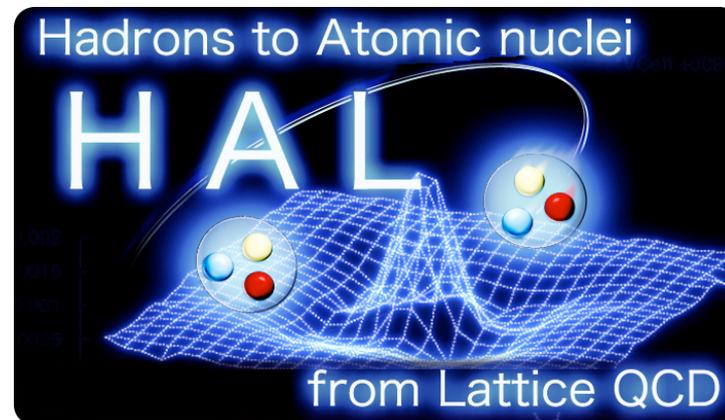


物理点格子QCDによる $S=-3$ ハイペロンポテンシャル

石井理修（阪大RCNP）

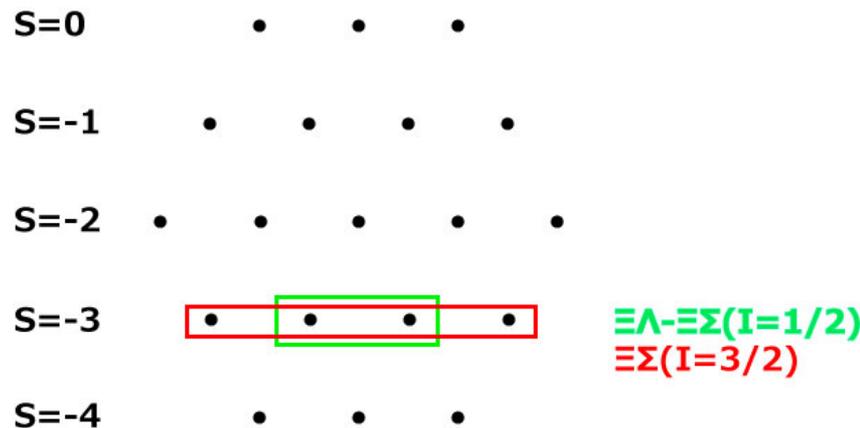
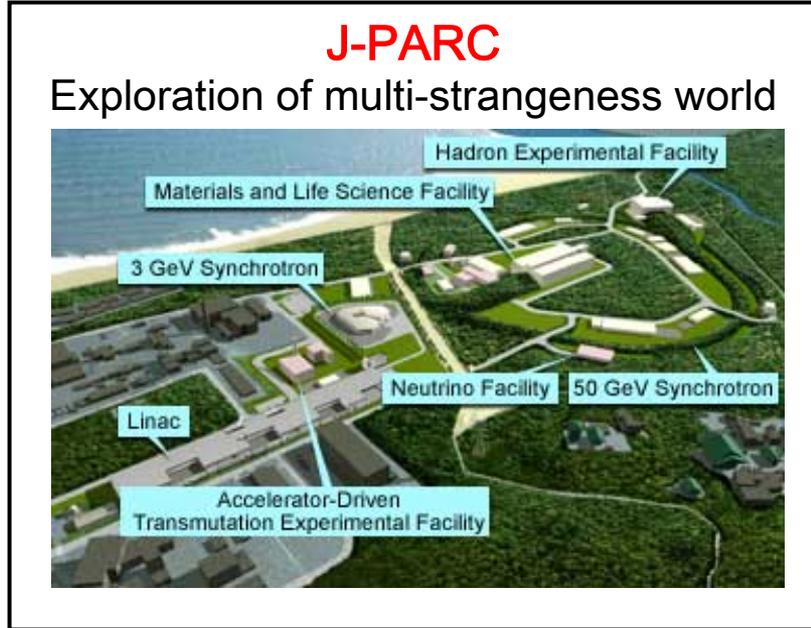
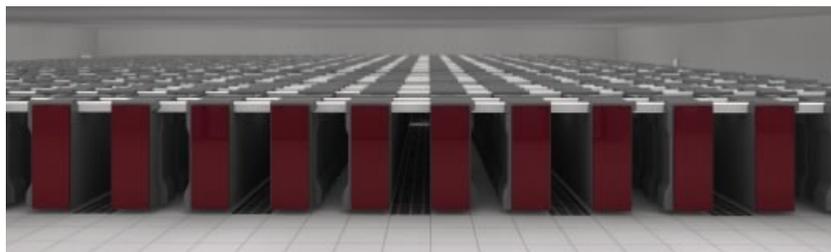


背景

- ◆ ハイペロン間力の実験的決定は、J-PARCにおける核物理の最重要課題の一つ。
- ◆ 主として、 $S=-1$ and -2 セクタが狙われている。(strangeクォークの数が増える程、実験は困難に)
- ◆ 格子QCDでは、strangeクォークの数が増える程、計算が楽になる。(統計ノイズが減るため)
- ◆ ここでは、HPCI 分野5 課題1で生成された物理点ゲージ配位を用いて、

$S=-3$ セクタのハイペロン間力

の結果を紹介する。



Setup

次のsetupで格子QCD計算を行う

- ◆ 96^4 格子上生成された“物理点”ゲージ配位(K computerで生成)
- ◆ $1/a = 2.3 \text{ GeV}$, $L = 8.1 \text{ fm}$
- ◆ ゲージ配位数 : 200
- ◆ $48(\text{source points}) * 4(\text{rotation})$
- ◆ bin size = 10 (100 HMC traj.)

◆ ハドロン質量:

$$m(\text{pion}) = 146 \text{ MeV}$$

$$m(\text{N}) = 945 \text{ MeV}$$

$$m(\text{Lambda}) = 1121 \text{ MeV}$$

$$m(\text{Sigma}) = 1204 \text{ MeV}$$

$$m(\text{Xi}) = 1335 \text{ MeV}$$

$\Xi\Sigma (I=3/2)$

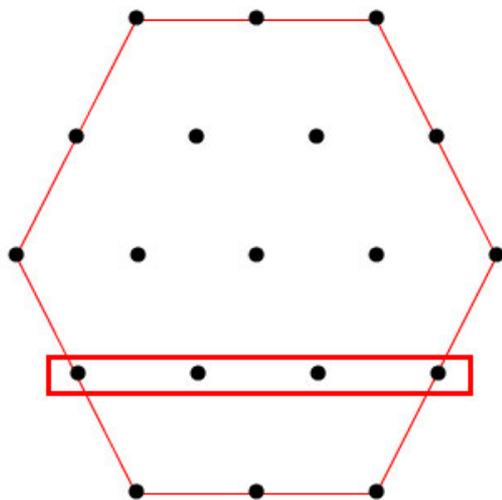
$\Xi\Sigma(I=3/2)$

◆ Total spin singlet

◆ フレーバ SU(3) 極限

27 表現

(NN の dineutronと同じ)



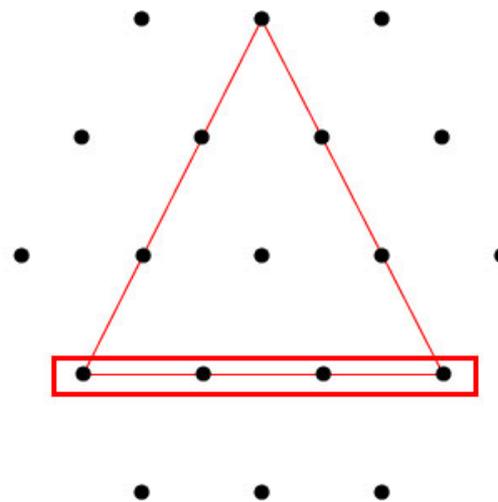
$\Xi\Sigma(I=3/2)$

◆ Total spin triplet

◆ フレーバ SU(3) 極限

10* 表現

(NN の deuteronと同じ)



$\Xi\Sigma(I=3/2)$

Time-dependent Schrödinger-like eq. (質量が異なる系)

◆ R-correlator

$$R(\vec{x} - \vec{y}, t) \equiv e^{(m_{\Xi} + m_{\Sigma})t} \left\langle 0 \left| T \left[\Xi(\vec{x}, t) \Sigma(\vec{y}, t) \cdot \overline{\Xi \Sigma}(t=0) \right] \right| 0 \right\rangle$$

$$= \sum_n \psi_{k_n}(\vec{x} - \vec{y}) \cdot \exp(-(E_n - m_{\Xi} - m_{\Sigma})t) \cdot a_n$$

where $\psi_{k_n}(\vec{x} - \vec{y}) \equiv \langle 0 | \Xi(\vec{x}) \Sigma(\vec{y}) | n \rangle$

◆ 重心系の2粒子エネルギーが満たす恒等式

$$k^2 E^2 = \frac{1}{4} \left(E^2 - (m_{\Xi} + m_{\Sigma})^2 \right) \left(E^2 - (m_{\Xi} - m_{\Sigma})^2 \right)$$

where $E \equiv \sqrt{m_{\Xi}^2 + k^2} + \sqrt{m_{\Sigma}^2 + k^2}$

◆ E-非依存 HAL QCD ポテンシャルが満たす Schrödinger eq.

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} - \frac{k_n^2}{2\mu} \right) \psi_{k_n}(\vec{r}) = \int d^3 r' V(\vec{r}, \vec{r}') \psi_{k_n}(\vec{r}') \quad \text{with } \mu \equiv \frac{m_{\Xi} m_{\Sigma}}{m_{\Xi} + m_{\Sigma}}$$

→ R-correlator は、**time-dependent Schrödinger-like eq.** を満たす

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} D_t^2 + \frac{1}{8\mu} \left(D_t^2 - (m_{\Xi} + m_{\Sigma})^2 \right) \left(D_t^2 - (m_{\Xi} - m_{\Sigma})^2 \right) \right) R(\vec{r}, t) = \int d^3 r' V(\vec{r}, \vec{r}') D_t^2 R(\vec{r}', t)$$

$$D_t \equiv \partial_t - m_{\Xi} - m_{\Sigma}$$

これにより、ground state saturationの必要なく、ポテンシャルを正確に計算できる

Time-dependent Schrödinger-like eq.

時間に関する4階微分の数値計算が、未だ不安定なため、ここでは、非相対論近似版を用いた結果を紹介する。

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} - \frac{\partial}{\partial t} \right) R(\vec{r}, t) \simeq \int d^3 r' V(\vec{r}, \vec{r}') R(\vec{r}', t)$$

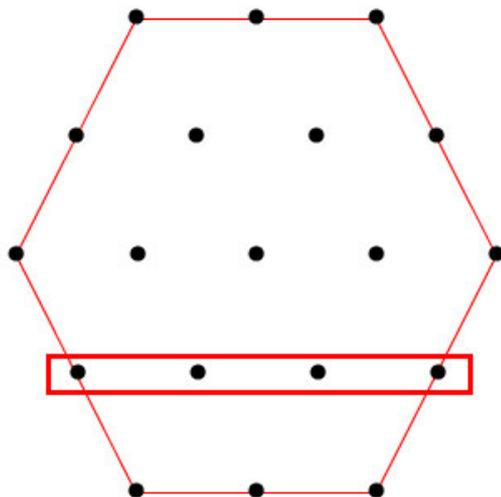
Ξ Sigma ($I=3/2$) spin singlet

◆ Total spin singlet

◆ フレーバー SU(3) 極限

27 表現

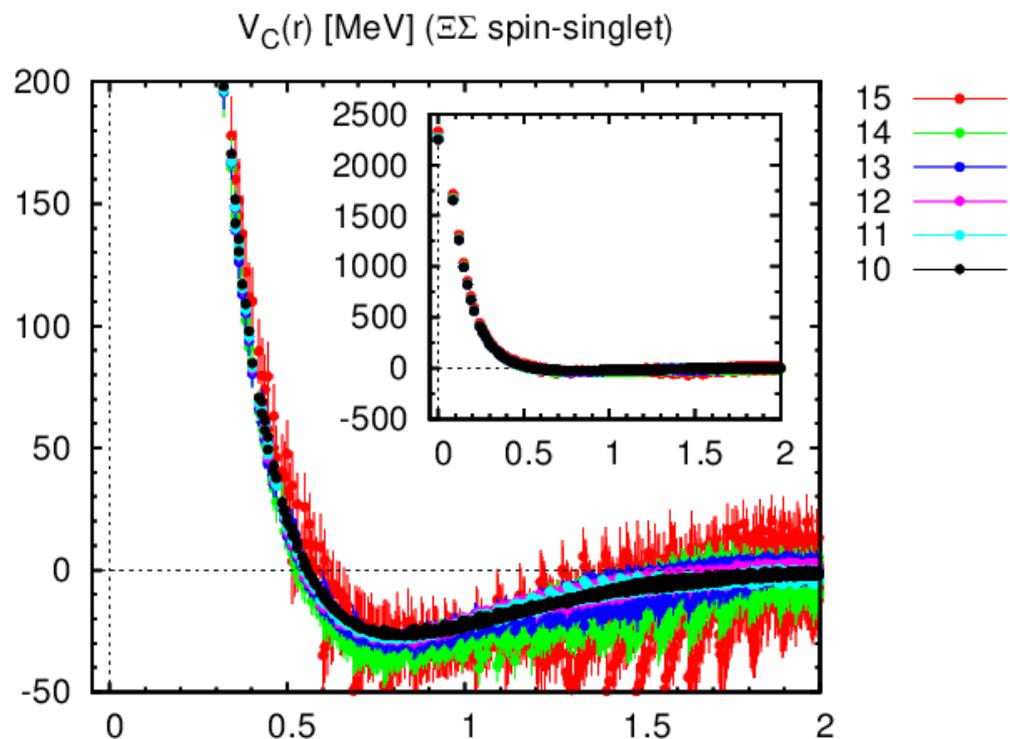
(NNと同じ。dineutronと同じチャンネル)



$\Xi\Sigma(I=3/2)$

$\Xi\Sigma(I=3/2, \text{spin singlet})$

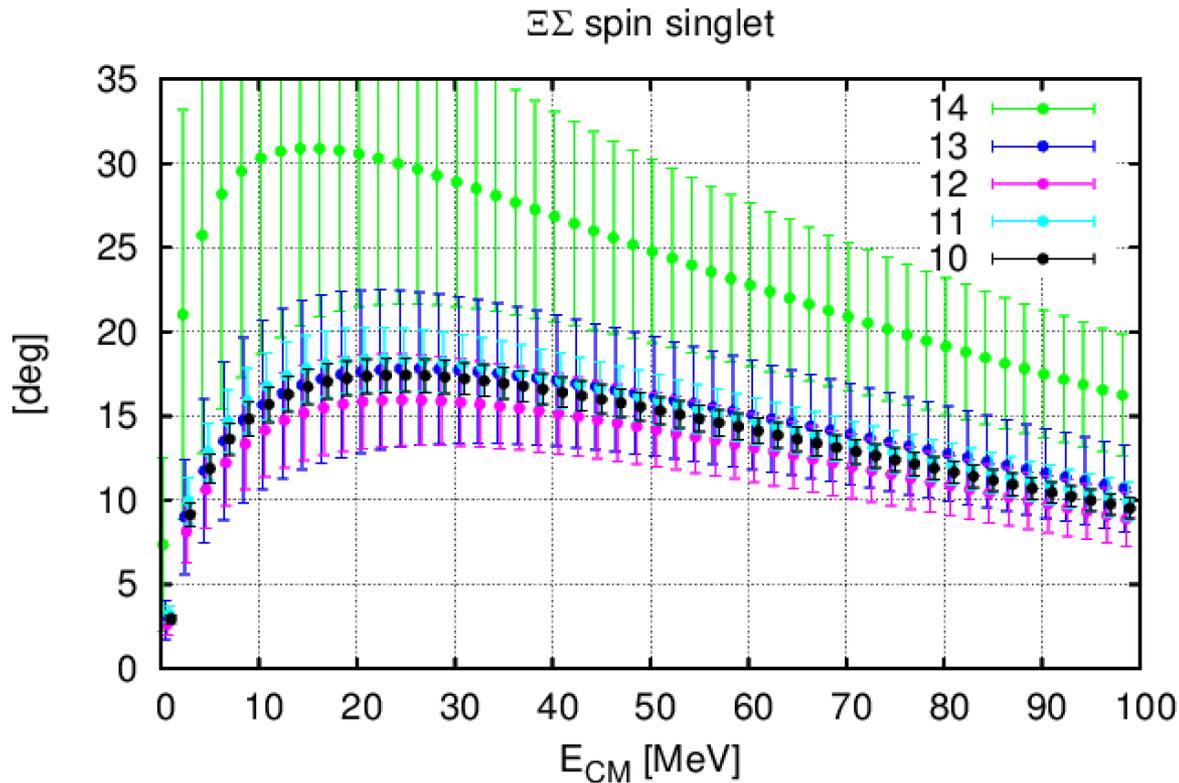
- ◆ $1/a \sim 2.3 \text{ GeV}, L \sim 8.1 \text{ fm}$
- ◆ $m_{\text{pion}} \sim 146 \text{ MeV}$
- ◆ 200 gauge confs. are used.
- ◆ Binsize = 10
- ◆ 48 source points * 4 rotations
- ◆ Point sink and wall source



◆ 近距離の斥力芯と、周辺の引力

◆ 定性的振舞は、NNと同じ。
(フレーバーSU(3)極限: 27 表現)

$\Xi\Sigma$ ($I=3/2$, spin singlet) 散乱位相差



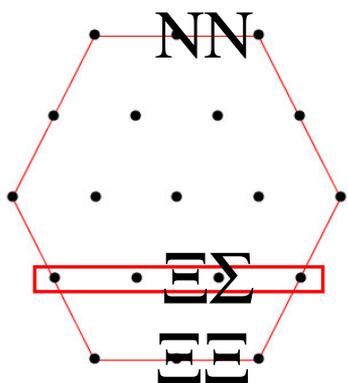
◆ 引力的

◆ 束縛状態なし

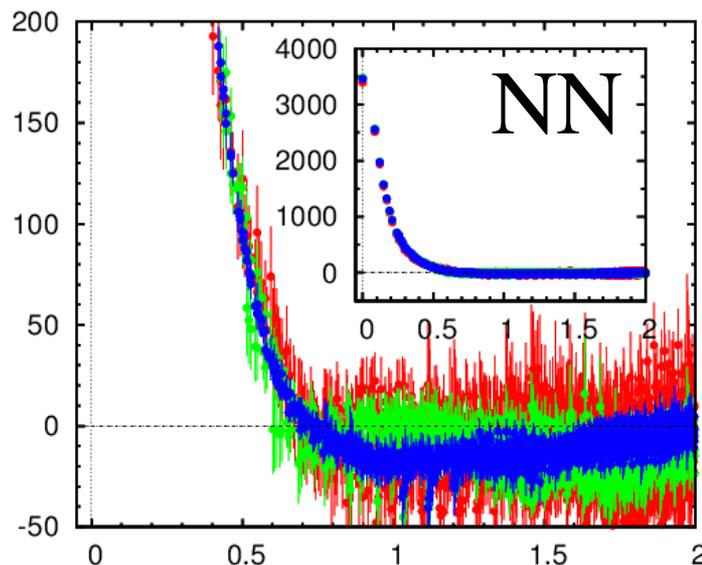
◆ 定性的振舞は、NNと同じ。

(フレーバーSU(3) 極限: **27** 表現。dineutronと同じ)

27表現の比較(SU(3)の破れ)

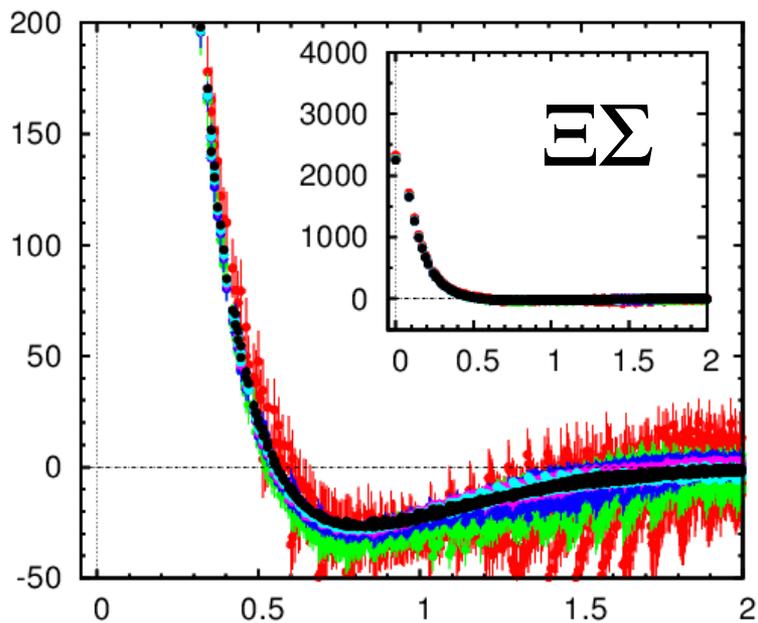


$V_C(r)$ [MeV] (NN spin singlet)

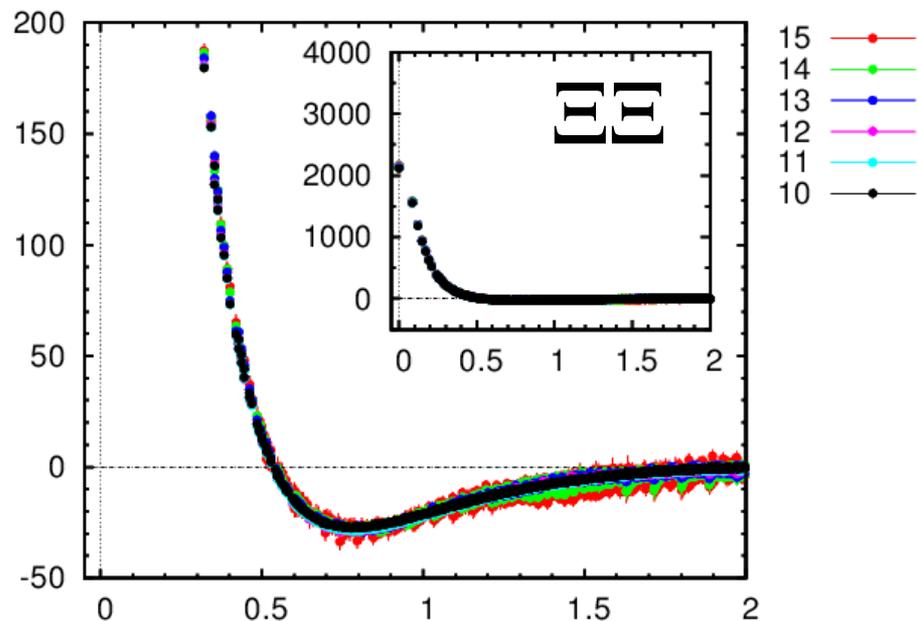


- 9 ● 斥力芯
- 8 ● NNが大きい
- 7 ●
- ◆ 引力
- ◆ NNの統計ノイズが大きくてよく分からない。

$V_C(r)$ [MeV] ($E\Sigma$ spin singlet)



$V_C(r)$ [MeV] ($E\Xi$ spin singlet)

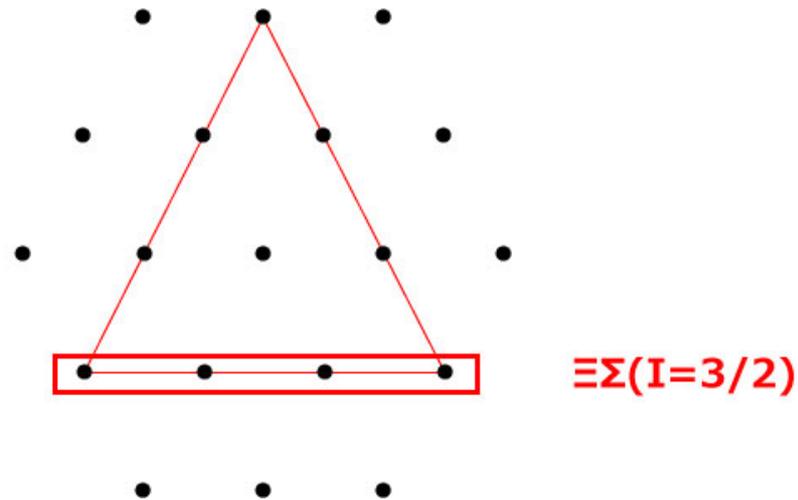


◆ Total spin triplet

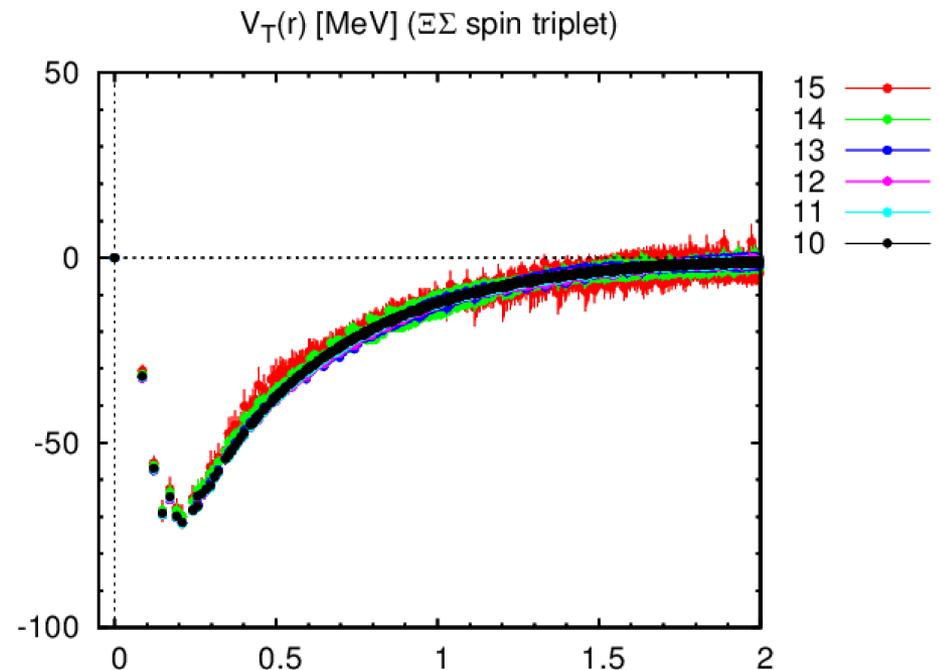
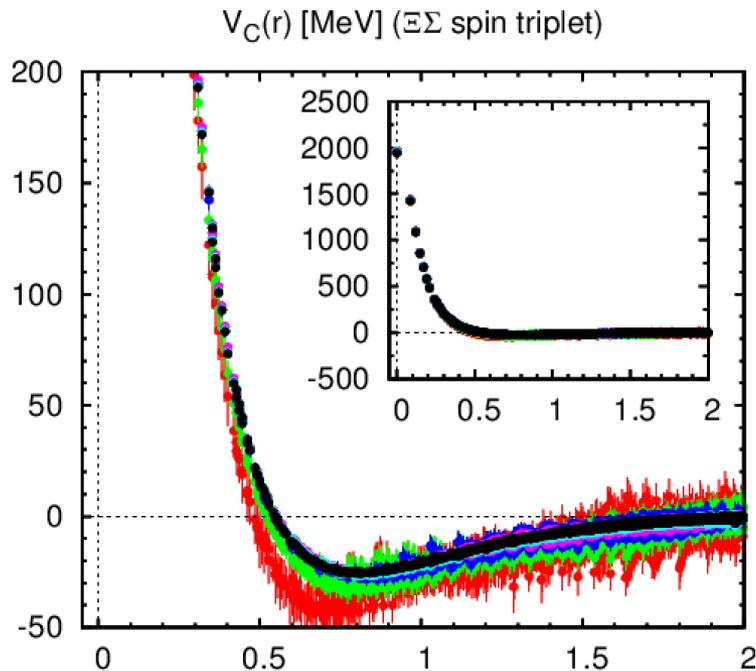
◆ フレーバーSU(3) 極限

10* 表現

(NNと同じ, deuteronと同じチャンネル)



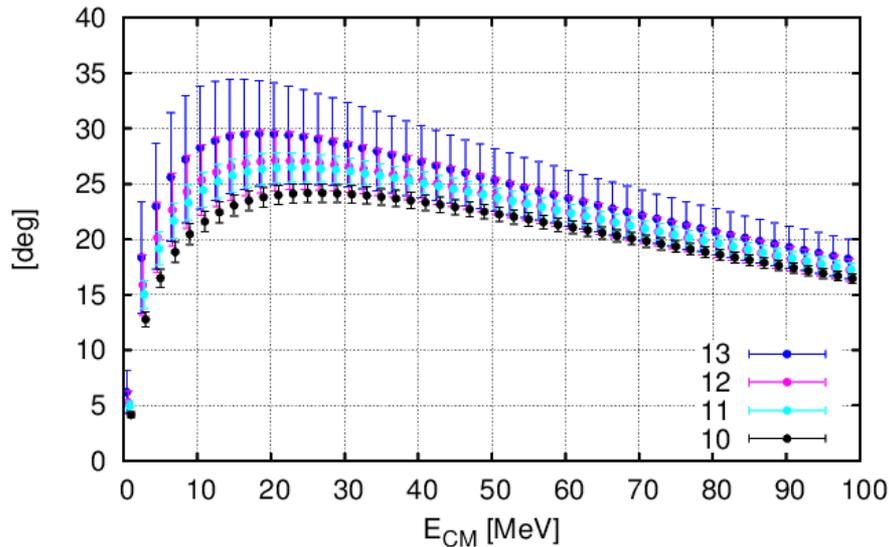
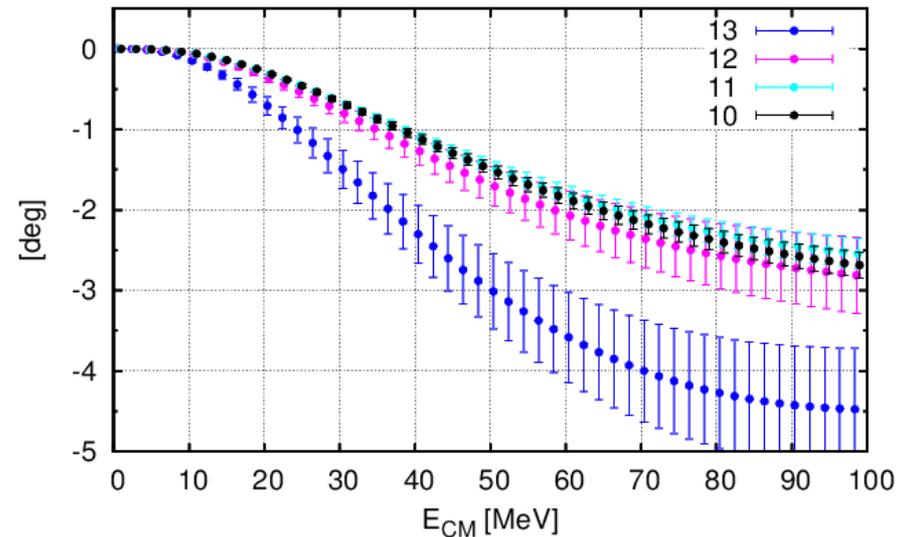
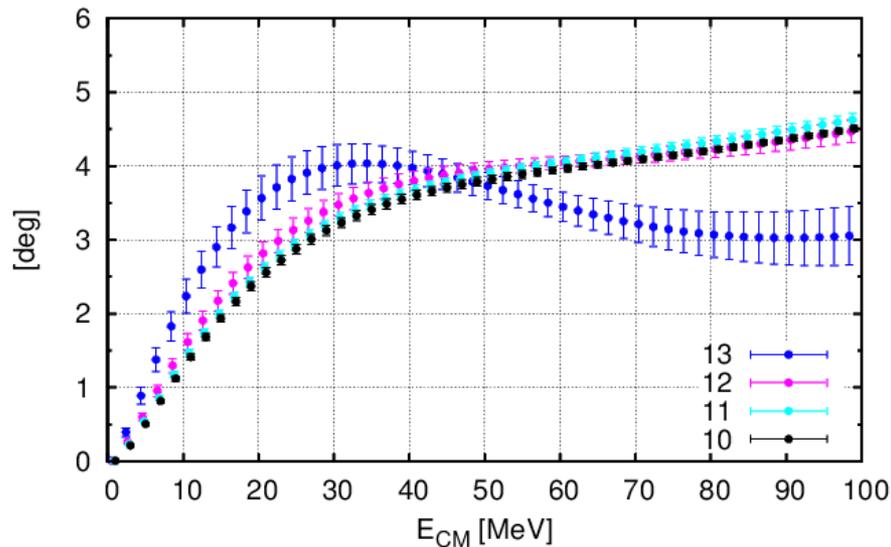
$\Xi\Sigma(I=3/2, \text{spin triplet})$



- ◆ 中心力もテンソル力も、
定性的振舞は、NNと同じ。
- ◆ フレーバー SU(3) 極限: **10*** 表現
(deuteronチャンネル)

- ◆ $1/a \sim 2.3$ GeV, $L \sim 8.1$ fm
- ◆ $m_{\text{pion}} \sim 146$ MeV
- ◆ 200 gauge confs. are used.
- ◆ Binsize = 10
- ◆ 48 source points * 4 rotations
- ◆ Point sink and wall source

$\Xi\Sigma(l=3/2, \text{spin triplet})$ 位相差

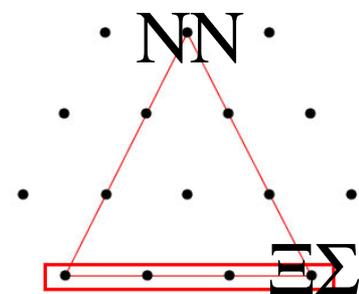
 $\Xi\Sigma$ spin triplet (δ_0^{BAR})

 $\Xi\Sigma$ spin triplet (δ_2^{BAR})

 $\Xi\Sigma$ spin triplet (ϵ_1^{BAR})


- ◆ 引力的相互作用
- ◆ 束縛状態なし
- ◆ 定性的振舞は、NNと同じ
(束縛状態の有無を除いて)
- ◆ フレーバーSU(3)極限: **10*** 表現
(deuteronチャンネル)

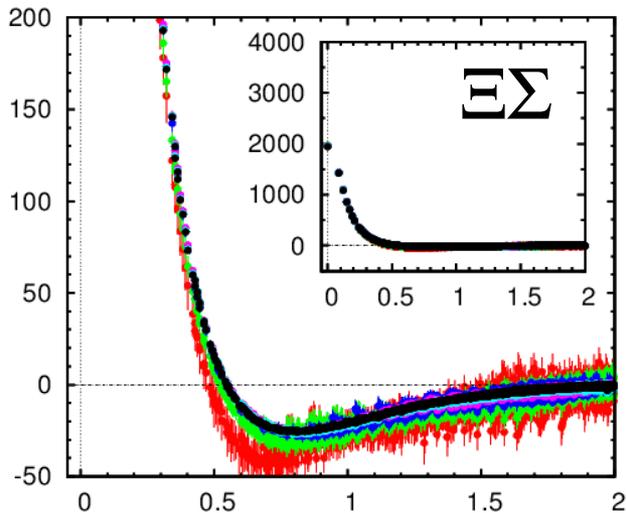
(t=13の位相差が少し変←テンソル力のフィットが少し失敗した)

10*表現の比較(SU(3)の破れ)

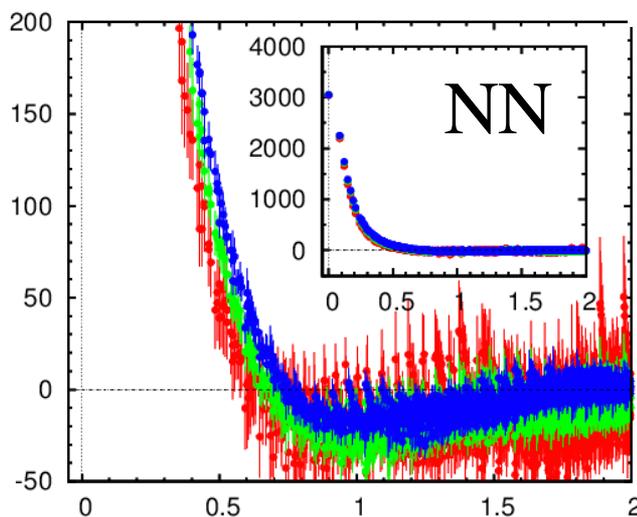
(15)



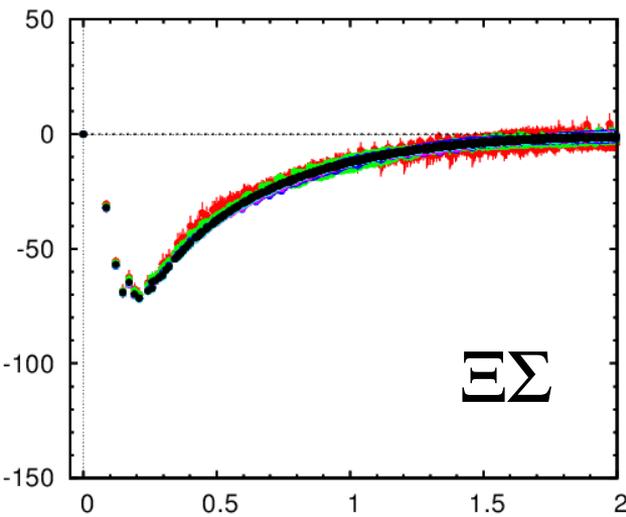
$V_C(r)$ [MeV] ($\Xi\Sigma$ spin triplet)



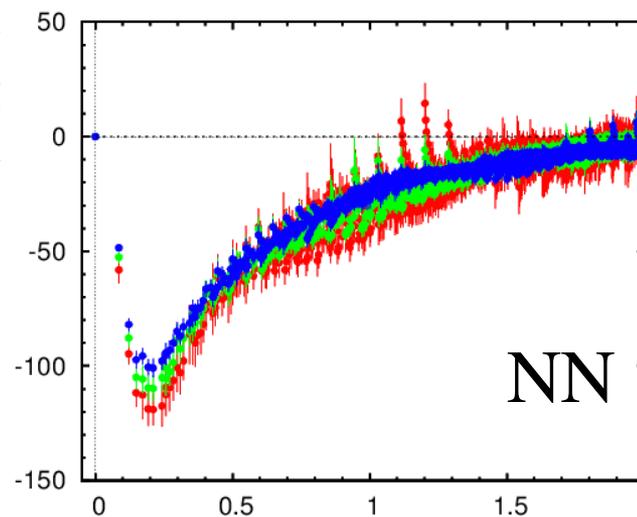
$V_C(r)$ [MeV] (NN spin triplet)



$V_T(r)$ [MeV] ($\Xi\Sigma$ spin triplet)



$V_T(r)$ [MeV] (NN spin triplet)



9
8
7

◆ 斥力芯
NNが大きい。

◆ 引力
NNの統計ノイズが
大きくてよく分ら
ない。

9
8
7

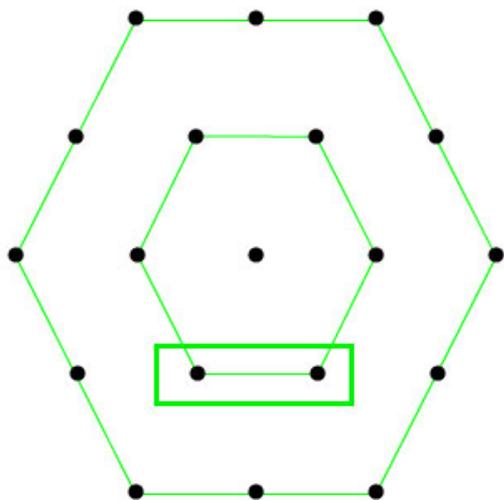
◆ テンソル力
NNが強い。

ΞΛ-ΞΣ 結合チャンネル ($I=1/2$)

$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$)

◆ spin singlet

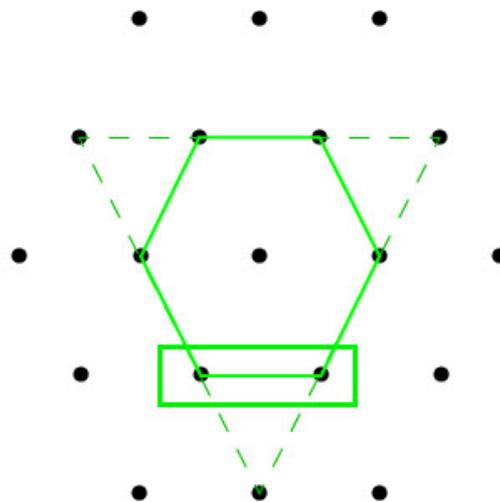
◆ フレーバーSU(3) 極限:
27 と 8s 表現の線形結合
(cf. 27 表現は、NNを含む)



$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma(I=1/2)$

◆ spin triplet

◆ フレーバーSU(3) 極限:
10 と 8a 表現の線形結合
(NNと一切関係なし)



$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma(I=1/2)$

◆ **coupled channel generalization** of the **time-dep. Schrödinger-like eq.**

$$\begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\Xi\Lambda} R_{\Xi\Lambda}(\vec{r}, t; \mathcal{J}) \\ \mathcal{D}_{\Xi\Sigma} R_{\Xi\Sigma}(\vec{r}, t; \mathcal{J}) \end{bmatrix} = \int d^3 r' \begin{bmatrix} V_{\Xi\Lambda; \Xi\Lambda}(\vec{r}, \vec{r}') & \zeta^t V_{\Xi\Lambda; \Xi\Sigma}(\vec{r}, \vec{r}') \\ \zeta^{-t} V_{\Xi\Sigma; \Xi\Lambda}(\vec{r}, \vec{r}') & V_{\Xi\Sigma; \Xi\Sigma}(\vec{r}, \vec{r}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{t; \Xi\Lambda}^2 R_{\Xi\Lambda}(\vec{r}', t; \mathcal{J}) \\ D_{t; \Xi\Sigma}^2 R_{\Xi\Sigma}(\vec{r}', t; \mathcal{J}) \end{bmatrix}$$

where

(非常に複雑である！)

$$R_{\Xi\Lambda}(\vec{x} - \vec{y}, t; \mathcal{J}) \equiv Z_{\Xi}^{-1/2} Z_{\Lambda}^{-1/2} e^{(m_{\Xi} + m_{\Lambda})t} \langle 0 | T [\Xi(\vec{x}, t) \Lambda(\vec{y}, t) \cdot \mathcal{J}(t=0)] | 0 \rangle$$

$$R_{\Xi\Sigma}(\vec{x} - \vec{y}, t; \mathcal{J}) \equiv Z_{\Xi}^{-1/2} Z_{\Sigma}^{-1/2} e^{(m_{\Xi} + m_{\Sigma})t} \langle 0 | T [\Xi(\vec{x}, t) \Sigma(\vec{y}, t) \cdot \mathcal{J}(t=0)] | 0 \rangle$$

$$\zeta \equiv \exp(m_{\Sigma} - m_{\Lambda})$$

$$\mathcal{D}_{\Xi\Lambda} \equiv \frac{\nabla^2}{2\mu_{\Xi\Lambda}} D_{t; \Xi\Lambda}^2 + \frac{1}{8\mu_{\Xi\Lambda}} \left(D_{t; \Xi\Lambda}^2 - (m_{\Xi} + m_{\Lambda})^2 \right) \left(D_{t; \Xi\Lambda}^2 - (m_{\Xi} - m_{\Lambda})^2 \right)$$

$$\mathcal{D}_{\Xi\Sigma} \equiv \frac{\nabla^2}{2\mu_{\Xi\Sigma}} D_{t; \Xi\Sigma}^2 + \frac{1}{8\mu_{\Xi\Sigma}} \left(D_{t; \Xi\Sigma}^2 - (m_{\Xi} + m_{\Sigma})^2 \right) \left(D_{t; \Xi\Sigma}^2 - (m_{\Xi} - m_{\Sigma})^2 \right)$$

$$D_{t; \Xi\Lambda} \equiv \partial_t - m_{\Xi} - m_{\Lambda}$$

$$D_{t; \Xi\Sigma} \equiv \partial_t - m_{\Xi} - m_{\Sigma}$$

$$\mu_{\Xi\Lambda} \equiv \frac{1}{1/m_{\Xi} + 1/m_{\Lambda}}$$

$$\mu_{\Xi\Sigma} \equiv \frac{1}{1/m_{\Xi} + 1/m_{\Sigma}}$$

single state saturationが保証されなくても、
正しくポテンシャルを求められる。

However

時間に関する4階微分の数値計算が、未だ不安定なため、ここでは、非相対論近似版を用いた結果を紹介する。

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu_{\Xi\Lambda}} - \frac{\partial}{\partial t} \right) R_{\Xi\Lambda}(\vec{r}, t; \mathcal{J}) \simeq V_{\Xi\Lambda; \Xi\Lambda}(\vec{r}) R_{\Xi\Lambda}(\vec{r}', t; \mathcal{J}) + e^{+(m_\Sigma - m_\Lambda)t} V_{\Xi\Lambda; \Xi\Sigma}(\vec{r}) R_{\Xi\Sigma}(\vec{r}', t; \mathcal{J})$$

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu_{\Xi\Sigma}} - \frac{\partial}{\partial t} \right) R_{\Xi\Sigma}(\vec{r}, t; \mathcal{J}) \simeq e^{-(m_\Sigma - m_\Lambda)t} V_{\Xi\Sigma; \Xi\Lambda}(\vec{r}) R_{\Xi\Lambda}(\vec{r}', t; \mathcal{J}) + V_{\Xi\Sigma; \Xi\Sigma}(\vec{r}) R_{\Xi\Sigma}(\vec{r}', t; \mathcal{J})$$

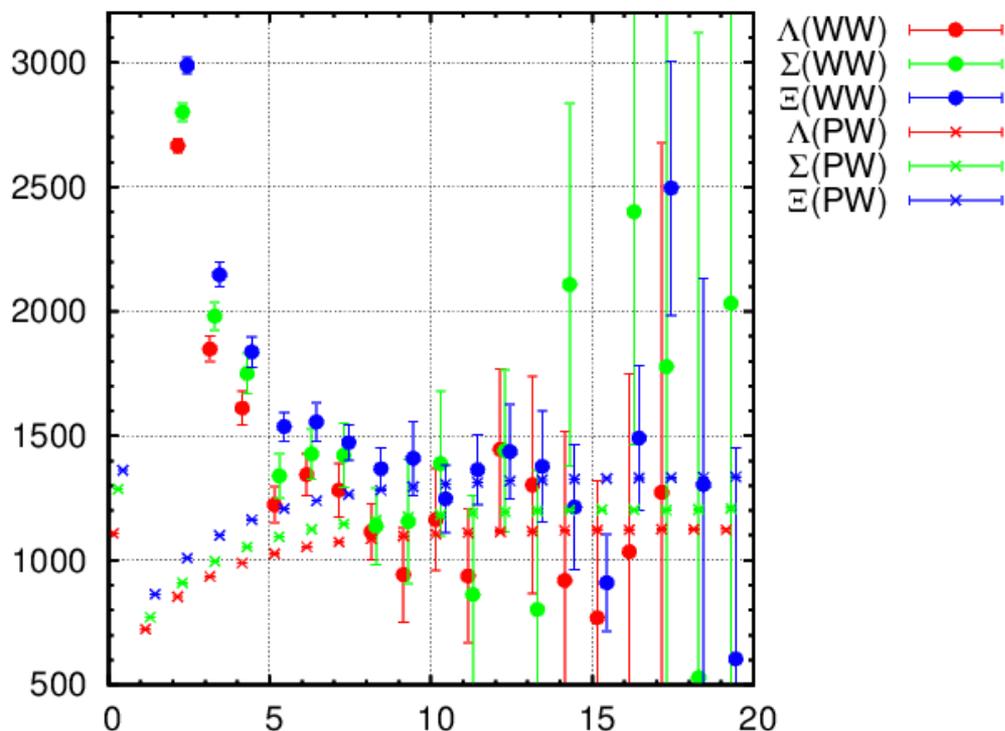
Z因子(バリオン複合場の規格化因子)

$$\psi(x) \rightarrow Z^{1/2} \psi_{\text{out}}(x)$$

◆ Λ と Σ の Z 因子が、R-corr. の定義に必要。

◆ point-wall と wall-wall の 2 点関数の同時フィットから求める。

effective mass plot



◆ wall-wall の統計がひどく悪いが、同時フィットすると意外に決まる。

◆ 次の組み合わせで、結果に影響

$$\sqrt{Z_{\Lambda}/Z_{\Sigma}}$$

◆ wall-wall の fit range が悩ましい

□ 10-15

$$\sqrt{Z_{\Lambda}/Z_{\Sigma}} = 1.02(3)$$

□ 15-20

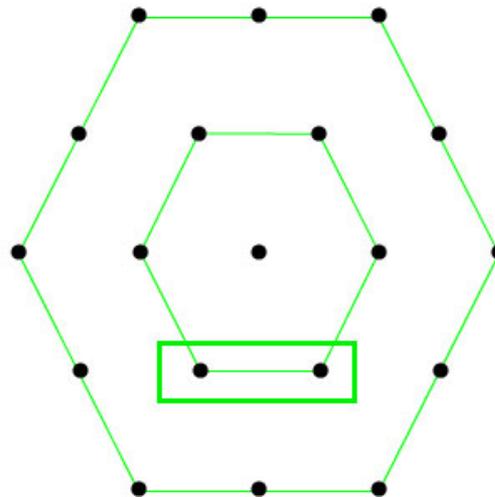
$$\sqrt{Z_{\Lambda}/Z_{\Sigma}} = 1.05(9)$$

◆ ほぼ、1である。

$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$) spin singlet

◆ spin singlet

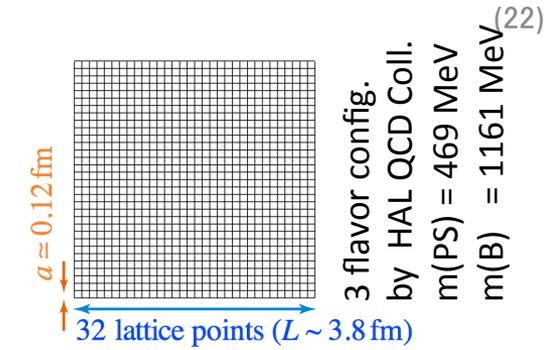
- ◆ flavor SU(3) limit:
mixture of **27** & **8s** irreps.
(cf. 27 irrep. contains NN)



$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma(I=1/2)$

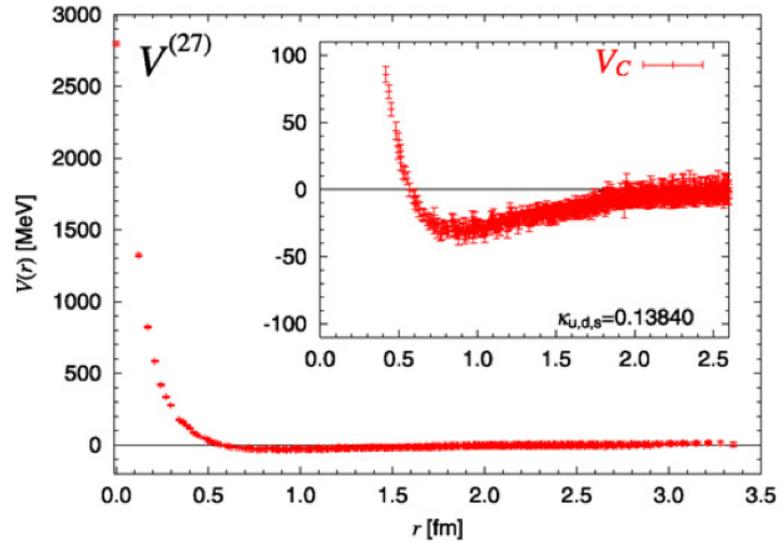
ΞΛ-ΞΣ 結合チャンネル($I=1/2$)

定性的振舞を、フレーバーSU(3)極限で理解しよう

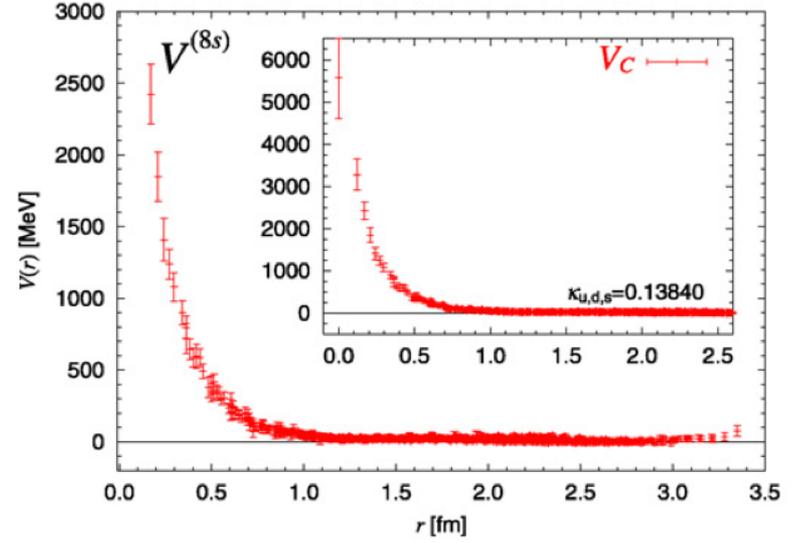


フレーバーSU(3)極限のポテンシャル
(T.Inoue et al., NPA881(2012)28)

27 表現



8S 表現



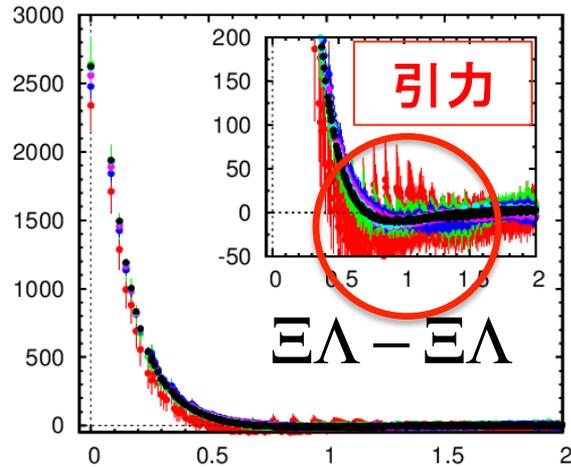
フレーバーSU(3)極限では、これら二つの線形結合で書ける。

$$\begin{pmatrix} V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} & V_{\Xi\Lambda;\Xi\Sigma} \\ V_{\Xi\Sigma;\Xi\Lambda} & V_{\Xi\Sigma;\Xi\Sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{10} V^{(27)} + \frac{1}{10} V^{(8s)} & -\frac{3}{10} V^{(27)} + \frac{3}{10} V^{(8s)} \\ -\frac{3}{10} V^{(27)} + \frac{3}{10} V^{(8s)} & \frac{1}{10} V^{(27)} + \frac{9}{10} V^{(8s)} \end{pmatrix}$$

$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル($I=1/2$) spin singlet

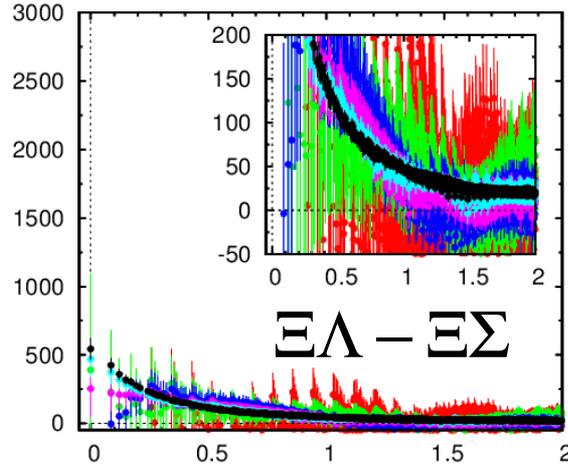
物理点ポテンシャル

$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{9}{10} V^{(27)} + \frac{1}{10} V^{(8S)}$$

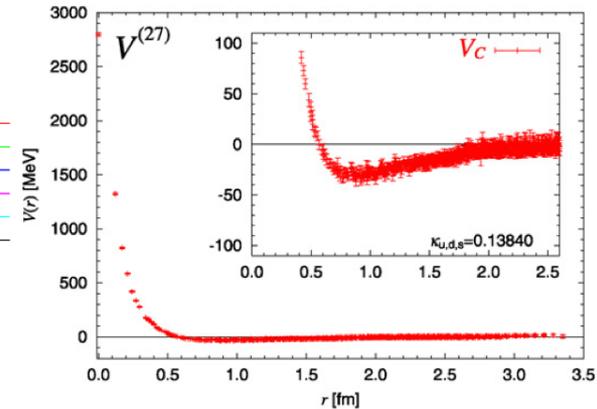


物理点ポテンシャル

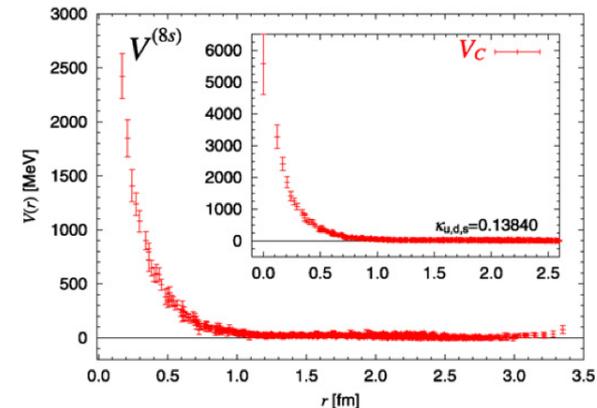
$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Sigma} \leftrightarrow -\frac{3}{10} V^{(27)} + \frac{3}{10} V^{(8S)}$$



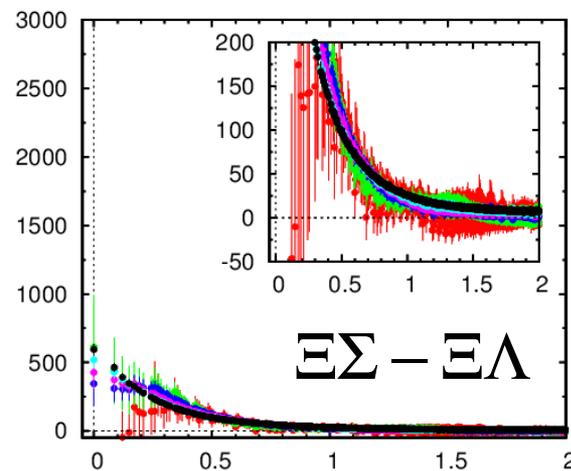
フレーバーSU(3)極限: 27 表現



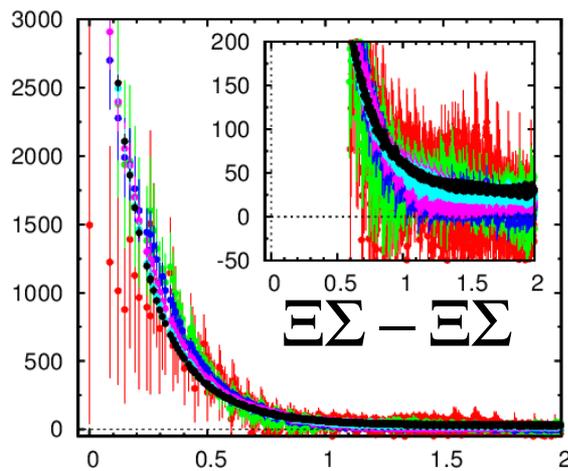
フレーバーSU(3)極限: 8S 表現



$$V_{\Xi\Sigma;\Xi\Lambda} \leftrightarrow -\frac{3}{10} V^{(27)} + \frac{3}{10} V^{(8S)}$$



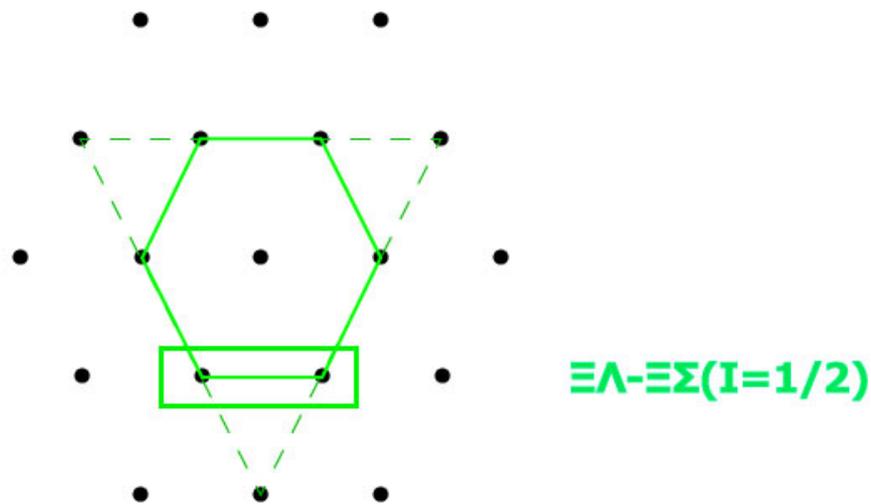
$$V_{\Xi\Sigma;\Xi\Sigma} \leftrightarrow \frac{1}{10} V^{(27)} + \frac{9}{10} V^{(8S)}$$



- フレーバ 8S 表現が入ると、
- 統計ノイズが大きくなる
 - t 依存性がある
(長距離でゼロへ収束するのが遅い)

◆ spin triplet

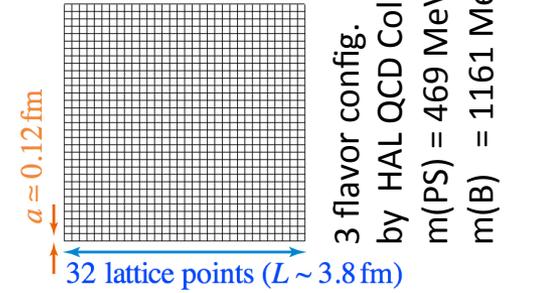
◆ フレーバーSU(3)極限:
10 と 8a 表現の線形結合
(NNと一切関係なし)



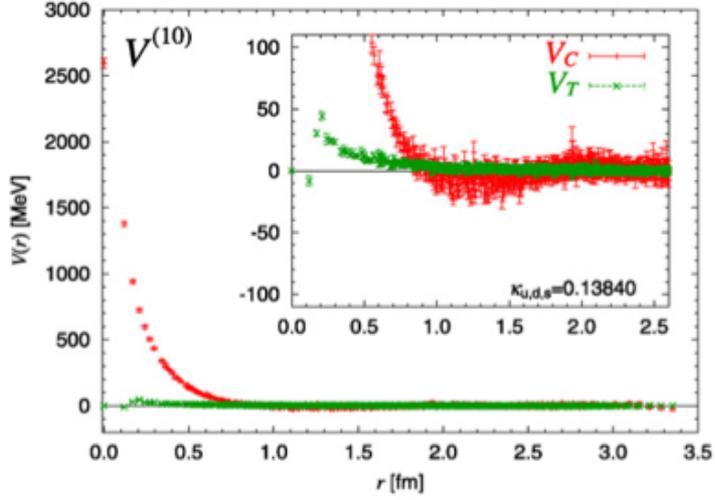
$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$, spin triplet)

定性的振舞を、フレーバーSU(3)極限で理解しよう

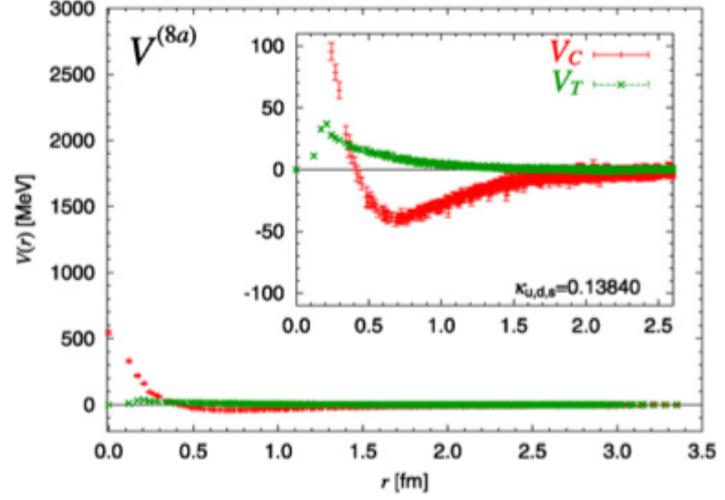
フレーバーSU(3)極限のポテンシャル
(T.Inoue et al., NPA881(2012)28)



10 irrep.



8A irrep.



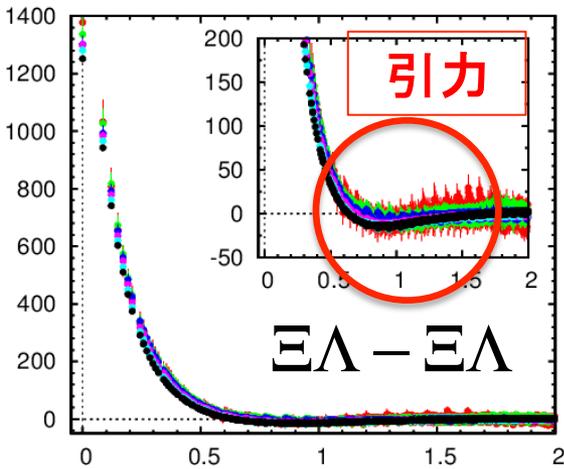
フレーバーSU(3)極限では、これら二つの線形結合になる

$$\begin{pmatrix} V_{\Xi\Lambda, \Xi\Lambda} & V_{\Xi\Lambda, \Xi\Sigma} \\ V_{\Xi\Sigma, \Xi\Lambda} & V_{\Xi\Sigma, \Xi\Sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_{10} + V_{8A}}{2} & \frac{V_{10} - V_{8A}}{2} \\ \frac{V_{10} - V_{8A}}{2} & \frac{V_{10} + V_{8A}}{2} \end{pmatrix}$$

$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$, spin triplet) **中心力**

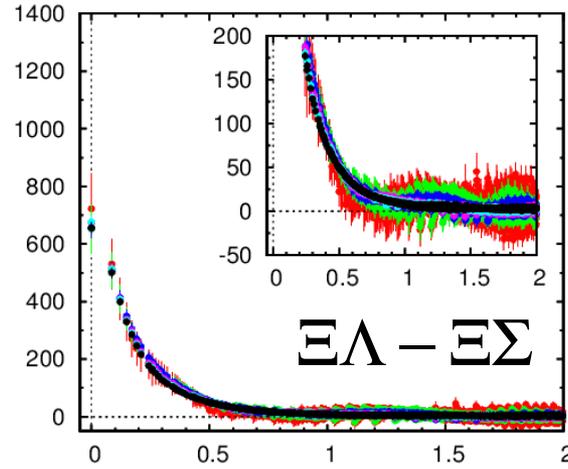
物理点ポテンシャル

$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} + \frac{1}{2}V^{(8a)}$$

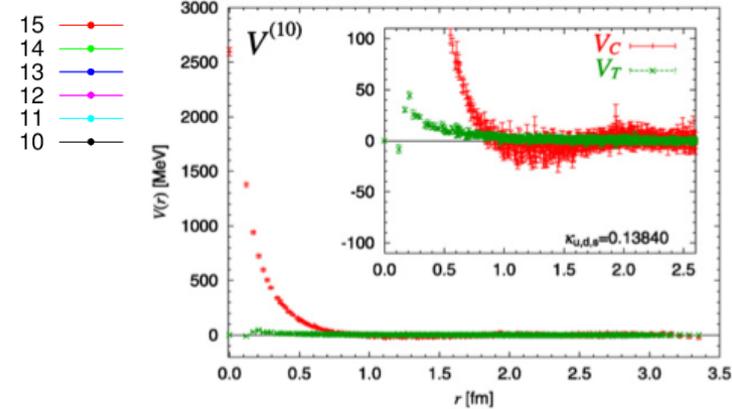


物理点ポテンシャル

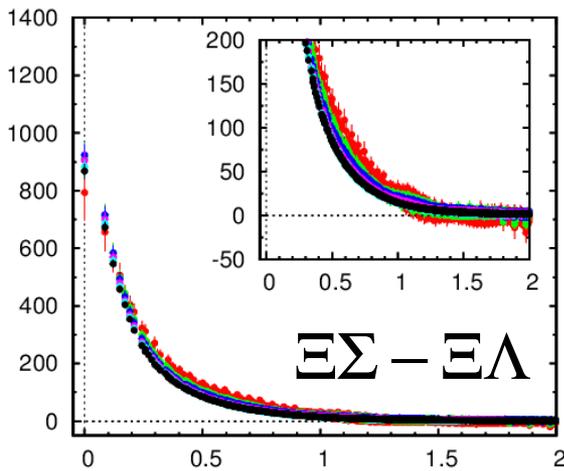
$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Sigma} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} - \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



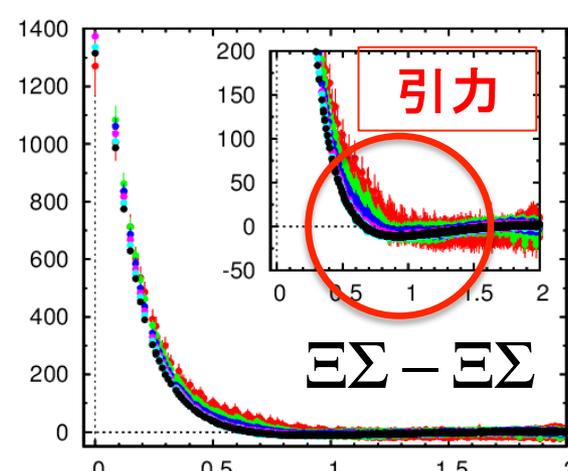
フレーバーSU(3)極限: 10表現



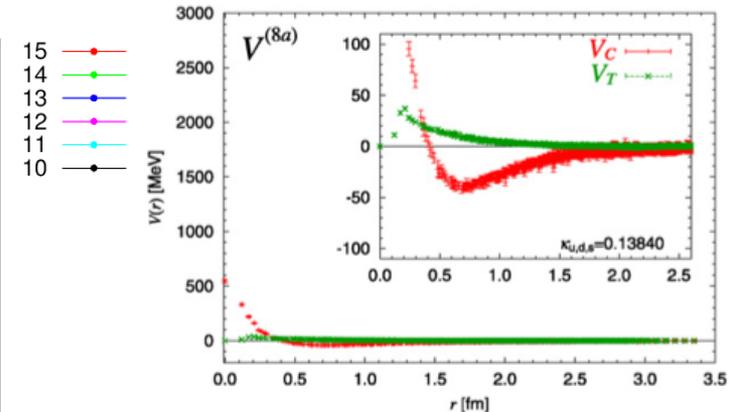
$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} - \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} + \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



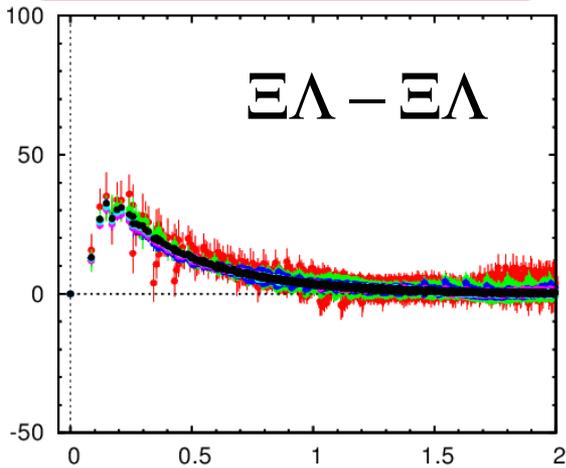
フレーバーSU(3)表現: 8a表現



$\Xi\Lambda$ - $\Xi\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$, spin triplet) **テンソル力**

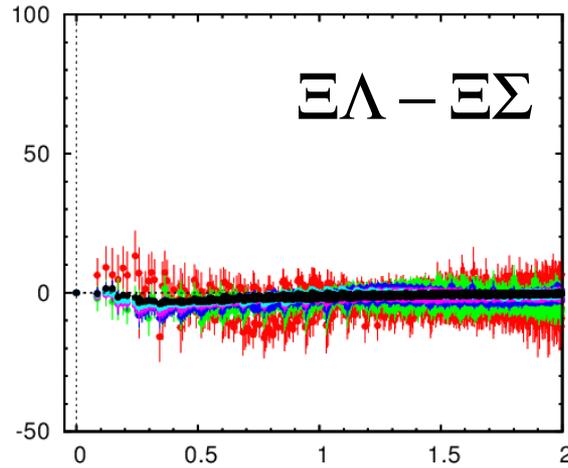
物理点ポテンシャル

$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} + \frac{1}{2}V^{(8a)}$$

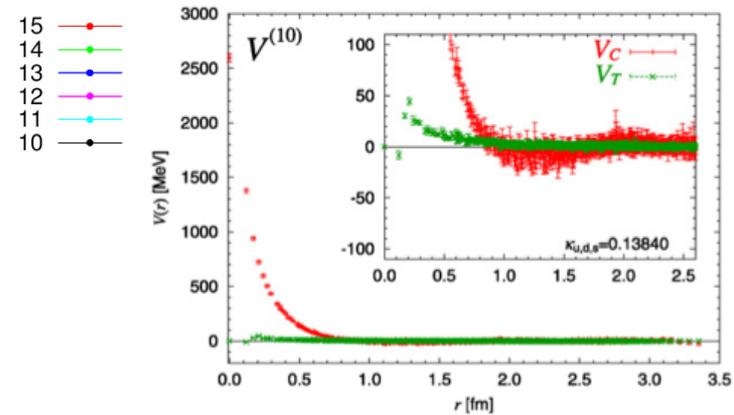


物理点ポテンシャル

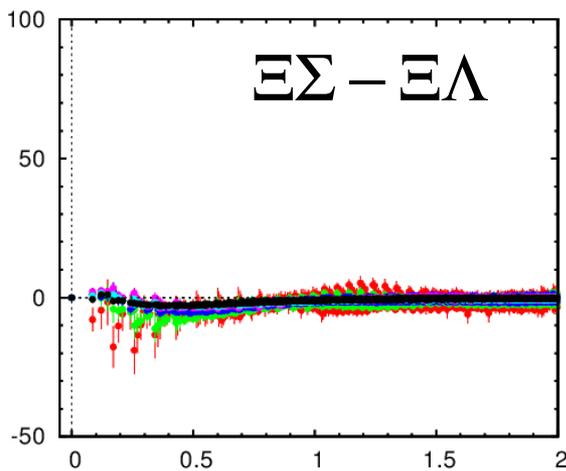
$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Sigma} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} - \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



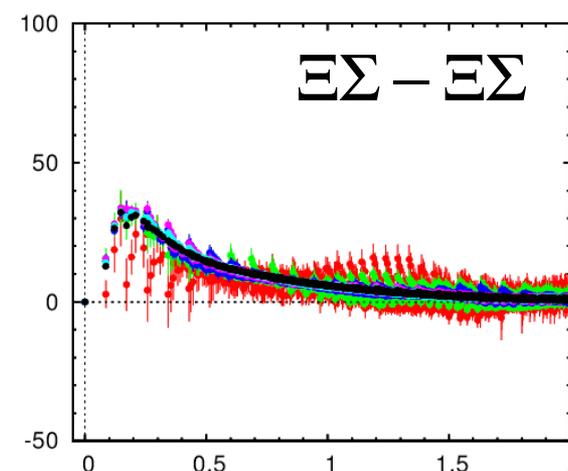
フレーバーSU(3)極限: 10表現



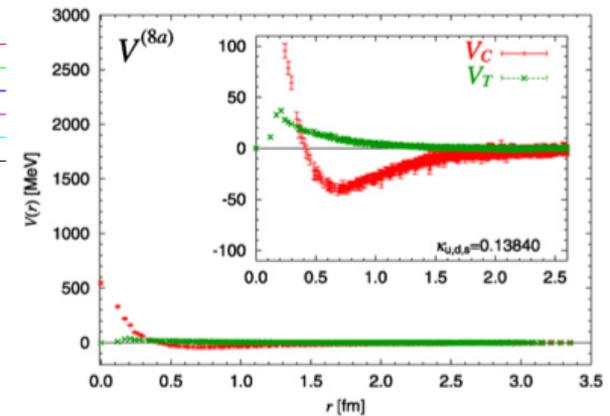
$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} - \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



$$V_{\Xi\Lambda;\Xi\Lambda} \leftrightarrow \frac{1}{2}V^{(10)} + \frac{1}{2}V^{(8a)}$$



フレーバーSU(3)表現: 8a表現



コメント

- ◆ time-dependent Schrodinger-like eq.

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} - \frac{\partial}{\partial t} \right) R(\vec{r}, t) \simeq V(\vec{r}, \vec{r}') R(\vec{r}', t)$$

の導出において、R-corr.は次のように定義されていた。

$$R(\vec{r}, t) \equiv \frac{C_{BB}(\vec{r}, t)}{e^{-2m_B t}}$$

- ◆ 実際の数値計算では、次で置き換えている。

$$R(\vec{r}, t) \equiv \frac{C_{BB}(\vec{r}, t)}{C_B(t)^2}$$

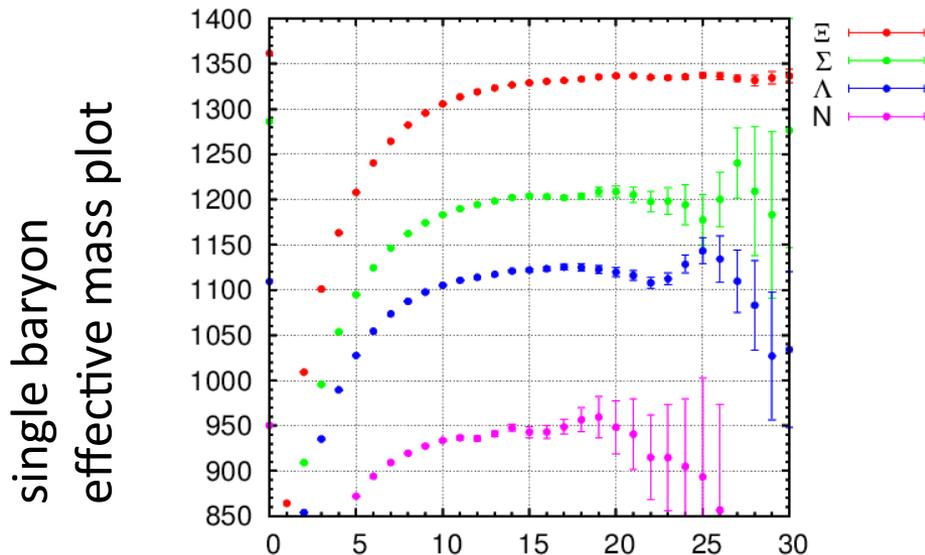
$$C_{BB}(\vec{x} - \vec{y}, t)$$

$$\equiv \langle 0 | T [B(\vec{x}, t) B(\vec{y}, t) \cdot \overline{BB(t=0)}] | 0 \rangle$$

$$\text{with } C_B(t) \equiv \langle 0 | T [B(t) B(0)] | 0 \rangle$$

(統計ノイズのキャンセルを期待)

→ single baryon corr.のground state saturationが必要である！



- ◆ 我々が見せた領域: $t = 10-15$ (統計的な理由)

- ◆ Λ や Σ は、 $t \sim 15$ 位でほぼ plateau に達する。

Ξ は、 $t \sim 15$ では、10 MeVくらい低い。

まとめ

◆ 物理点ゲージ配位を用いた $S=-3$ セクタのハイペロンポテンシャルと散乱位相差 ($m(\text{pion})=146 \text{ MeV}$) の統計の上がった結果

□ ポテンシャル

✓ $\Xi\Sigma(I=3/2)$: spin singlet and triplet

✓ $\Xi\Lambda-\Xi\Sigma(I=1/2)$: spin singlet and triplet

□ 散乱位相差

✓ $\Xi\Sigma(I=3/2)$: spin singlet and triplet

□ 定性的な振舞は、フレーバーSU(3)極限で理解可能

◆ Todo

◆ 統計改善

Now: 200 conf x 4 rot x 48 src. pts.



x 4

Future: 400 conf x 4 rot x 96 src. pts.

◆ full time-dependent Schrödinger-like eq.
(現状の非相対論近似を打破)

backup



HALQCD method

◆ Proof of existence of E-indep. $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$

◆ Assumption:

Linear indep. of NBS wave func's for $E < E_{th}$.

→ Dual basis exists

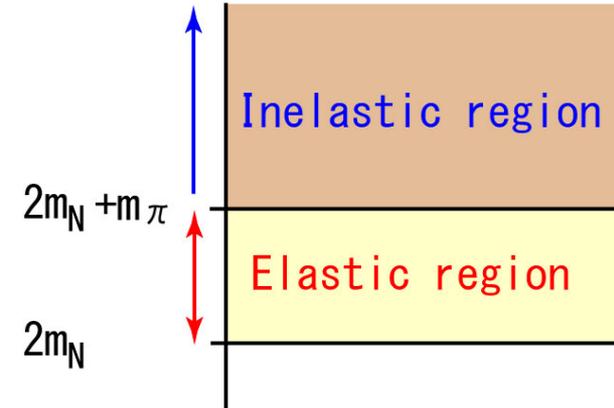
$$\int d^3 r \tilde{\psi}_{\vec{k}'}(\vec{r}) \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{k}' - \vec{k})$$

◆ Proof:

$$K_{\vec{k}}(\vec{r}) \equiv \left(k^2 / m_N - H_0 \right) \psi_{\vec{k}}(\vec{r})$$

$$K_{\vec{k}}(\vec{r}) = \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} K_{\vec{k}'}(\vec{r}) \int d^3 r' \tilde{\psi}_{\vec{k}'}(\vec{r}') \psi_{\vec{k}}(\vec{r})$$

$$= \int d^3 r' \left\{ \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} K_{\vec{k}}(\vec{r}) \tilde{\psi}_{\vec{k}}(\vec{r}') \right\} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}')$$

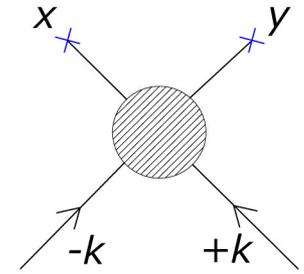


$$\left(k^2 / m_N - H_0 \right) \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \int d^3 r' U(\vec{r}, \vec{r}') \psi_{\vec{k}}(\vec{r}')$$

$$U(\vec{r}, \vec{r}') \equiv \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} K_{\vec{k}'}(\vec{r}) \tilde{\psi}_{\vec{k}'}(\vec{r}')$$

$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ does not depend on E
because of the integration of k' .

復習: HAL QCDのポテンシャル法とその利点



HALQCD 法

◆ Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数

$$\langle 0 | T [N(x) N(y)] | N(+k) N(-k), in \rangle$$

◆ S-matrixとの関係 (by LSZ reduction formula)

$$\begin{aligned} & \langle N(p_1) N(p_2), out | N(+k) N(-k), in \rangle_{\text{connected}} \\ &= (iZ_N^{-1/2})^2 \int d^4 x_1 d^4 x_2 e^{ip_1 x_1} (\square_1 + m_N^2) e^{ip_2 x_2} (\square_2 + m_N^2) \langle 0 | T [N(x_1) N(x_2)] | N(+k) N(-k), in \rangle \end{aligned}$$

◆ 同時刻NBS 波動関数

$$\begin{aligned} \psi_k(\vec{x} - \vec{y}) &\equiv Z_N^{-1} \langle 0 | N(\vec{x}, 0) N(\vec{y}, 0) | N(+k) N(-k), in \rangle \\ &\simeq e^{i\delta(k)} \frac{\sin(kr + \delta(k))}{kr} + \dots \quad \text{as } r \equiv |\vec{x} - \vec{y}| \rightarrow \text{large} \quad (\text{for S-wave}) \end{aligned}$$

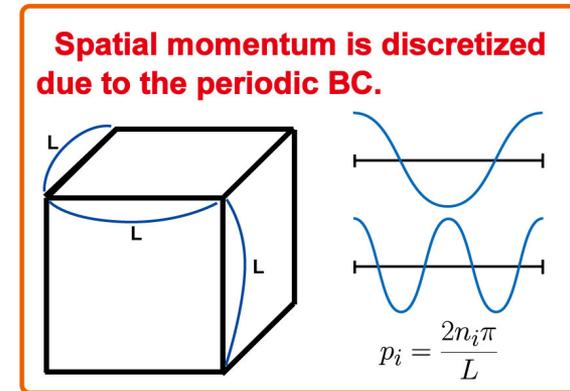
- ❖ non-rela. 量子力学の散乱波動関数と全く同じ関数形
- ❖ 同時刻NBS波動関数を生成するように定義した核力は、散乱位相差に忠実な核力となる。

$$(k^2 / m_N - H_0) \psi_k(\vec{r}) = \int d^3 r' U(\vec{r}, \vec{r}') \psi_k(\vec{r}')$$

通常の方法では、ground state saturationを厳密に行う必要あり

ground state saturation

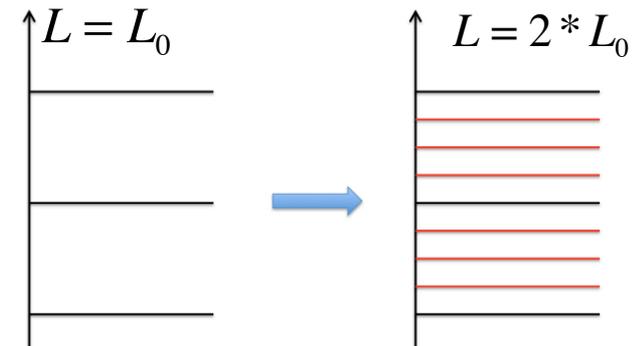
$$C(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \exp[-E_n t] \sim c_0 \exp[-E_0 t] \quad t \rightarrow \text{大}$$



一般に、空間体積が大きくなると**困難**になる
(必ず、励起状態が混じる)

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n \sim \frac{1}{m_N} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2$$

$$= O(1/L^2)$$



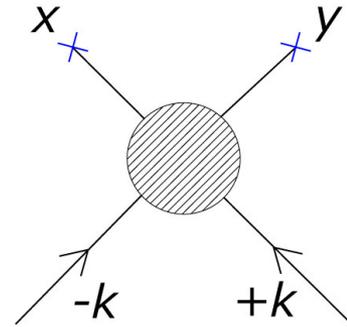
| | L=3 fm | L=6 fm | L=9 fm | L=12 fm |
|------------|-----------|----------|----------|----------|
| ΔE | 181.5 MeV | 45.3 MeV | 20.2 MeV | 11.3 MeV |

[Ishii et al., PLB712(2012)437]

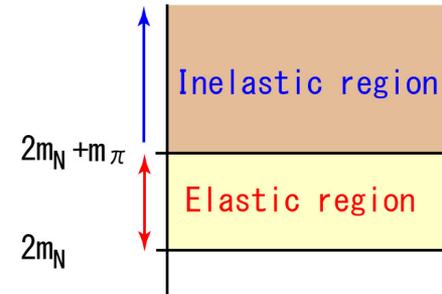
◆ 定義: **R-correlator**

$$R(\vec{x} - \vec{y}, t) \equiv e^{2mt} \left\langle 0 \left| T \left[B(\vec{x}, t) B(\vec{y}, t) \cdot \overline{BB}(t=0) \right] \right| 0 \right\rangle$$

$$= \sum_n \psi_{k_n}(\vec{x} - \vec{y}) \cdot \exp(-(E_n - 2m)t) \cdot a_n$$



- ◆ ポテンシャルが、状態によらない事を利用して、時間発展からポテンシャルを決めることが出来る。
- **時間依存型 Schroedinger-like eq.**



$$\left(-H_0 + \frac{1}{4m} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \right) R(\vec{r}, t) = \int d^3 r' V(\vec{r}, \vec{r}') R(\vec{r}', t)$$

- ◆ Elastic saturation だけが、必要となる。
(**Ground saturationの必要はない!**)

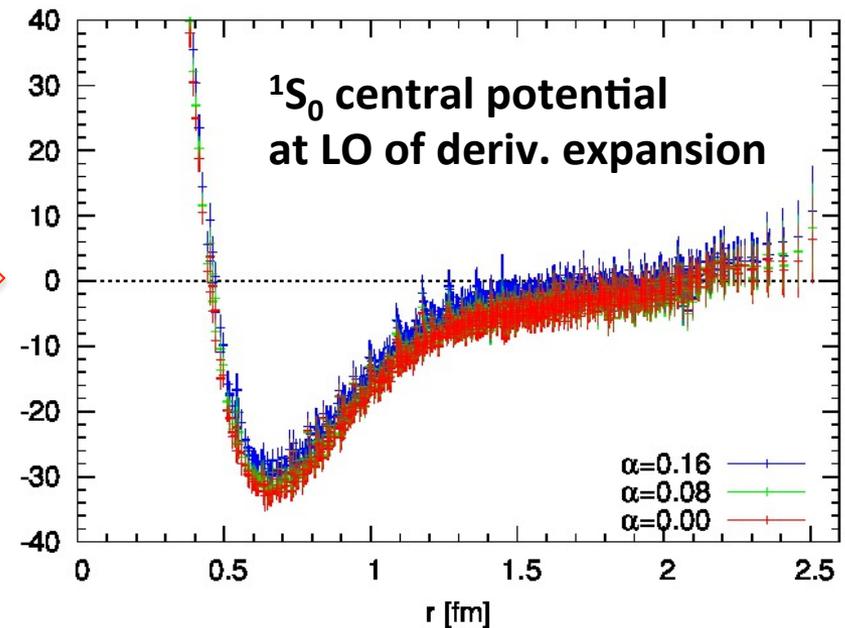
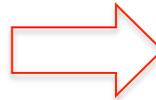
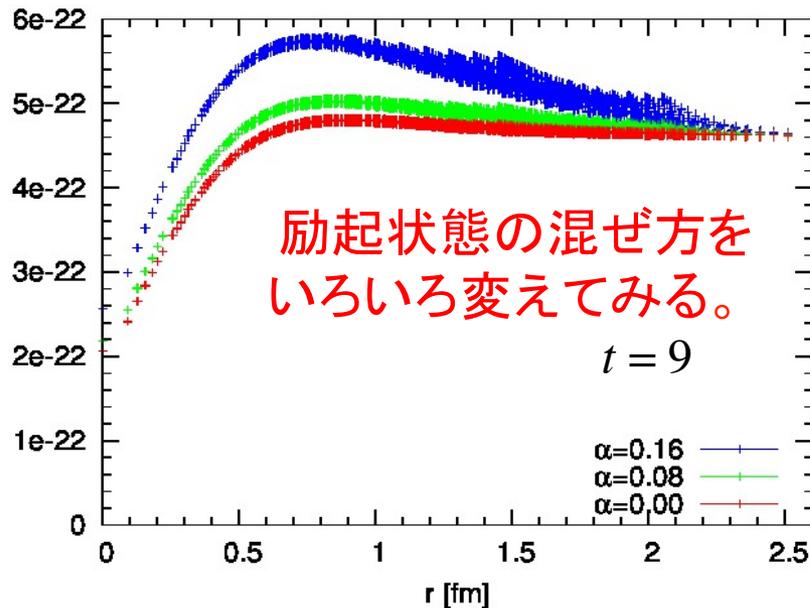
- ◆ Elastic saturation は、ground state saturation.より遥かに楽。

実例：励起状態が混じっていてもポテンシャルはuniqueに決まる！

$$\langle 0 | T[N(\vec{x}, t)N(\vec{y}, t) \cdot \overline{NN}(t=0; \alpha)] | 0 \rangle$$

$$= \sum_n \psi_n(\vec{x} - \vec{y}) \cdot a_n(\alpha) \cdot \exp(-E_n t)$$

$$V_C(\vec{x}) = -\frac{H_0 R(t, \vec{x})}{R(t, \vec{x})} - \frac{(\partial/\partial t)R(t, \vec{x})}{R(t, \vec{x})} + \frac{1}{4m_N} \frac{(\partial/\partial t)^2 R(t, \vec{x})}{R(t, \vec{x})}$$



Good agreement !
 → Our method works !

source 関数:

$$f(x, y, z) = 1 + \alpha (\cos(2\pi x / L) + \cos(2\pi y / L) + \cos(2\pi z / L))$$