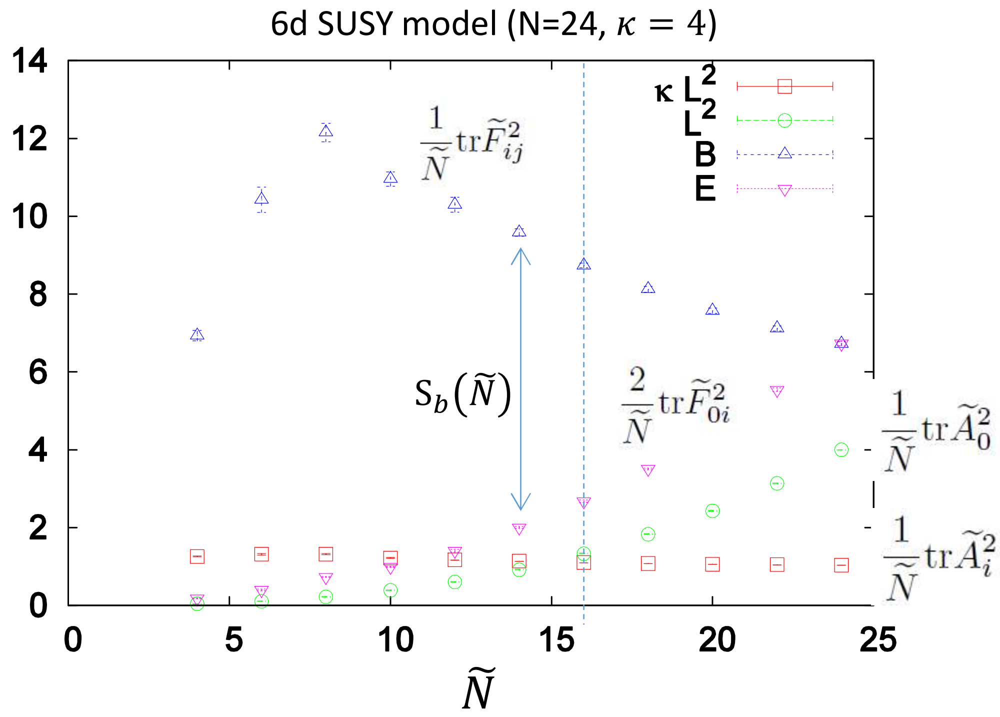
$$\frac{1}{\tilde{N}}\mathrm{tr}\left(\tilde{A}_0^2\right) \leq \tilde{\kappa}\tilde{L}^2$$

$A_\mu =$ 

「くりこみ群的手法」のテスト

■ 元の模型で得られた配位から $\tilde{A}_\mu(\tilde{N} < N)$ における $S_b(\tilde{N})$, $\mathrm{tr}\tilde{A}_0^2$, $\mathrm{tr}\tilde{A}_i^2$ を計算する



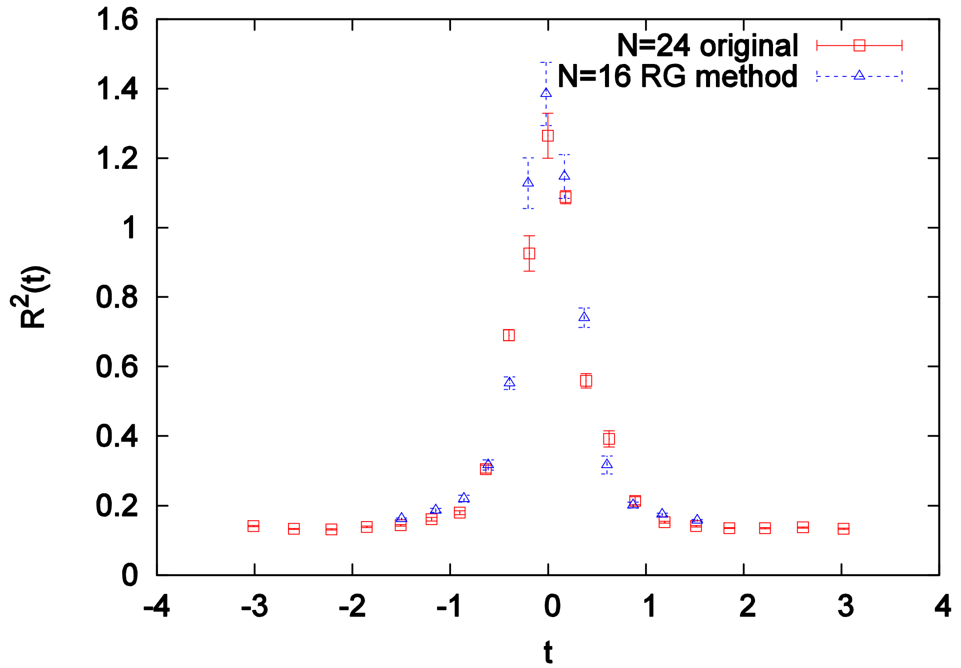


■ ある$\tilde{N}$に対して$C = S_b(\tilde{N})$, $\tilde{\kappa} = \frac{1}{\tilde{N}}\mathrm{tr}\tilde{A}_0^2$, $\tilde{L} = \frac{1}{\tilde{N}}\mathrm{tr}\tilde{A}_i^2$ としてZ_{eff}で数値計算し, くりこみ群的手法がうまくいくか検証する

「くりこみ群的手法」のテスト（続き）

■ N=24の結果から読み取った値にC, $\tilde{\kappa}$, $\tilde{L}$を固定して $Z_{\rm eff}\left[\tilde{A}\right]$ で数値シミュレーション

空間の拡がり $R(t)$



N=24で得られた結果を$\tilde{N}$=16の有効理論で再現できている

⟶ くりこみ群的手法が非常にうまく機能していることが分かる

くりこみ群的手法を使った結果

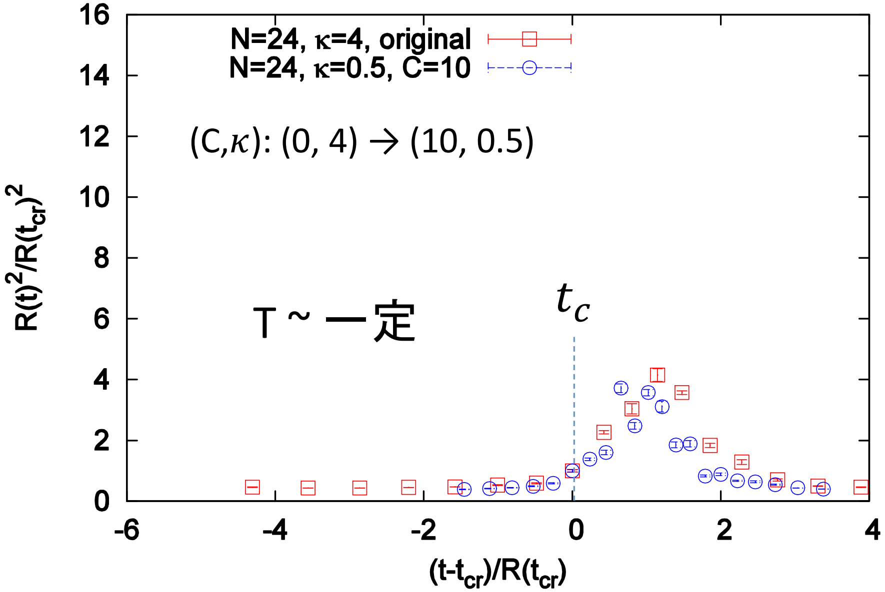
Azuma-Ito-J.N.-Tsuchiya, in preparation

a : 格子間隔

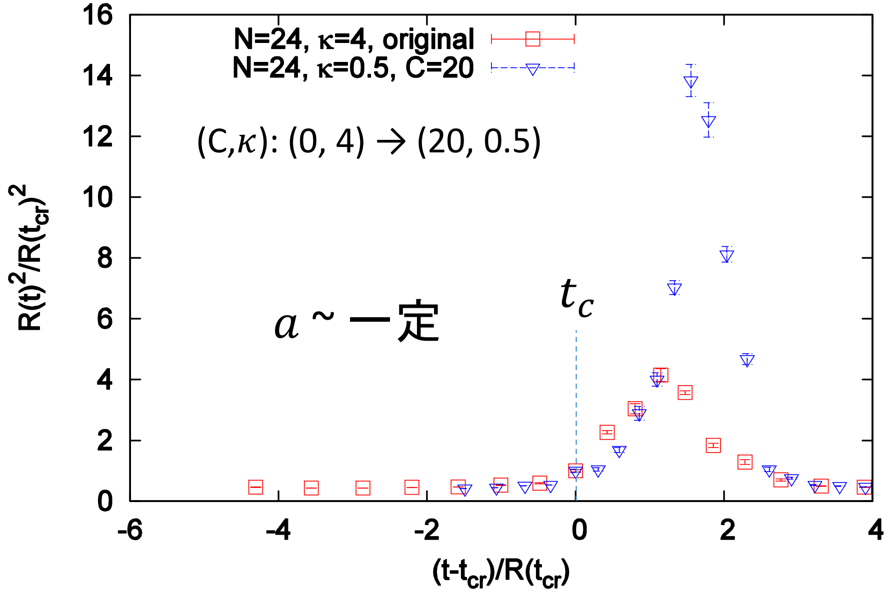
T: $t \geq t_c$における
時間発展の長さ

有効理論のパラメタを調節することで、自由に変えられる

空間の拡がり $R(t)$　　$\tilde{N} = 24$



空間の拡がり $R(t)$



■ $\tilde{N} = 24$の計算で、元の模型における$N \sim 100$ 相当の結果が得られている.

フェルミオンをクエンチした模型

Ito-J.N.-Tsuchiya, JHEP 1511 (2015) 070
arXiv:1506.04795 [hep-th]

■ **Bosonic IIB型行列模型**

- フェルミオンをクエンチ

$$\mathrm{Pf}\,\mathcal{M}\,(A) = 1$$

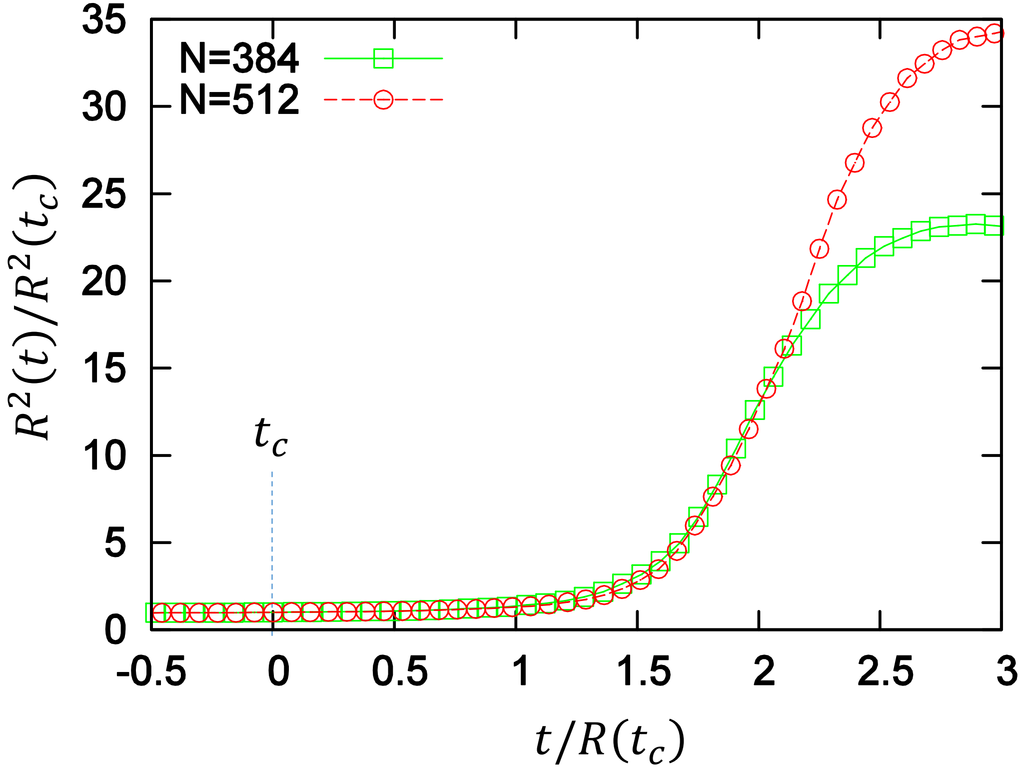
→ 時空が十分に膨張した領域をよく近似している有効模型

■ 空間の膨張則

$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \quad \underset{\text{遷移}}{\rightarrow} \quad R(t) \propto t^{1/2}$$

輻射優勢期の兆候？

10d bosonic type IIB MM



くりこみ群的手法を適用した結果

Azuma-Ito-J.N.-Tsuchiya, in preparation

■ Bosonic IIB型行列模型

- フェルミオンをクエンチ

$$\mathrm{Pf}\,\mathcal{M}\,(A) = 1$$

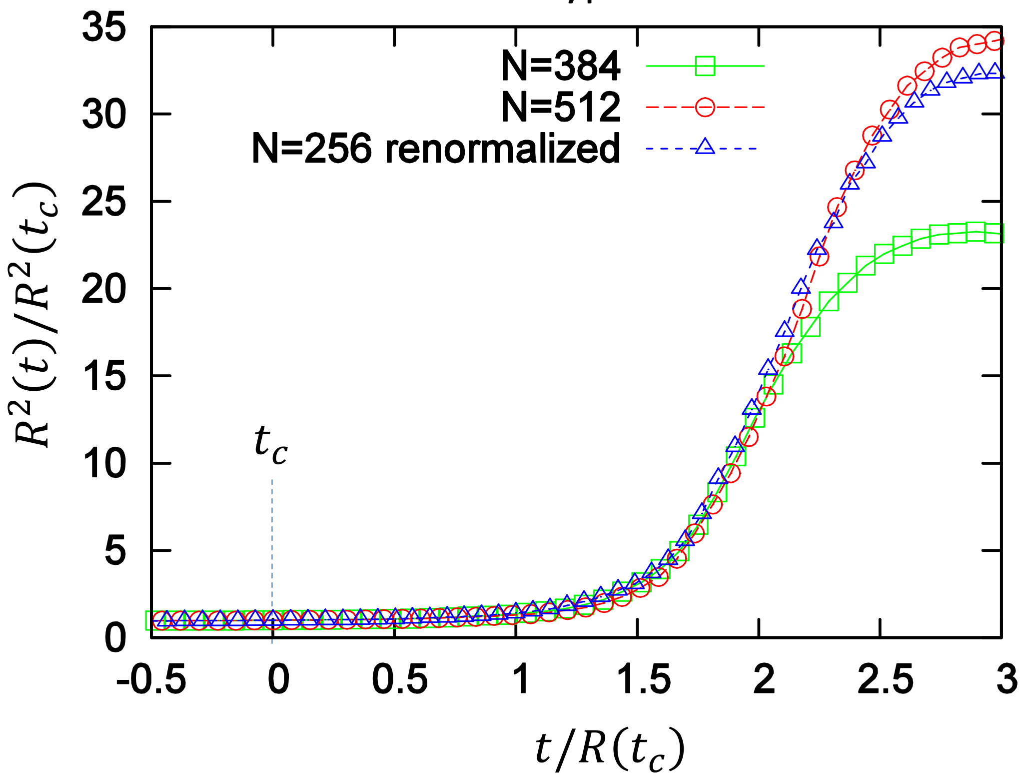
→ 時空が十分に膨張した領域をよく近似している有効模型

■ 空間の膨張則

$R(t) \propto e^{\Lambda t}$ $\underset{\text{遷移}}{\rightarrow}$ $R(t) \propto t^{1/2}$

輻射優勢期の兆候？

10d bosonic type IIB MM



➢ くりこみ群的手法によって
N=512の結果を$\widetilde{N}$=256で再現

$\widetilde{N}$=256でさらに長い時間発展を追える.

→ $t^{1/2}$ 膨張則の検証

３．超対称ゲージ理論の数値シミュレーションによるゲージ／重力対応の検証

これまで行なわれてきたゲージ／重力対応の研究

Hanada-Hyakutake-Ishiki-J.N., Science 344 (2014) 882

ゲージ理論

超対称ゲージ理論
(1次元で16個の超対称性)

等価 ⟺

重力理論

10次元超弦・超重力理論
ブラックホール解

ラージN、低温

強結合

⇩

ゲージ固定後、運動量カットオフ
または格子ゲージ理論（＋フーリエ加速）

解析的に解ける
ブラックホールの熱力学

この研究を2次元（さらには4次元）の超対称ゲージ理論に拡張

ゲージ／重力対応

D. Kadoh, PoS of LATTICE2016, arXiv:1702.01615[hep-lat]

ゲージ理論

超対称ゲージ理論
(2次元で16個の超対称性)

重力理論

10次元超弦・超重力理論
ブラックストリング解

等価 ⟺

ラージN、低温

強結合

⇩

解析的に解ける
“ブラックホール”の熱力学

杉野の格子作用 (超対称性を一部、厳密に保つ)

格子計算でゲージ理論の熱力学量を計算し、それを
重力側の解析的予想と比較することで、ゲージ／重力対応を検証

研究に使った手法・アイデア

E.Giguere and D.Kadoh, JHEP 1505 (2015) 082

- Hybrid Monte-Carlo法

  → 分子動力学の多重時間ステップ積分、多重質量シフト付き逆行列ソルバーによる計算アルゴリズムの高速化

- フェルミオンの力学的な効果

  → パフィアンの 位相を無視して絶対値を分数近似で準備

- 杉野作用の4体フェルミ相互作用の処理

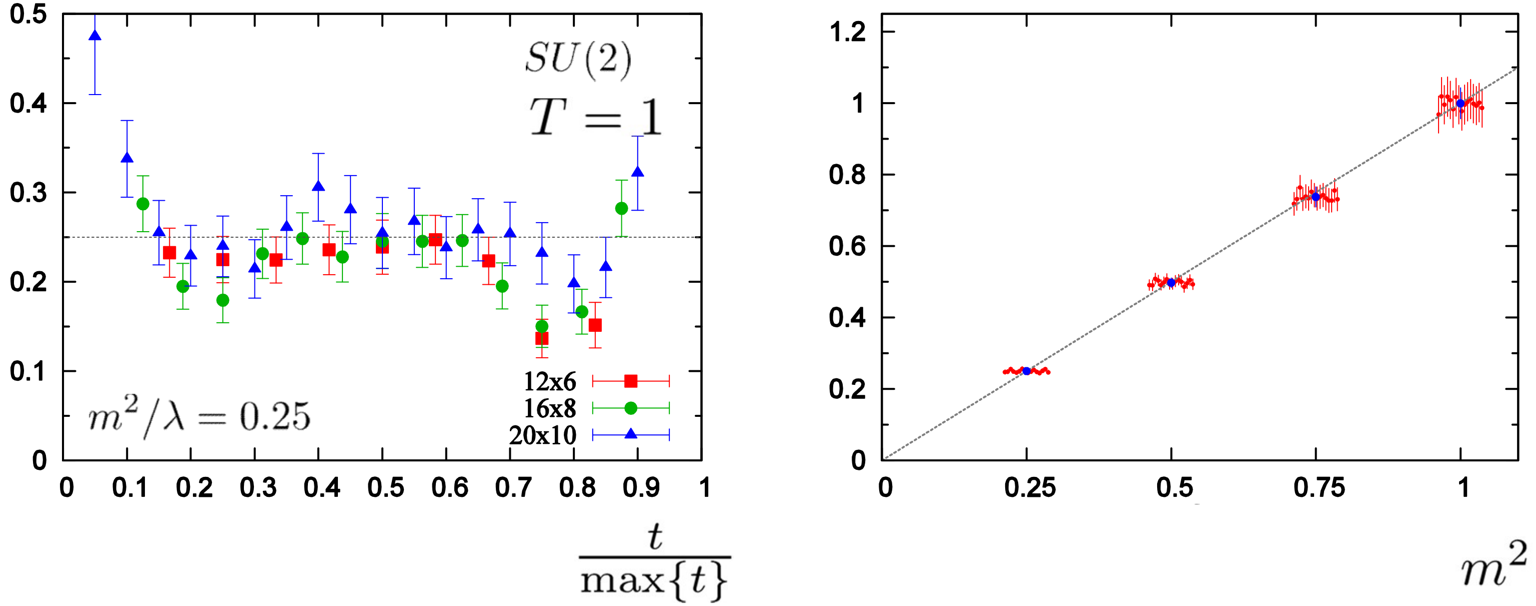
  → Hubbard-Stratonovich変換で補助場を導入して解決

- 「京」を利用した大規模計算により、精密な検証が可能。

超対称性の回復

E.Giguere and D.Kadoh, JHEP 1505 (2015) 082

超対称ウォード高橋関係式(の比)　　プラトーの値



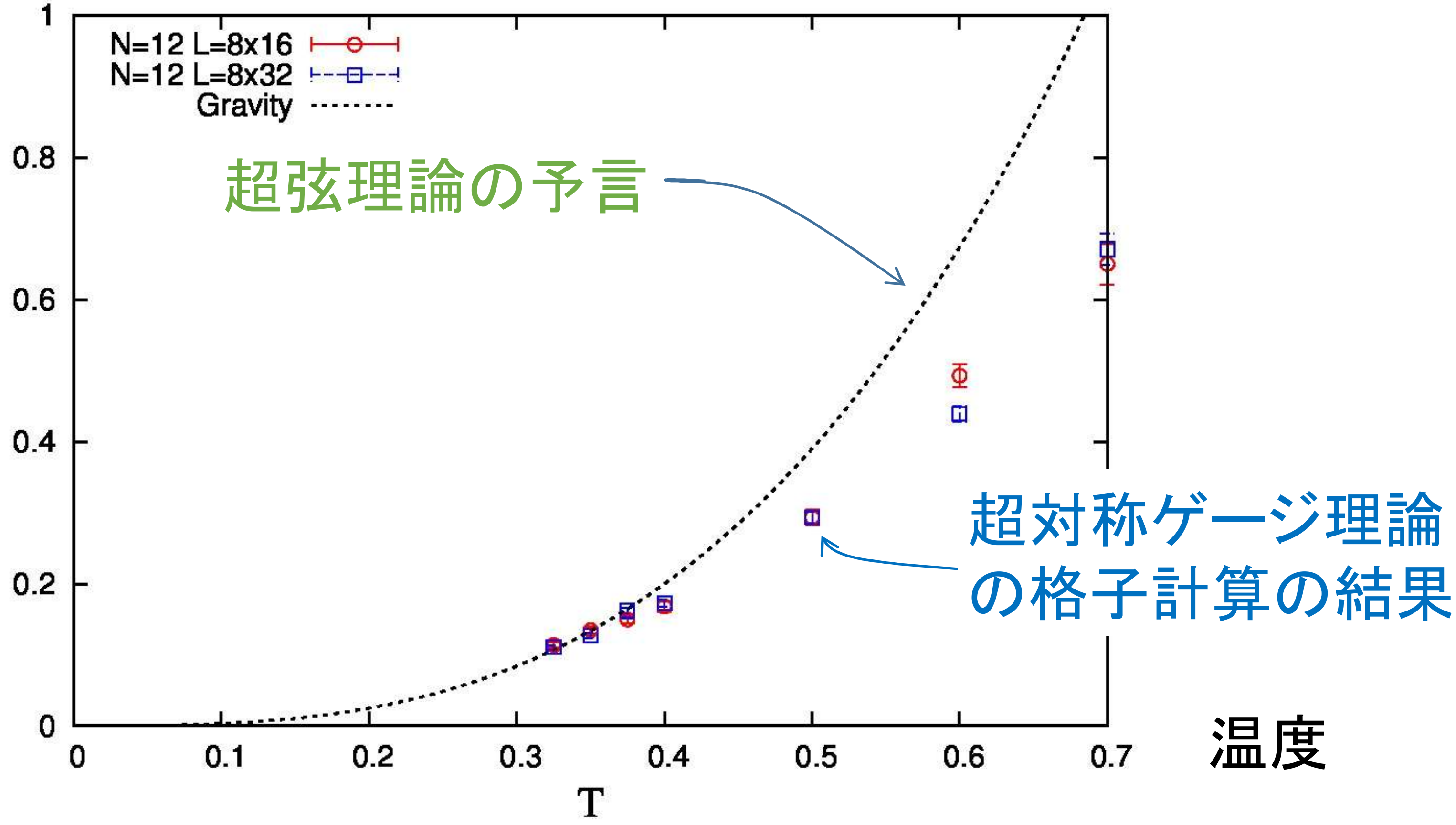
比の形で書いた関係式 $\displaystyle \frac{\partial_\mu \langle J_\mu(t,x) B(0)\rangle}{\langle B(t,x)B(0)\rangle} = m^2$ が成立

⇨ ２次元の杉野作用から正しい連続理論を再現

２次元超対称ヤンミルズ理論とブラックストリングの対応

D. Kadoh, arXiv:1702.01615[hep-lat]
E.Gigure and D.Kadoh, in preparation

内部エネルギー密度と圧力の差 (N=12)



ゲージ／重力対応の予言どおりに
低温で重力理論の結果を再現

4．まとめと展望

超弦理論の数値的研究の現状と展望

- ローレンツ型IIB行列模型による初期宇宙の研究
- 超対称ゲージ理論の数値シミュレーションによるゲージ／重力対応の研究

行列的な自由度から時空が創発

ローレンツ型IIB行列模型の数値シミュレーションでは、長い時間発展をどのように調べられるかが重要な課題。

くりこみ群的手法
有効理論のパラメタを調節することにより、時間方向の「格子間隔」やSSBが起こっている領域の長さを自由に変えられる。

さらに、フェルミオンの寄与の計算に用いる共役勾配法で、前処理などを工夫することにより、長い時間発展を調べたい。 広大の石川さん、金森さんとも協力
（ベキ則的膨張への転移、E-foldingの決定など）

また、ウィルソン・ループの２点関数の測定により、
初期宇宙の密度ゆらぎに関する知見も得たい。　総研大院生の青木さん、平沢さん

超弦理論の数値的研究の現状と展望　（続き）

ゲージ／重力対応の研究では、これまでの１次元超対称ゲージ理論の研究成果を踏まえて、２次元の場合の計算を行なった。

超対称性を一部保つ杉野作用を用いた計算
Ward-高橋恒等式を用いて超対称性の回復を確認
ブラック・ストリング解の熱力学を再現

２次元の超対称ゲージ理論を「ファジー球」真空の周りでシミュレーションすることで、
４次元の場合のゲージ／重力対応を検証できるか？　（花田-松浦-杉野,2010）

１次元の超対称ゲージ理論
「格子作用＋フーリエ加速」で数値シミュレーション
これまでよりもさらに低温、ラージNの計算を行うことで、
ブラックホールのGregory-Laflamme転移が見えるか。
M理論の手がかりが得られるか。

ポスト京に向けて、ローレンツ型IIB行列模型、超対称ゲージ理論に基づく超弦理論の数値的研究を着実に進めていきたい。