

超対称性を持つゲージ理論、行列模型の数値シミュレーションで探る時空のダイナミクス

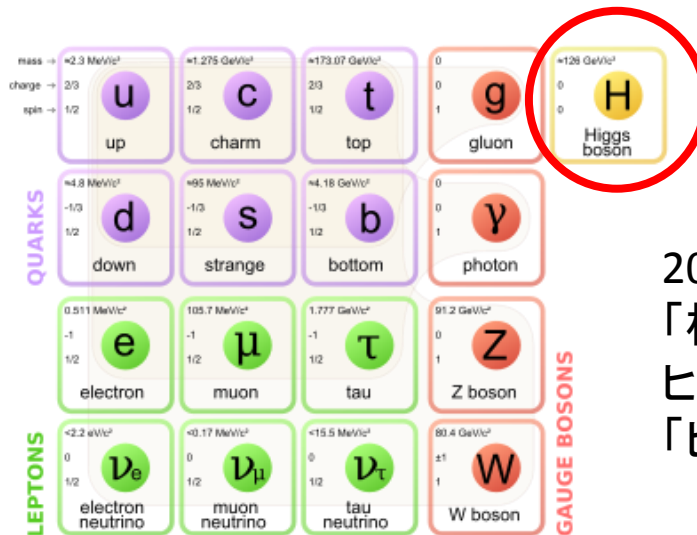
サブ課題A “究極の自然法則と宇宙開闢の解明”
素粒子・原子核・宇宙 「京からポスト京に向けて」シンポジウム
3月31日、ワテラスコモンホール、東京

西村 淳（KEK理論センター、総研大）

1. はじめに

「究極の自然法則」とは

- 素粒子の「標準模型」



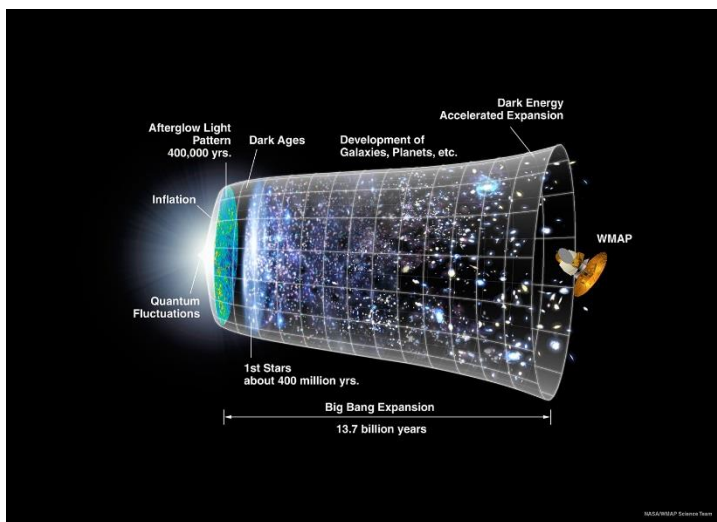
2012年7月、LHCにより発見！
「標準模型」はついに確立したが、
ヒッグス粒子の正体は不明。
「ヒッグス・ポテンシャル」の起源は？

- 重力(量子重力)が含まれていない。
- 宇宙に存在するバリオン数が説明できない
- 階層性問題など、ストロングCP問題など、不自然なところが多々ある。
etc.

量子重力を含む、より基礎的な理論が存在するはず。

「宇宙の開闢の解明」とは

・インフレーション



宇宙初期の指数関数的膨張
平坦性問題
地平線問題
を自然に解決。

スケール不変な原始密度揺らぎ
を予言。CMBの観測による検証。

- 「インフラトン」の正体は何か。
- インフラトン・ポテンシャルの起源は？
- 初期値問題(何故、初めにポテンシャルの高いところにあったのか)
- 量子重力の効果は無視してよいのか？

量子重力を含む、より基礎的な理論に基づく研究が不可欠。

超弦理論

- 量子重力を含む基礎理論の「大本命」1980s～

「Dブレーン + 摂動論」という従来のアプローチ

標準模型（intersecting D-brane模型など）

インフレーション（colliding D-brane模型など）

無数の模型が考えられ、予言能力なし。
（ランドスケープ問題、人間原理の援用）

非摂動的定式化に基づく研究が不可欠

「ゲージ／重力対応」
「行列模型」

行列を基本自由度として、超弦を記述。
「時空」は、行列の自由度の中から創発。

行列で書かれた理論の数値シミュレーションにより、
時空のダイナミクスを研究。

目次

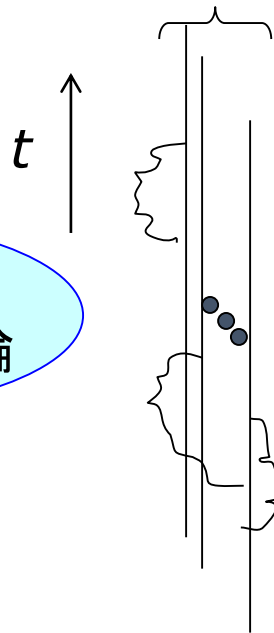
1. はじめに
2. ゲージ／重力対応に基づくブラックホール時空の研究
3. 行列模型に基づく初期宇宙の研究
4. まとめと展望

2. ゲージ／重力対応に基づく、 ブラックホール時空の研究

「ゲージ／重力対応」という考え方

Itzhaki-Maldacena-Sonnenschein
-Yankielowicz ('98)

N 個のD0ブレーン



1次元 超対称
 $U(N)$ ゲージ理論

有限温度 T

ホライズン

10次元 超重力理論における
ブラック 0-ブレーン解

ホーキング温度 T

ブレーンに局在した開弦の自由度と
ホライズンの外側に広がった閉弦の自由度が
decoupleするような低エネルギー極限をとる。

(decoupling 極限)

ブラック 0-ブレーン解の
熱力学的性質を再現
できるか？

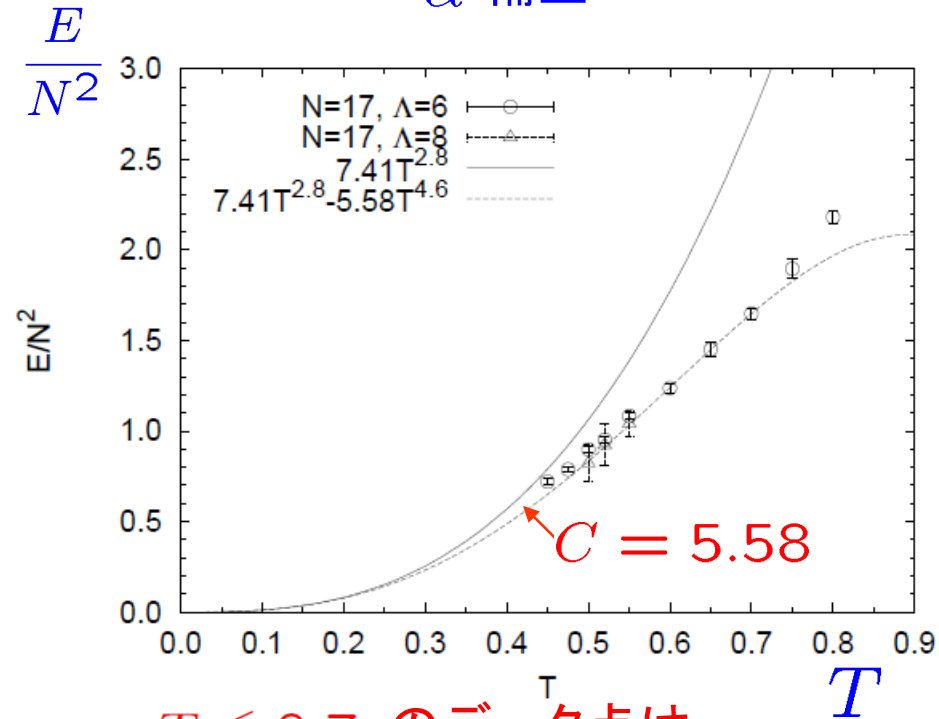
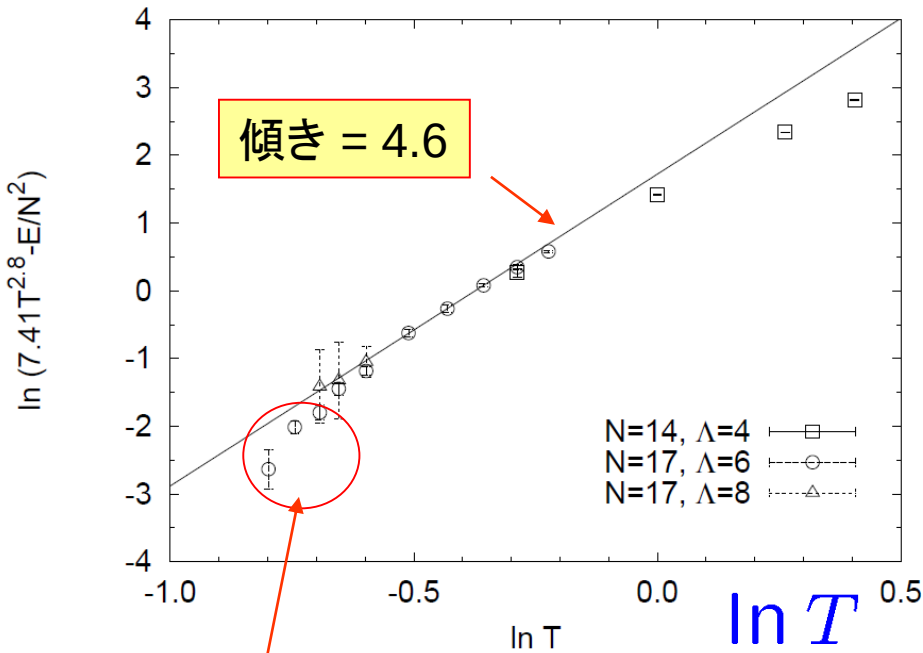
これまでの成果 (α' 補正)

Hanada-Hyakutake-J.N.-Takeuchi,
PRL 102 ('09) 191602 [arXiv:0811.3102]

$$\frac{E}{N^2} = 7.41 T^{14/5} - C T^{23/5}$$

α' 補正

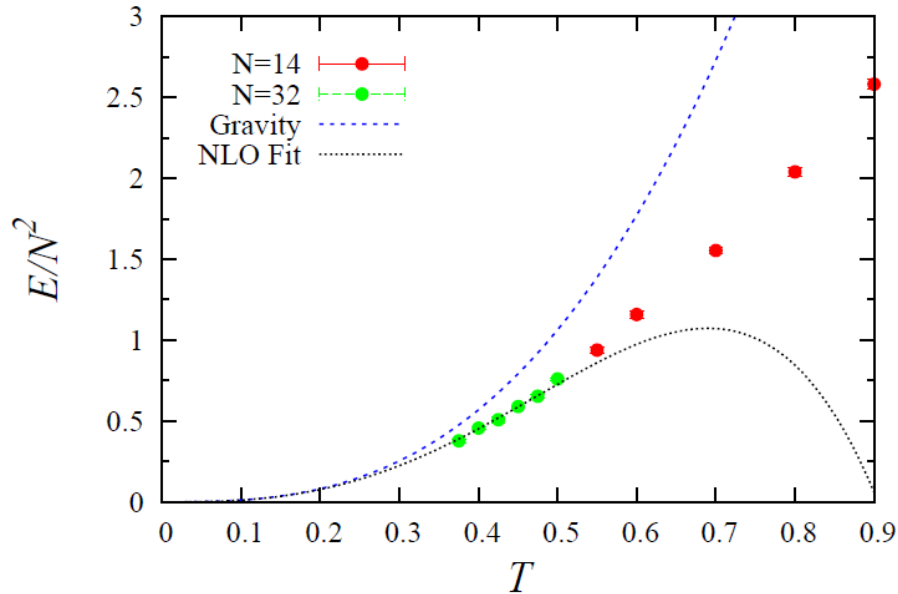
$$\ln \left(7.41 T^{14/5} - \frac{E}{N^2} \right)$$



$T \lesssim 0.7$ のデータ点は
 $C = 5.58$ で良くフィットできる

これまでの成果 (α' 補正)

Kadoh-Kamata (2015)



SUSYを2つ保つ作用を使用。

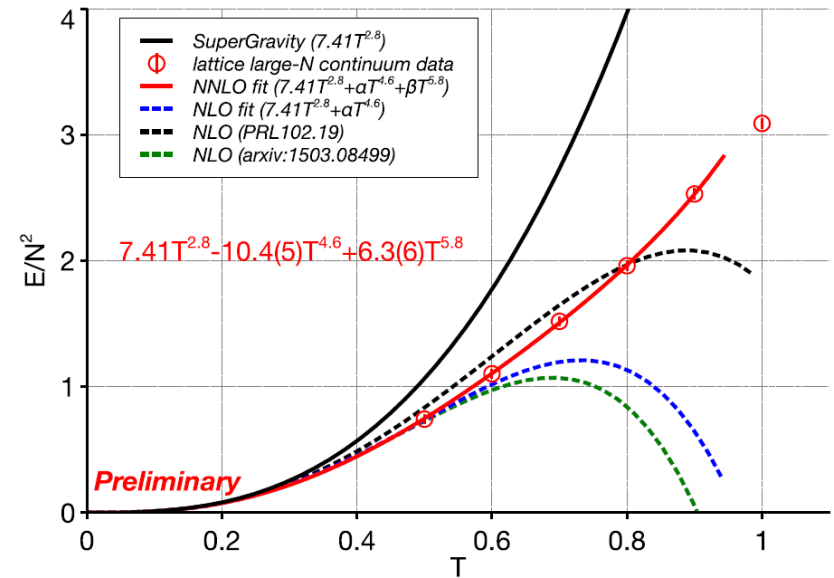
$$L = 16, N = 32.$$

$0.375 \leq T \leq 0.475$ のデータをフィット。

$$\frac{E}{N^2} = 7.41 T^{14/5} - C T^p$$

$$C = 9.0 \pm 2.6, \quad p = 4.74 \pm 0.35.$$

Rinaldi, Berkowitz, Hanada, Ishiki,
Matsuura, Shimasaki, Vranas, in prep.



格子正則化＋フーリエ加速

連続極限、ラージN極限

$0.5 \leq T \leq 0.9$ のデータをフィット。

$$\frac{E}{N^2} = 7.41 T^{14/5} - C T^{4.6} + \tilde{C} T^{5.8}$$

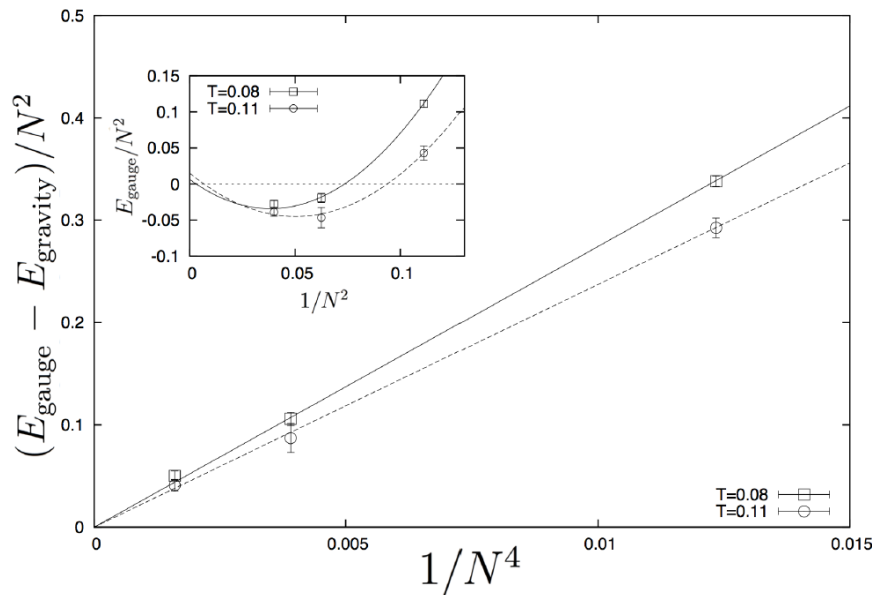
$$C = 9.7(3), \quad \tilde{C} = 5.4(3)$$

これまでの成果（ストリング・ループ補正）

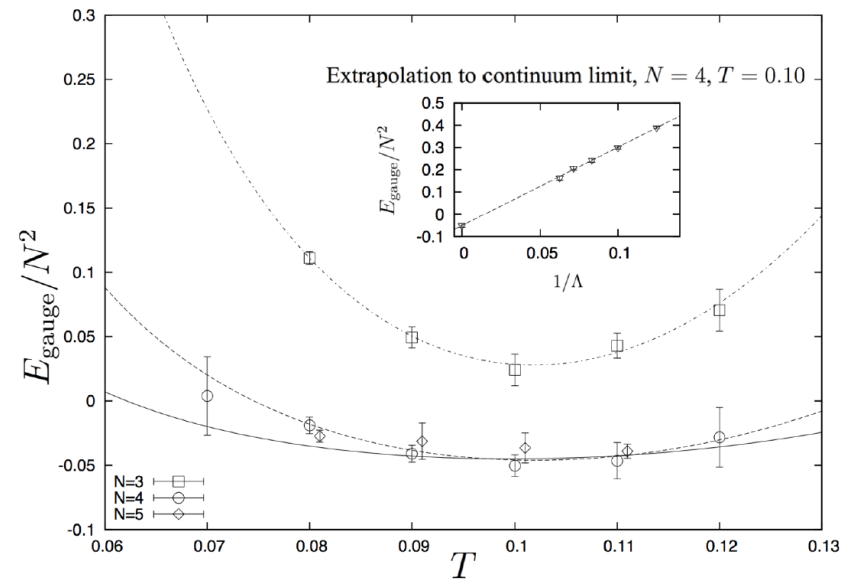
Hanada-Hyakutake-Ishiki-J.N., Science 344 (2014) 882

$$\frac{1}{N^2} E_{\text{gravity}} = 7.41 T^{2.8} - 5.77 T^{0.4} \frac{1}{N^2}$$

$$\frac{1}{N^2} (E_{\text{gauge}} - E_{\text{gravity}})$$



$$\frac{1}{N^2} E_{\text{gauge}} \quad \text{--- ストリング・ループ補正}$$



$$1/N^4$$

$$T$$

数値シミュレーションの結果は、弦のループ補正とconsistent

来年度の研究計画

- M理論の領域を調べる

さらに低温の領域では、重力側でGregory-Laflamme転移が起こり、**11次元のシュバルツシルト・ブラックホール**が現れると予想。
ゲージ理論側で再現できるか。

- Dp-ブレーン ($p=1,2,3$) への拡張

既に、 **$p=1$** と **$p=3$** については、研究が進められている。
連続極限で超対称性を回復できるか、 N を大きくできるか。

- 大規模並列計算

ポスト京での計算に向けて、新しいプログラムを開発。
より低温、大きな N 、 $p=1,2,3$ の計算が可能に。

- 運動量カットオフから格子正則化へ。

これまでの計算では、運動量カットオフを採用。
連続極限は速く、フーリエ加速も使えるが、並列化には不向き。
並列計算用の新しいコードを開発。**(格子+フーリエ加速)**

3. 行列モデルに基づく初期宇宙 の研究

IKKT行列模型

$$S = -\frac{1}{g^2} \text{tr} \left(\frac{1}{4} [A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi] \right)$$

Ishibashi-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

- (9+1)次元Minkowski時空上のタイプIIB超弦理論の摂動論を
all orderで再現できる理論。

Fukuma-Kawai-Kitazawa-Tsuchiya 1997

- 行列模型そのものは、摂動論に依らずに定義されている。
→ 超弦理論の非摂動的な定義になっているはず！

c.f.) D-brane (非摂動的物体) も正しく記述されている。

- 然るべき行列配位のまわりで展開することにより、
超弦理論の他の摂動論的真空を記述できるか？

Kawai-Sato 2008, Matrix String Theory

Kitazawa-Nagaoka 2008, Green-Schwarz light-cone string action

Matrix Theory (BFSS 1996), Matrix String Theory (DVV 1997)を含んでいる (?!)

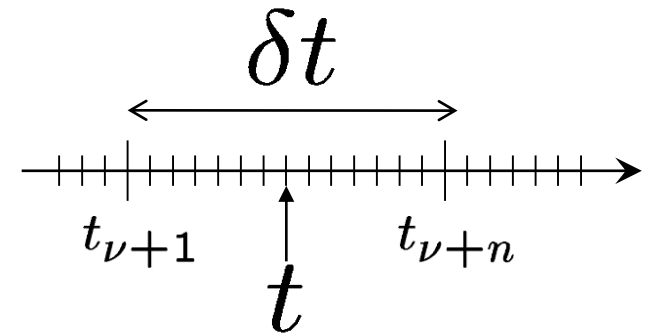
Lorentzian行列模型における「時間発展」

Kim-J.N.-Tsuchiya

PRL 108 (2012) 011601

$$A_0 = \begin{pmatrix} t_1 & & & & \\ & t_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & n & \\ & & & & t_{\nu+1} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & t_{\nu+n} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & t_N \end{pmatrix}$$

平均 t



$$\nu = 0, 1, \dots, N - n$$

$$t = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^n t_{\nu+a}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & n & \\ & & & & \bar{A}_i(t) \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & n \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

小

小

バンド対角的構造の出現

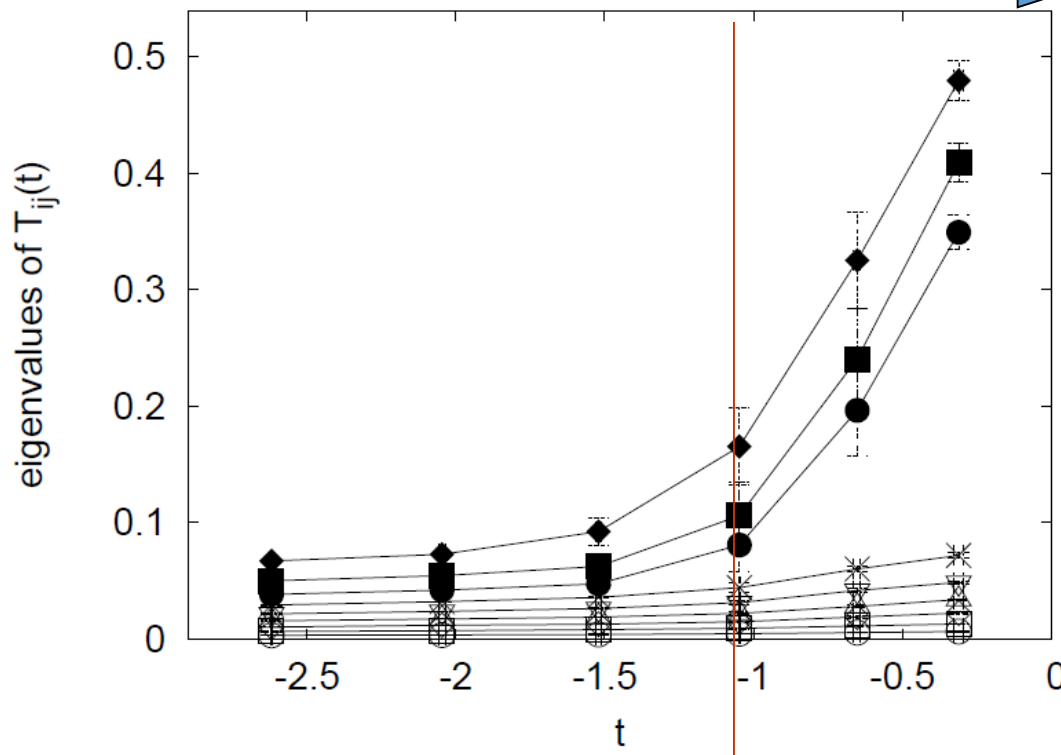
$\bar{A}_i(t)$: 時刻 t における状態

宇宙の誕生？

$$T_{ij}(t) = \frac{1}{n} \text{tr} \{ \bar{A}_i(t) \bar{A}_j(t) \}$$

Kim-J.N.-Tsuchiya
PRL 108 (2012) 011601
[arXiv:1108.1540]

$\text{SO}(9) \xrightarrow{\text{SSB}} \text{SO}(3)$



ある時刻を境に、
3方向だけが膨張を始める。

カイラル対称性の自発的破れが
質量の起源。(QCD)

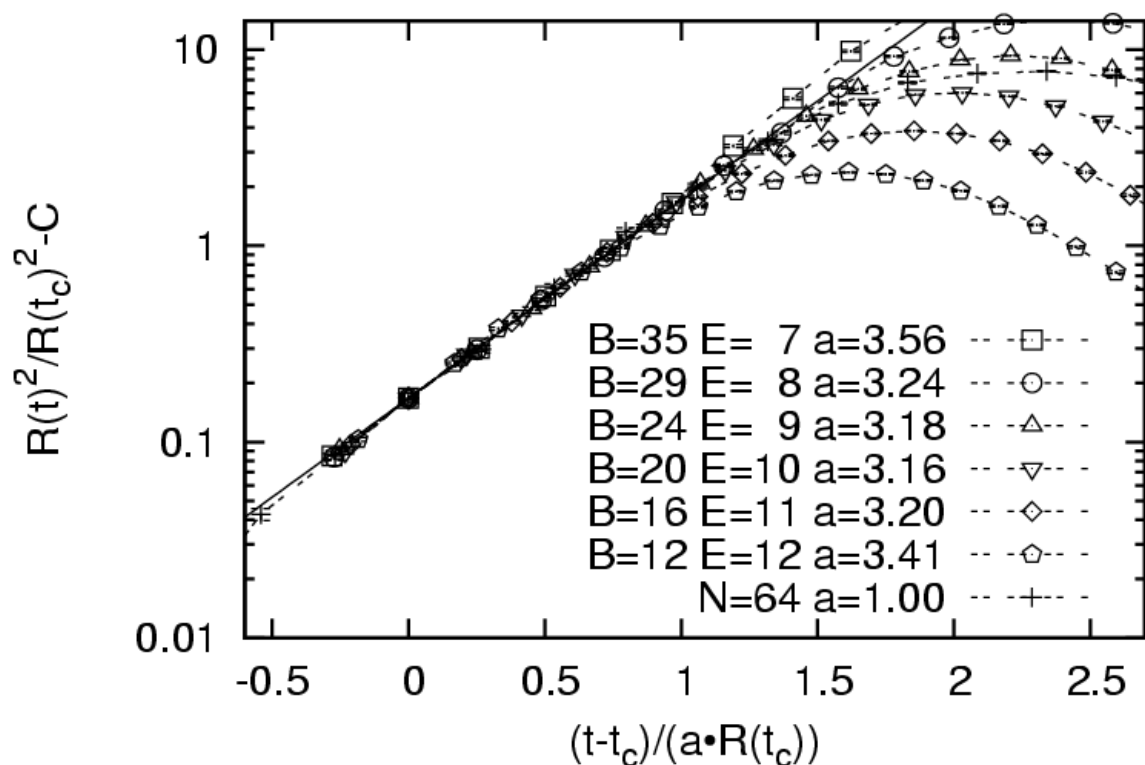
回転対称性の自発的破れが
宇宙の起源。(行列模型)

“critical time”

簡単化したモデルにおける膨張則

膨張があまり進んでいない、宇宙初期で良い近似

$$\text{Pf} \mathcal{M}(A) \simeq \Delta^{d-1} = \prod_{i < j} (\alpha_i - \alpha_j)^{2(d-1)}$$



はっきりした指数膨張を観測。

注) インフロンも、
ポテンシャルも、
手で導入していない。
勝手な初期条件を与える
こともしていない。
模型のダイナミクスとして、
このような振る舞いが
得られている。

赤外カットオフの入れ方の重要性

ローレンツ型のIKKT行列模型では、赤外カットオフが必要。

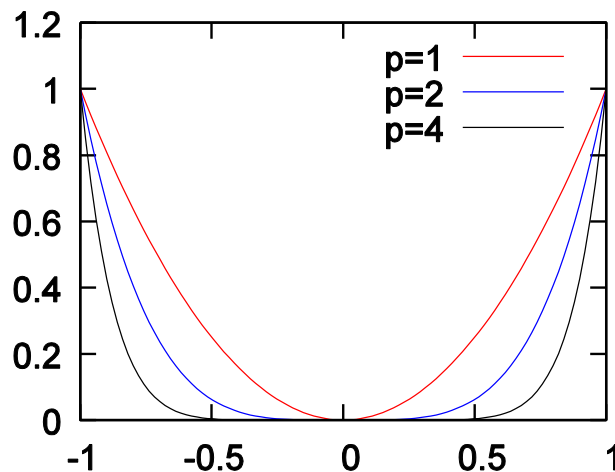
$$\frac{1}{N} \text{tr} [(A_0^2)^p] \leq \kappa^p$$

$$\frac{1}{N} \text{tr} [(A_i^2)^p] \leq 1$$

p を大きくすると、赤外カットオフは時空の端に強い影響を与えるようになる。

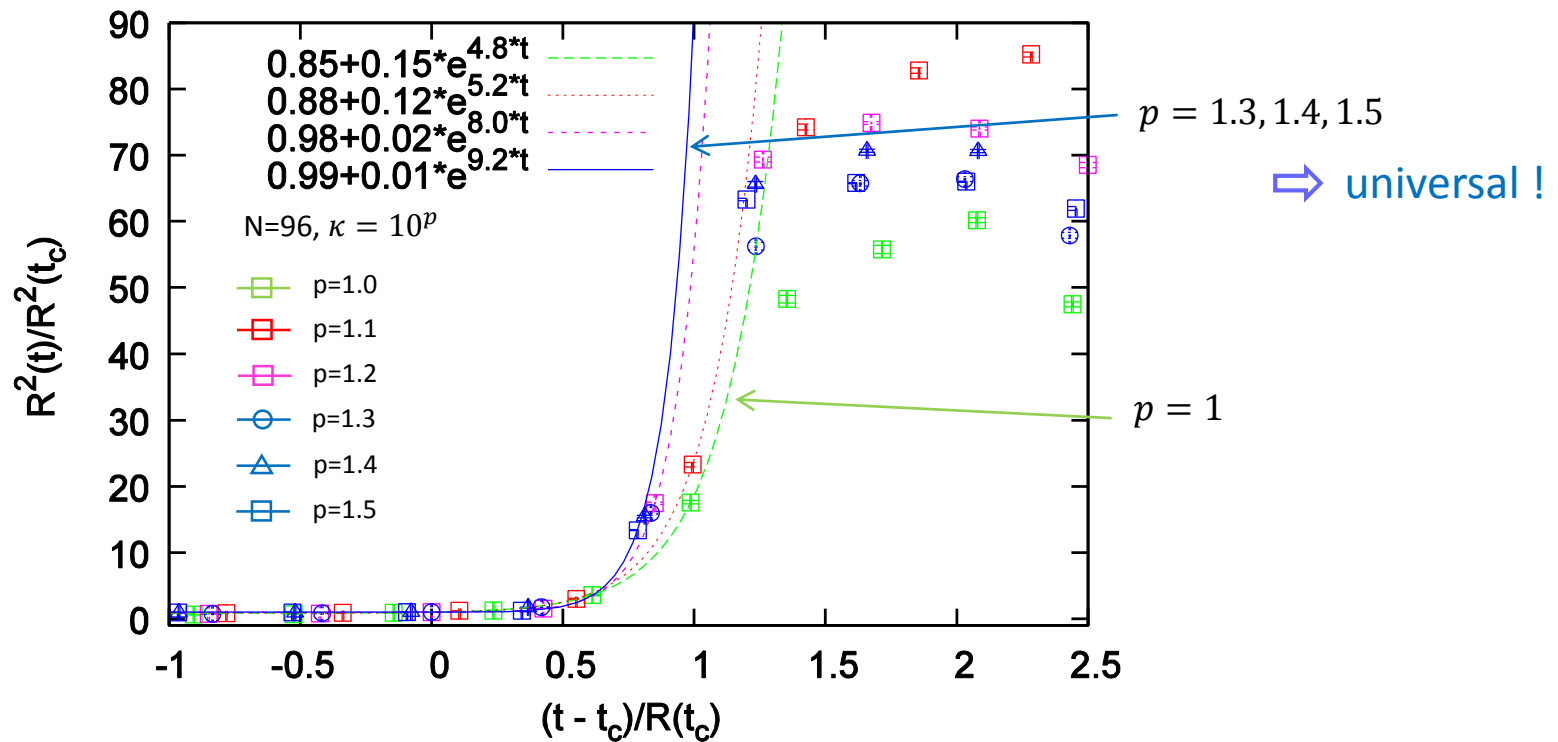
c.f.) $V(x) = x^{2p}$

$p=\infty$:
「最大固有値のみを制限」
c.f.) IKKTの原論文



p の値に結果が依らない領域の存在

Ito-J.N.-Tsuchiya, in preparation



➡ This result suggests that
the IR cutoff effects disappear for sufficiently large p
(But not for $p = 1$!!)

p が大きくなったときの問題

Azuma, Ito, J.N. Tsuchiya, work in progress

- p が 1.5 を超えたあたりから、
 - A_0 の固有値がつまっていかなくなる。
時間方向の連続極限がとれない。
 - $d=5, 7$ などの時空が現れる。
 - 数値シミュレーションが困難になる。
(autocorrelationが大きすぎて、なかなかthermalizeしない。
local minimumにトラップされて、動かなくなる。)

まともな連続極限をとれて、かつ、
その極限において結果が p に依存しないような p の領域がある。
その範囲では、 $d=3$ がuniqueに選ばれているのでは。

来年度の研究計画

- 赤外カットオフの入れ方に注意して、連続極限を調べる。

- 空間の次元 $d=3$ がuniqueに現れるのか？
- 指数膨張に始まり、ベキ則に転ずる振る舞い^①が得られるのか？
- ウィルソン・ループの相関関数計算（スケール不変なゆらぎ？）

- 行列サイズを $N=1000$ に増やした計算の実行。

- プリ・コンディショニングにより、CG法の収束を加速。
- ハイブリッド・モンテカルロ法におけるステップ・サイズを、
行列要素ごとに変える工夫。
- 系統的な近似法を用いた計算

4. まとめと展望

超対称を持ったゲージ理論、行列模型 の数値シミュレーション

- ブラックホール時空

Gregory-Laflamme相転移をゲージ理論側で見られるか。
M理論の手がかりが得られるか。

- 初期宇宙

時空次元、膨張則、ゆらぎの測定。
行列模型が宇宙の開闢とインフレーションを
微視的に記述しているか。

量子重力の効果をフルに取り入れた時空のダイナミクスの研究

QCDのときと同様、計算を高速化するテクニックの開発が不可欠。
扱う物理系の特徴をうまく利用して、工夫することが重要。