

初期宇宙のダイナミクスの解明に向けた 超弦理論の数値シミュレーション

重点課題9 サブ課題A 超弦理論パート

伊藤祐太(KEK)

2016.10.14 計算基礎科学連携拠点 研究報告会

Introduction

初期宇宙のダイナミクスを調べるには
量子重力理論を扱う必要がある。

→ 超弦理論

超弦理論は(9+1)次元時空上で定義される。

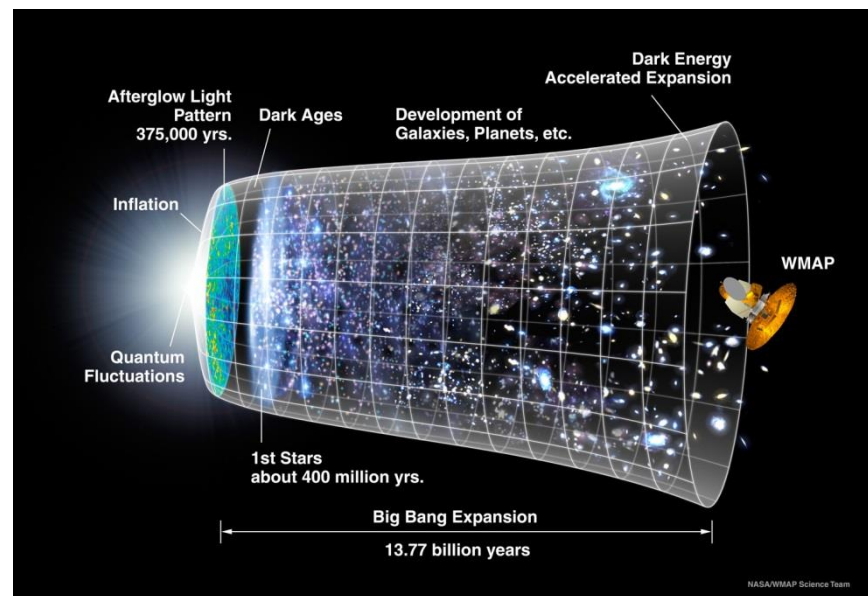
我々の知る4次元時空はどのように現れるか？

- 4次元時空上の低エネルギー有効理論を与える真空が無数に存在。
- 摂動論的に扱う限り、どの真空が選ばれるかという問いに答えられない



非摂動的に弦理論を扱う必要がある

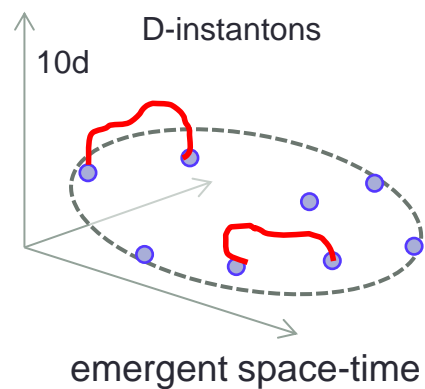
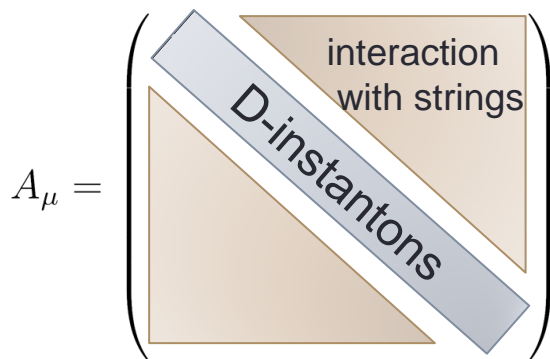
行列模型



Introduction

理論	QCD	弦理論
非摂動定式化	格子ゲージ理論	行列模型

- IIB型行列模型 [N.Ishibashi, H.Kawai, Y.Kitazawa, A.Tsuchiya (1996)]
 - 超弦理論の非摂動定式化の候補
 - 時空がアприオリに存在せず(0次元模型)、ダイナミカルに生成される



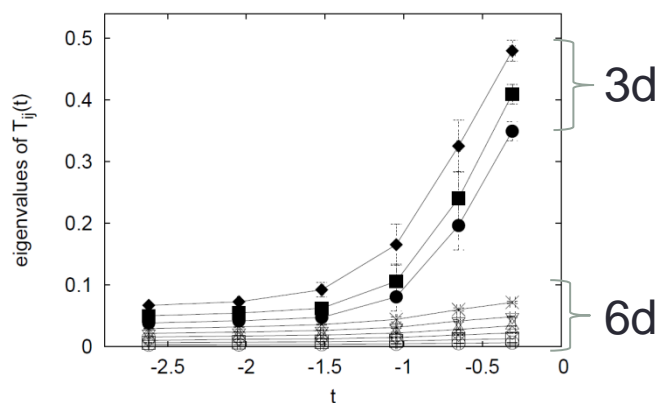
Introduction

■ ローレンツ型IIB行列模型

- 10次元時空の時間発展を調べられる
- 4次元時空の出現を示唆

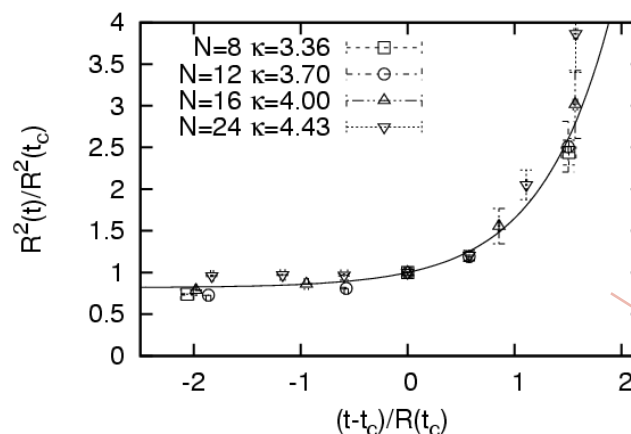
先行研究

• 空間各方向の拡がり



[S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

• 空間全体の拡がり



[YI, S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2013)]

$N \leq 24$

✓ 計算を並列化することでさらに行列サイズ N を大きくできる

本研究では… 小さな N でより長い時間発展を調べる方法として、**くりこみ群的手法**を確立

Plan of this talk

1. Introduction
2. Definition of the Lorentzian type IIB matrix model
3. Renormalization group method
4. Results
5. Summary

Definition of the Lorentzian type IIB matrix model

■ ローレンツ型IIB行列模型 [S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

□ 分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{iS[A, \Psi]}$$

$$S = \underbrace{-\frac{1}{4g^2} \text{tr} [A_\mu, A_\nu]^2}_{S_b} - \frac{1}{2g^2} \text{tr} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi]$$

$A_\mu, \Psi : N \times N$ エルミート行列
 $\mu = 0, \dots, 9$

□ 0次元模型 \longrightarrow 時空の構造をダイナミカルに記述

□ 行列の固有値分布 \sim 10次元時空の座標

□ 計量 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$

✓ SO(9,1)対称性

✓ 実時間のダイナミクス

Definition of the Lorentzian type IIB matrix model

■ ローレンツ型IIB行列模型 [S.-W.Kim, J.Nishimura, A.Tsuchiya, (2011)]

□ 分配関数

$$Z = \int dA d\Psi e^{iS[A, \Psi]} \sim \int \mathcal{D}A \text{Pf} \mathcal{M}(A) \delta(S_b) \quad \leftarrow \text{HMCで計算}$$

$$S = \underbrace{-\frac{1}{4g^2} \text{tr} [A_\mu, A_\nu]^2}_{S_b} - \frac{1}{2g^2} \text{tr} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi]$$

$A_\mu, \Psi : N \times N$ エルミート行列
 $\mu = 0, \dots, 9$

□ 0次元模型 \rightarrow 時空の構造をダイナミカルに記述

□ 行列の固有値分布 \sim 10次元時空の座標

□ 計量 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1)$

✓ SO(9,1)対称性

✓ 実時間のダイナミクス

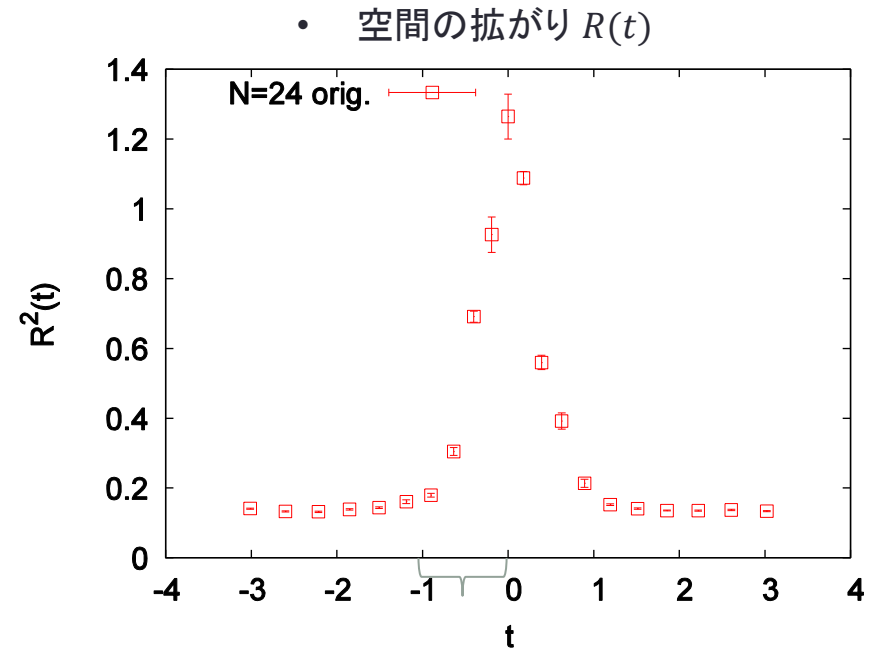
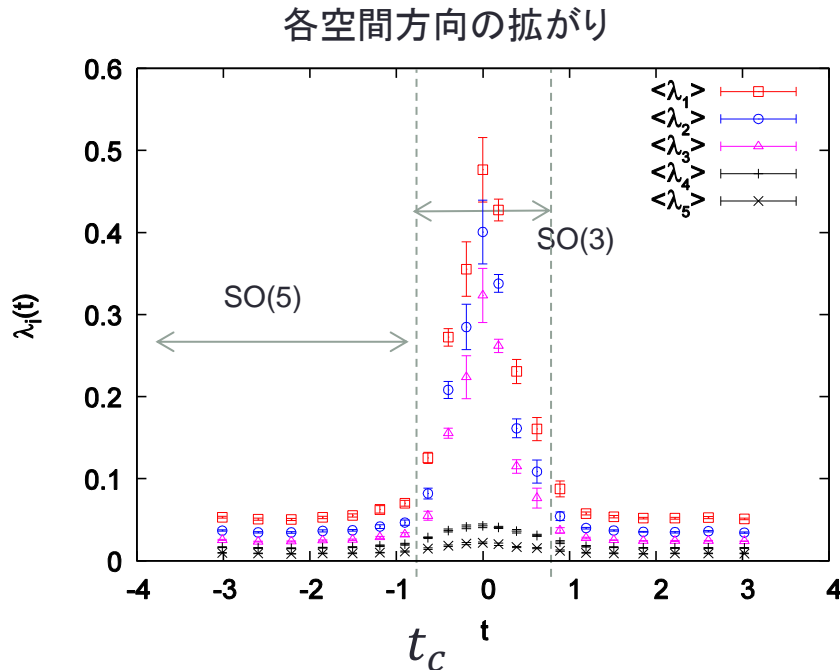
■ 赤外カットオフ

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_0^2 \leq \kappa \quad : \text{時間方向}$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_i^2 \leq 1 \quad : \text{空間方向}$$

Emergence of 3d space

- 今回は計算の簡単化のため、6次元ローレンツ型IIB行列模型を扱う。



指数関数的膨張？

- 4次元時空の時間発展をより長く見たい $\rightarrow N, \kappa$ を大きくしてSSB regionの点を増やす
- SSB regionの点 \sim 行列サイズ N に対して、 \sqrt{N} でしか増えない (計算コスト $\sim O(N^5)$)

点の数を2倍にしたければ $N \cong 100$ で計算が必要、計算コストは約 4^5 倍

\Rightarrow 小さな N で効率的に t_c 以降の時間発展を調べられないか？

Plan of this talk

- ~~1. Introduction~~
- ~~2. Definition of the Lorentzian type IIB matrix model~~
3. Renormalization group method
4. Results
5. Summary

Idea of the RG method

- 行列模型におけるくりこみ群 – 行列自由度の一部の成分を積分することでより小さい行列で記述される有効理論を考える。

[Brezin, Zinn-Justin '92] [Higuchi, Itoi, Nishigaki, Sakai '93 '95]
[Kawamoto, Kuroki, Tomino '12]

- ローレンツ型IIB行列模型では

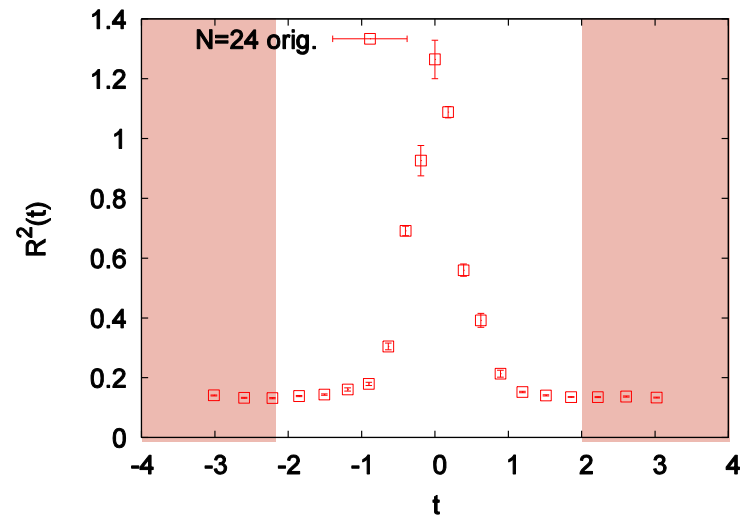
行列の外層を積分して得られる有効理論 $Z_{\text{eff}}[\tilde{A}]$

→ SSB regionを切り抜いたことに対応している

[YI, S.-W. Kim, Y. Koizuka, J. Nishimura, A. Tsuchiya '13]

$$A_{\mu} = \left(\begin{array}{c} \text{Red shaded region} \\ \tilde{A}_{\mu} \\ \text{Red shaded region} \end{array} \right)$$

~



effective action of the Lorentzian type IIB MM

- 元の模型 (N, κ)

$$Z = \int dA \text{Pf } \mathcal{M}(A) \delta(S_b(A, N))$$

IR cutoff

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_i^2 \leq 1$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} A_0^2 \leq \kappa$$

$$A_\mu = \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \tilde{A}_\mu \\ \underbrace{\hspace{2cm}} \\ \tilde{N} \end{array} \right] \end{array} \right)$$

- 有効理論 ($\tilde{N}, C, \tilde{\kappa}, \tilde{L}$)

$$Z_{\text{eff}} = \int d\tilde{A} \text{Pf } \mathcal{M}(\tilde{A}) \delta(S_b(\tilde{A}, \tilde{N}) - C)$$

ローレンツ対称性, SUSYを保つ [T. Yoneya '97]

積分
 $\xrightarrow{S_b(\tilde{N}) \neq 0}$

IR cutoff

$$\frac{1}{\tilde{N}} \text{tr} (\tilde{A}_i^2) \leq \tilde{L}^2$$

$$\frac{1}{\tilde{N}} \text{tr} (\tilde{A}_0^2) \leq \tilde{\kappa} \tilde{L}^2$$



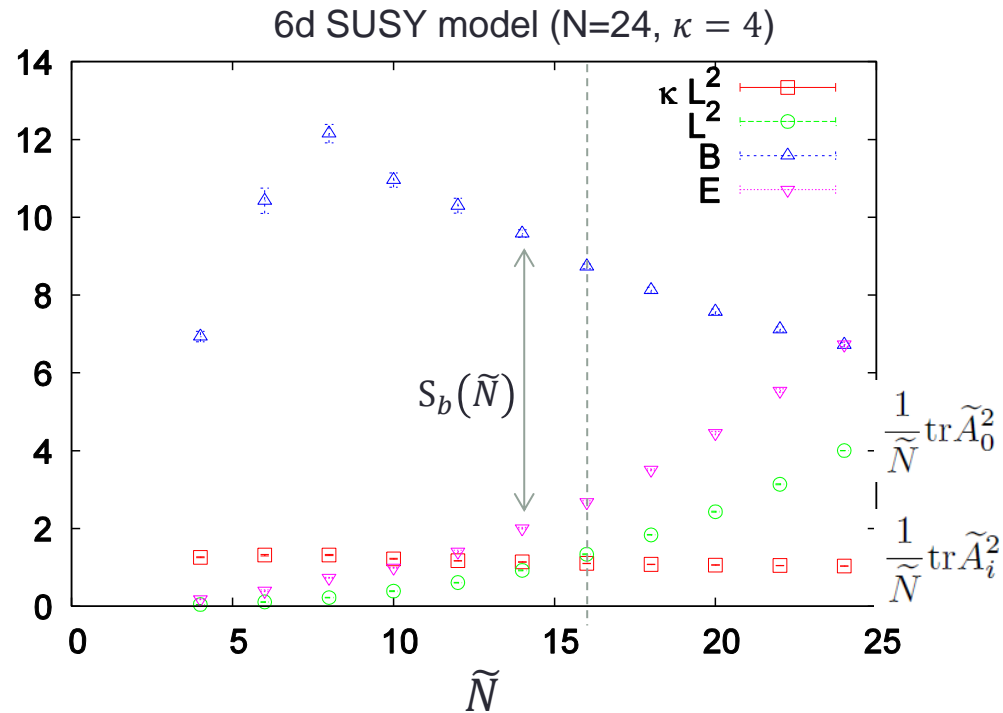
この有効理論を用いてシミュレーションをする時

\tilde{N} に対して $C, \tilde{\kappa}, \tilde{L}$ はどう選べばよいか

How to test the RG method

- 元の模型で得られた配位から $\tilde{A}_\mu (\tilde{N} < N)$ における $S_b(\tilde{N})$, $\text{tr}\tilde{A}_0^2$, $\text{tr}\tilde{A}_i^2$ を計算する

$$A_\mu = \left(\begin{array}{c} \underbrace{\left(\begin{array}{c} \tilde{A}_\mu \end{array} \right)}_{\tilde{N}} \end{array} \right)$$

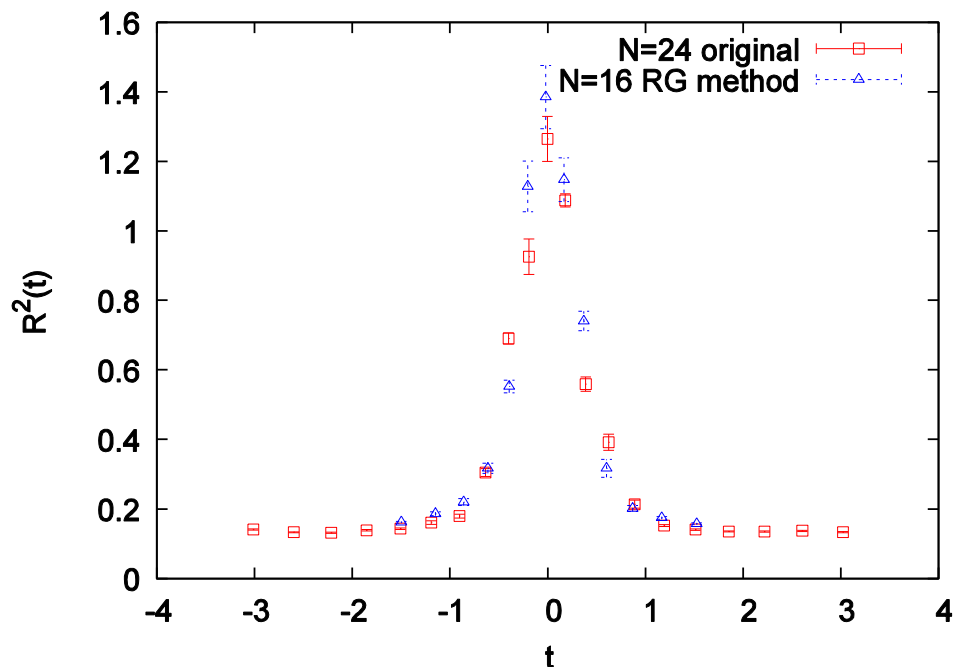


- ある \tilde{N} に対して $C = S_b(\tilde{N})$, $\tilde{\kappa} = \frac{1}{\tilde{N}} \text{tr}\tilde{A}_0^2$, $\tilde{L} = \frac{1}{\tilde{N}} \text{tr}\tilde{A}_i^2$ として Z_{eff} を実際に計算し、くりこみ群的手法が上手くいくか検証する

Extracting the SSB region by the RG method

- $N=24$ の結果から読み取った値に $C, \tilde{\kappa}, \tilde{L}$ を固定して $Z_{\text{eff}}[\tilde{A}]$ をHMCで評価

- 空間の拡がり $R(t)$



$N=24$ で得られた結果を $\tilde{N}=16$ の有効理論で再現できている

→ **くりこみ群的手法が非常にうまく機能していることが分かる**

Application of the RG method

- $C, \tilde{\kappa}, \tilde{L}$ を知っていれば、有効理論で元の結果を再現できる。

→ 元の模型における**未知の結果**を、有効理論を用いて計算したい。

- $\tilde{L} = 1$ となるように \tilde{A}_μ をリスケーリングすれば
有効理論は $C, \tilde{\kappa}$ のみでパラメトライズされる

IR cutoff

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tilde{N}} \text{tr} \left(\tilde{A}_i^2 \right) &\leq \tilde{L}^2 \\ \frac{1}{\tilde{N}} \text{tr} \left(\tilde{A}_0^2 \right) &\leq \tilde{\kappa} \tilde{L}^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{1}{N} \text{tr} A_i^2 &\leq 1 \\ \frac{1}{N} \text{tr} A_0^2 &\leq \kappa \end{aligned}$$

⇒ 有効理論 \sim 元の模型
 $(C, \tilde{\kappa}), \tilde{N}$ fixed $\quad (N, \kappa), C=0$

様々な N における計算結果が、 $\tilde{N} = \text{一定}$ の有効理論で再現できる。

Plan of this talk

- ~~1. Introduction~~
- ~~2. Definition of the Lorentzian type IIB matrix model~~
- ~~3. Renormalization group method~~
4. Results
5. Summary

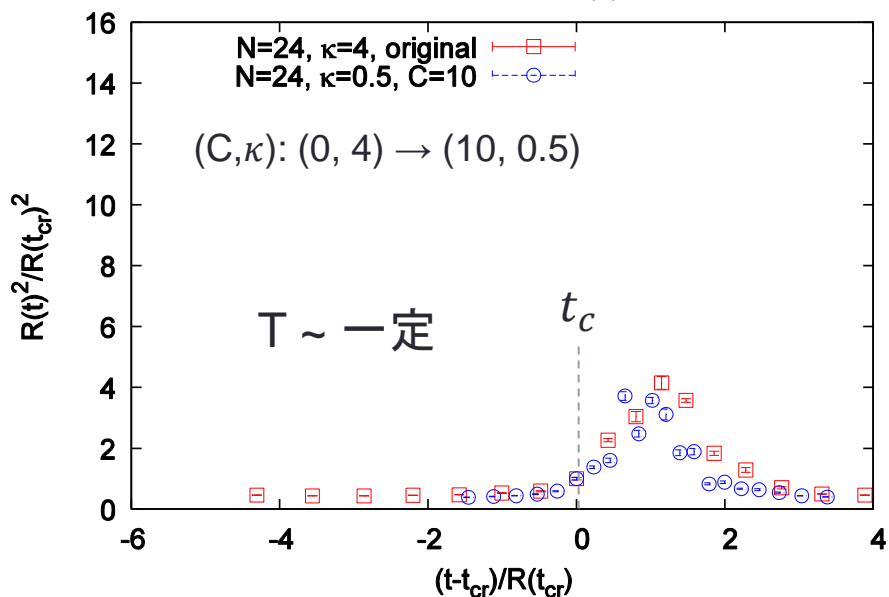
Application of the RG method

a : 格子間隔

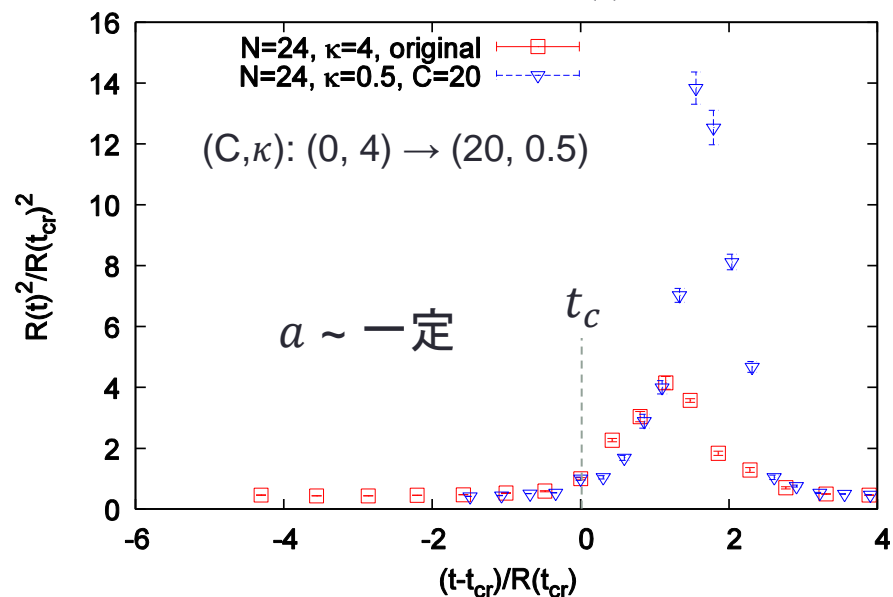
T : $t \geq t_c$ における
時間発展の長さ

N, κ に依存 \rightarrow 有効理論では $C, \tilde{\kappa}$ の関数

空間の拡がり $R(t)$



空間の拡がり $R(t)$



- $\tilde{N} = 24$ の計算で、元の模型における $N \sim 100$ 相当の結果が得られている。

Application of the RG method

■ Bosonic IIB型行列模型にも適用できる.

- フェルミオンをクエンチ

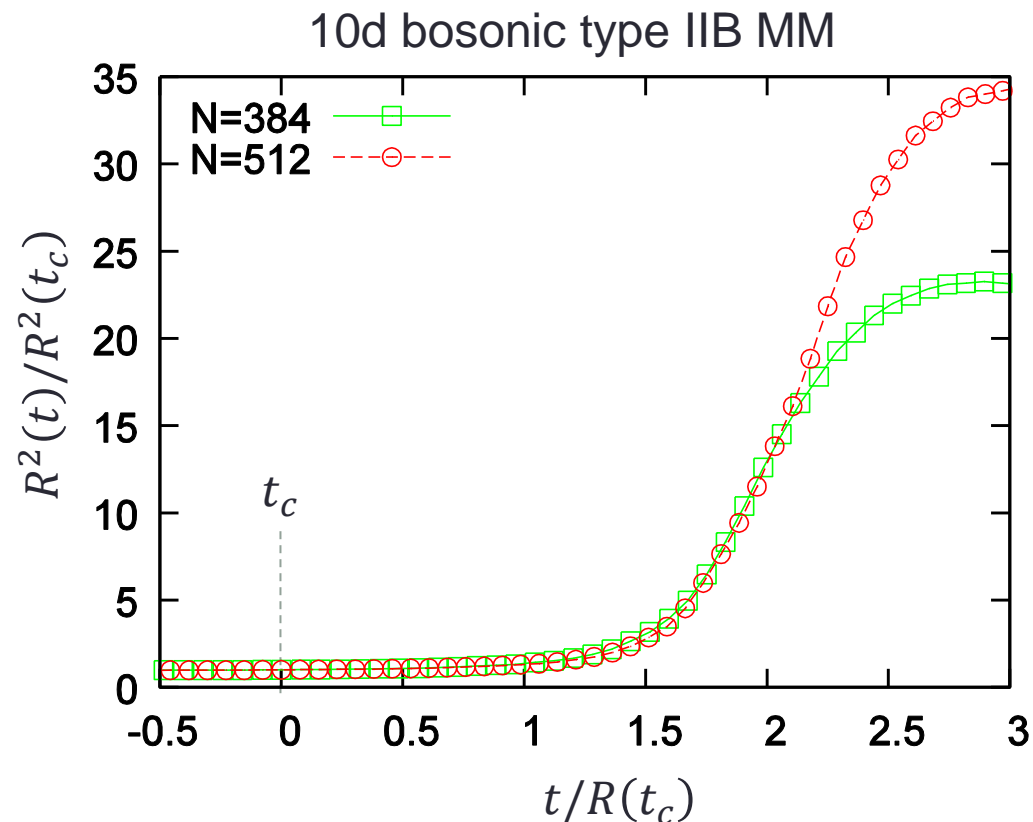
$$\text{Pf } \mathcal{M}(A) = 1$$

→ 時空が十分に膨張した領域をよく近似している有効模型

■ 空間の膨張則

$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \quad \xrightarrow{\text{遷移}} \quad R(t) \propto t^{1/2}$$

輻射優勢期の兆候？



Application of the RG method

■ Bosonic IIB型行列模型にも適用できる.

- フェルミオンをクエンチ

$$\text{Pf } \mathcal{M}(A) = 1$$

→ 時空が十分に膨張した領域をよく近似している有効模型

■ 空間の膨張則

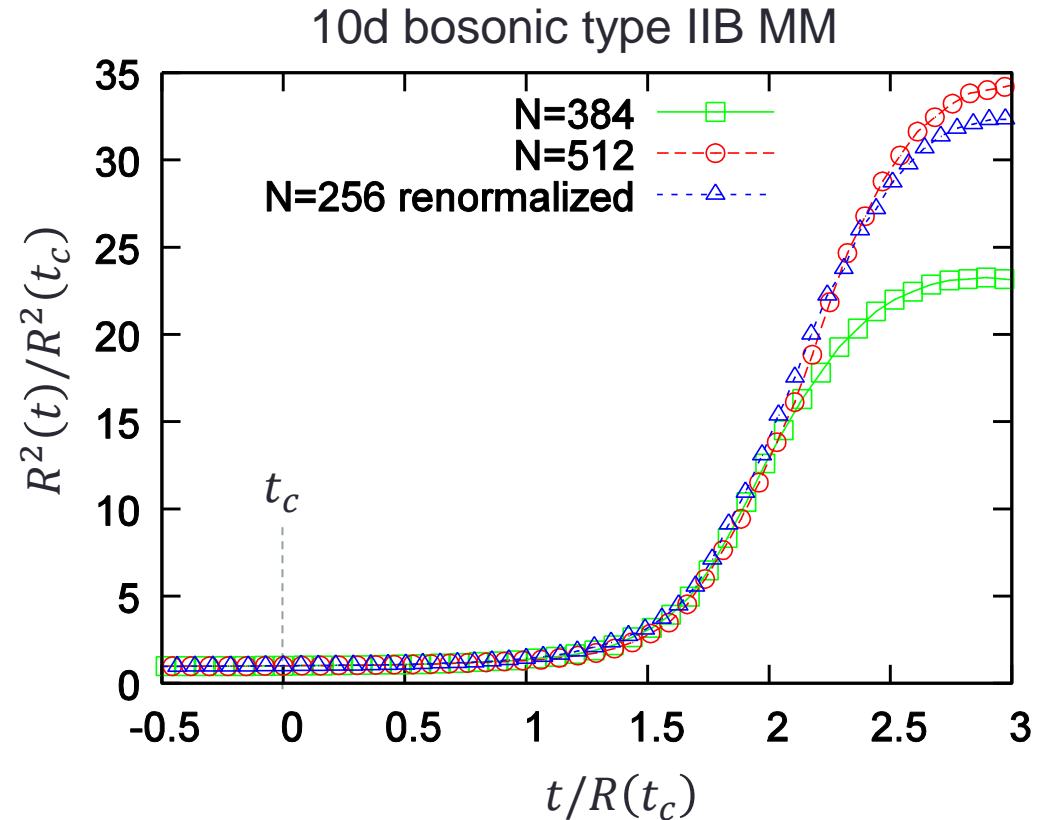
$$R(t) \propto e^{\Lambda t} \quad \xrightarrow{\text{遷移}} \quad R(t) \propto t^{1/2}$$

輻射優勢期の兆候？

- くりこみ群的手法によって
 $N=512$ の結果を $\tilde{N}=256$ で再現

$\tilde{N}=256$ でさらに長い時間発展を追える.

→ $t^{1/2}$ 膨張則の検証



Summary

■ くりこみ群的手法

- ローレンツ型IIB行列模型の有効理論が1パラメータ C を導入することで表せる。
(行列サイズ N で計算された元の模型の結果をより小さな行列 $\tilde{N} (< N)$ で再現できる)
- 2パラメータ($C, \tilde{\kappa}$)を適当に選ぶことで
同じ \tilde{N} に対してSSB regionの格子間隔 a と時間発展の長さ T を変えて計算できる。
→ $\tilde{N}=24$ で本来の $N=100$ 相当の計算が可能

■ 今後の展望

- より長い時間発展を見るため、実際に計算可能な行列サイズを大きくする (現状では $N \leq 24$)
計算コードの改良(pre-conditioning)
- IIB型行列模型(10d SUSY)でより長い時間発展を調べ、
4次元時空の膨張則を詳細に調べる。
指数関数的膨張の遷移, e-folding numberの同定 など