物理点における格子QCD計算

浮田 尚哉 (筑波大学 計算科学研究センター)

素粒子・原子核・宇宙「京からポスト京に向けて」シンポジウム

２０１５年3月１１日、紀尾井フォーラム

もくじ

1.京での目標

戦略分野５課題１の京での目標

『格子QCDによる物理点でのバリオン間相互作用の決定』

1) 格子QCD計算の微細化（本報告）：
QCDの基本パラメータであるクォーク質量$m_{\mathrm{u,d,s}}$を決定する。

2) 軽い原子核の直接計算（山崎さんの報告）：
核子の束縛状態である原子核をQCDを用いて直接計算する。
これは、不定性の大きな原子核モデルを介さない理想的な計算法である。

3) バリオン間有効ポテンシャルの決定(土井さんの報告)

2.計算手法

QCD：ハドロンスケールの有効理論

- 興味の対象はハドロン（陽子、中性子など）$\Rightarrow$ 典型的なスケールは、fm $= 10^{-15}$m.

- ハドロンスケールでの４つの力の比 $\Rightarrow$ 強い力が支配的.

  強い力：電磁気力：弱い力：重力 $= 1 : 10^{-2} : 10^{-6} : 10^{-39}$.

- 強い力を記述する QCD(=SU(3) ゲージ理論) が出発点：

$$S_{\rm QCD} = \int dx^4 \left[\frac{1}{2} {\rm tr} F_{\mu\nu}^2(x) + \sum_f \bar{q}_f(x)[i\gamma^\mu(\partial_\mu - igA_\mu) + m_f] q_f(x) \right].$$

  力学的自由度は、グルーオン場 A_μ^a とクォーク場 $q_f^{i\alpha}$ $(f = u, d, s, c, b, t)$.

  パラメータは、結合定数 g とクォーク質量 m_f.

観測可能な物理量 $\mathcal{O}$ は SU(3) singlet で、重み $e^{-S_{\rm QCD}}$ 付き多重積分の期待値として計算される：

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int DA_\mu D\bar{q}_f Dq_f \ \mathcal{O} \ e^{-S_{\rm QCD}}}{\int DA_\mu D\bar{q}_f Dq_f \ e^{-S_{\rm QCD}}}.$$

m_f の決定の難しさ

(i) クォーク単体は観測不可能量 (SU(3)non-siglet).

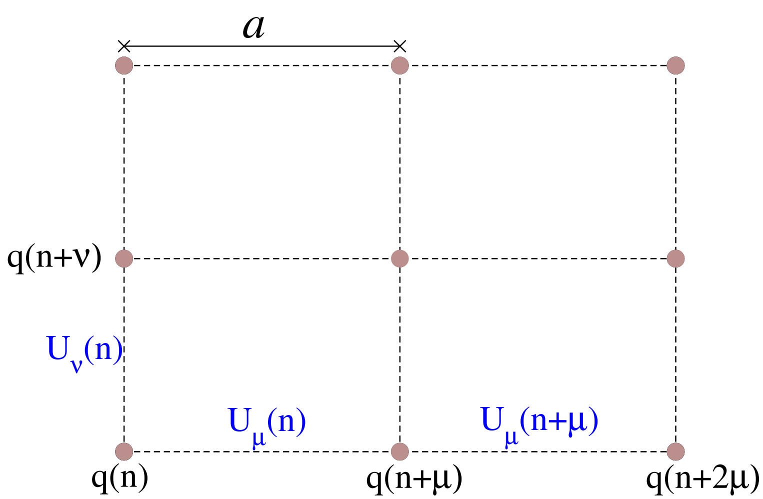
$\Rightarrow$ ハドロン質量 m_{h} を計算し実験値を再現する m_f を探す.

$$\langle \mathcal{O}_{\mathrm{h}}(t)\mathcal{O}_{\mathrm{h}}(0)\rangle = Ce^{-m_{\mathrm{h}}t} + O(e^{-m't}), \qquad (m' > m_{\mathrm{h}}).$$

(ii) $g = O(1)$ で摂動論が使えない.

格子QCD

- ここで格子QCD登場：
  - いくつか近似：(i) u、d、s クォークのみを考え、c、b、t クォークを無視する.
    (ii) アイソスピン対称性を課す. $m_u = m_d \equiv m_{ud}$. $\Rightarrow$ $N_f = 2+1$QCD.
  - QCDの非摂動的定式化：4次元時空の離散化（格子間隔 a)、かつ有限体積 V. $\Rightarrow$ 有限自由度.



$N_f = 2+1$ 格子QCD作用： $S_{\rm LQCD}$.

パラメータ： g, m_{ud}, m_s, V.

連続極限：$a \to 0$ $(g \to 0)$.

格子QCD

- ここで格子QCD登場：
  - いくつか近似：(i) u、d、s クォークのみを考え、c、b、t クォークを無視する.
    (ii) アイソスピン対称性を課す. $m_u = m_d \equiv m_{ud}$. $\Rightarrow$ $N_f = 2+1$QCD.
  - QCDの非摂動的定式化：4次元時空の離散化（格子間隔a)、かつ有限体積V. $\Rightarrow$ 有限自由度.
  - 期待値計算の多重積分を直接実行せず、
    統計分布$e^{-S_{\mathrm{LQCD}}}$に従う配位を生成し、その統計平均を求める操作に置き換える.

$$
\begin{aligned}
\langle\mathcal{O}\rangle &= \frac{1}{Z}\int DU_\mu D\bar{q}_f Dq_f\ \mathcal{O}\ e^{-S_{\mathrm{LQCD}}} \\
&= \frac{1}{Z}\int DU_\mu\ \mathcal{O} \prod_{f=\mathrm{u,d,s}} \det D_f\ e^{-S_{\mathrm{gluon}}} \\
&\qquad \left(\{U^{(1)}\} \to \{U^{(2)}\} \to \{U^{(3)}\} \to \cdots ,\right) \\
&= \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_i \mathcal{O}(U^{(i)}).
\end{aligned}
$$

格子QCD

- ここで格子QCD登場：
  - いくつか近似：(i) u、d、s クォークのみを考え、c、b、t クォークを無視する.
    (ii) アイソスピン対称性を課す. $m_u = m_d \equiv m_{ud}$. $\Rightarrow$ $N_f = 2 + 1$QCD.
  - QCDの非摂動的定式化：4次元時空の離散化（格子間隔 a)、かつ有限体積 V. $\Rightarrow$ 有限自由度.
  - 期待値計算の多重積分を直接実行せず、
    統計分布 $e^{-S_{\rm LQCD}}$ に従う配位を生成し、その統計平均を求める操作に置き換える.
  - 格子QCD $\rightarrow$ QCD：
    $N_f = 2 + 1$ 格子QCDのパラメータ： g, m_{ud}, m_s, V.
    * 体積無限大極限（$V \rightarrow \infty$） $\Longrightarrow$ 有限体積効果の無視できる大きな体積 $V = (10\,{\rm fm})^4$.
    * 連続極限（$a \rightarrow 0$） $\Longrightarrow$ 格子正則化による $\mathcal{O}(a^2)$ 効果のより小さな格子作用を採用.
    * 物理点計算（$m_{ud,s} \rightarrow m_{ud,s}^{\rm phys}$)
      $\Longrightarrow$ $m_{ud,s}^{\rm phys}$ 近傍の配位生成後、reweighting 法を用いて物理点に外挿.

3. Preliminary結果

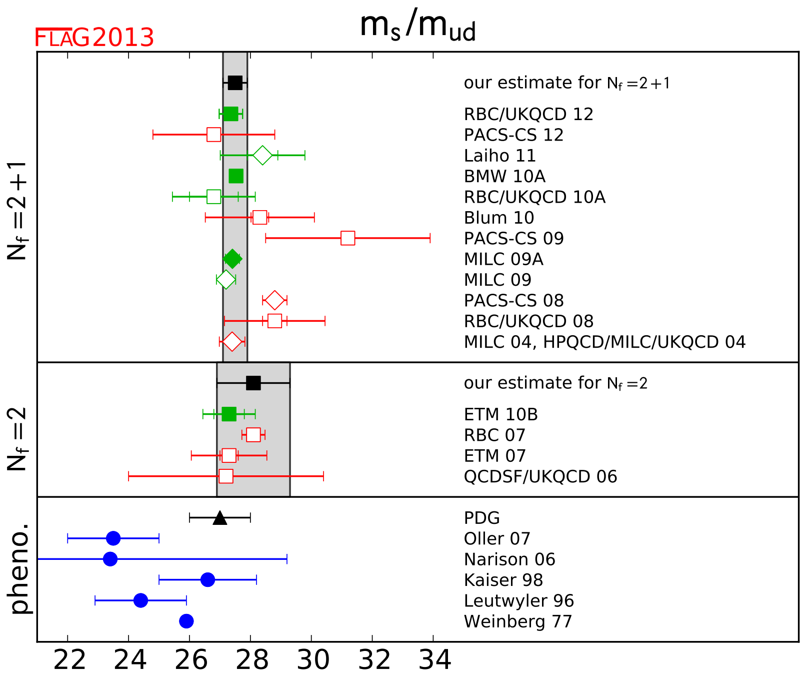
クォーク質量の決定

m_π, m_K, m_Ω を物理インプットに使い、$m_{ud}^{\rm phys}$, $m_s^{\rm phys}$, a を決定する。

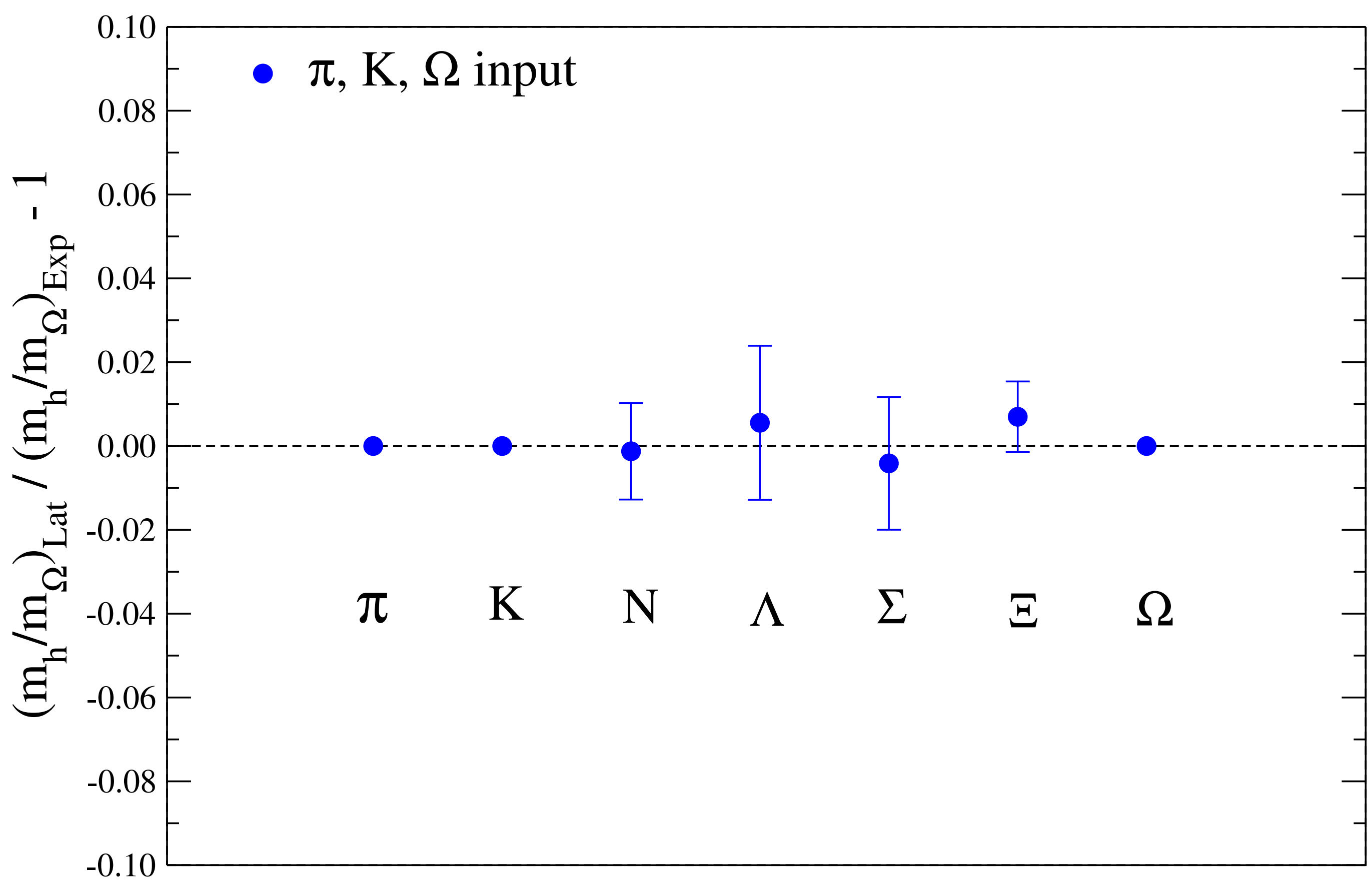
$\Rightarrow$ $m_{ud}^{\rm phys} = 3.14(4)$[MeV], $\quad m_s^{\rm phys} = 89.0(8)$[MeV], $\quad 1/a = 2.33(2)$[GeV].

（但し、$Z_m = 1$. Z_m の計算は現在進行中.）

$m_s^{\rm phys}/m_{ud}^{\rm phys} = 28.3(2)$.



ハドロンスペクトラムの実験値との比較

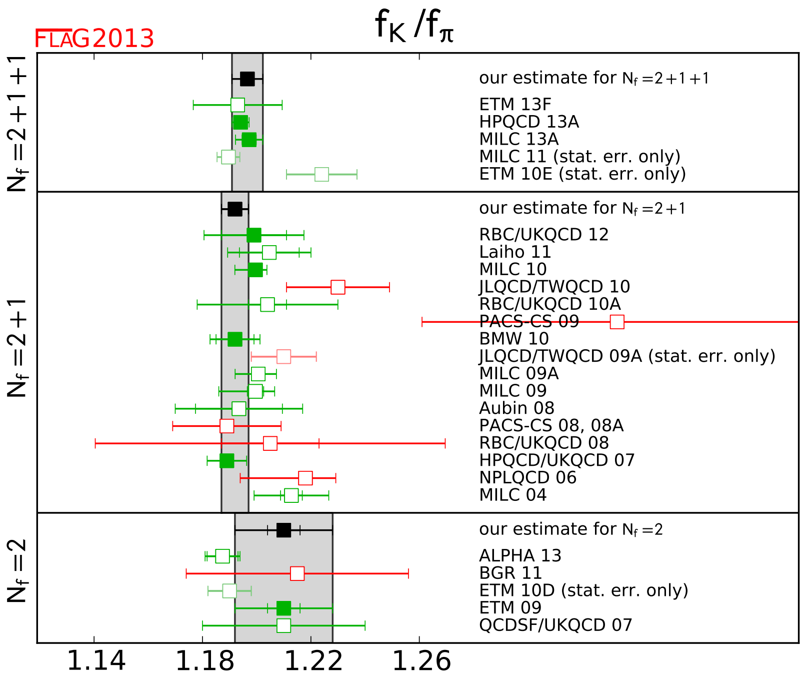


誤差の範囲内で、実験値を再現.

π, K 中間子の崩壊定数

$$\langle 0|\bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 d|\pi\rangle = i f_\pi p^\mu, \qquad \langle 0|\bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 s|K\rangle = i f_K p^\mu,$$

$f_K/f_\pi = 1.188(7)$. cf. 実験値：$f_K/f_\pi = 1.198(2)(5)(1)$



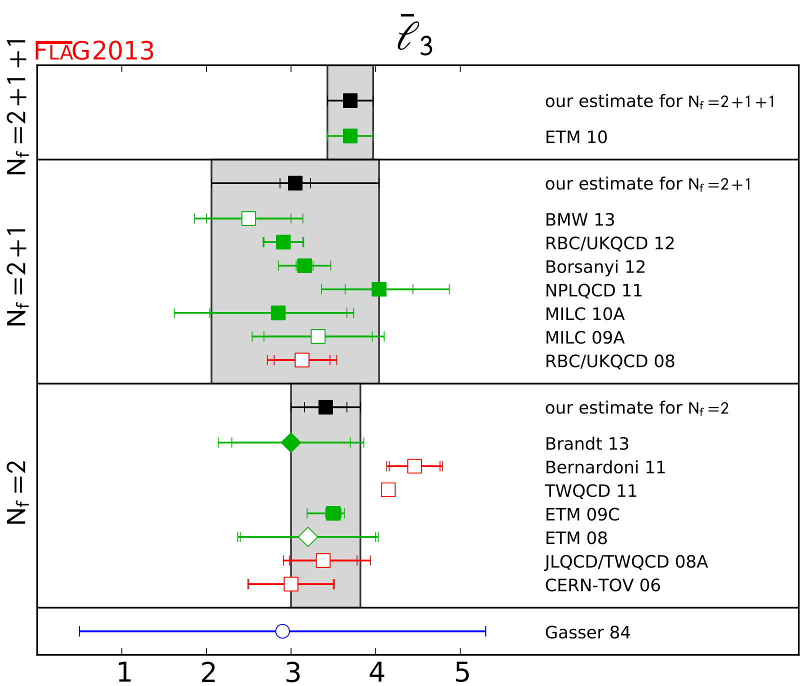
低エネルギ有効理論の定数

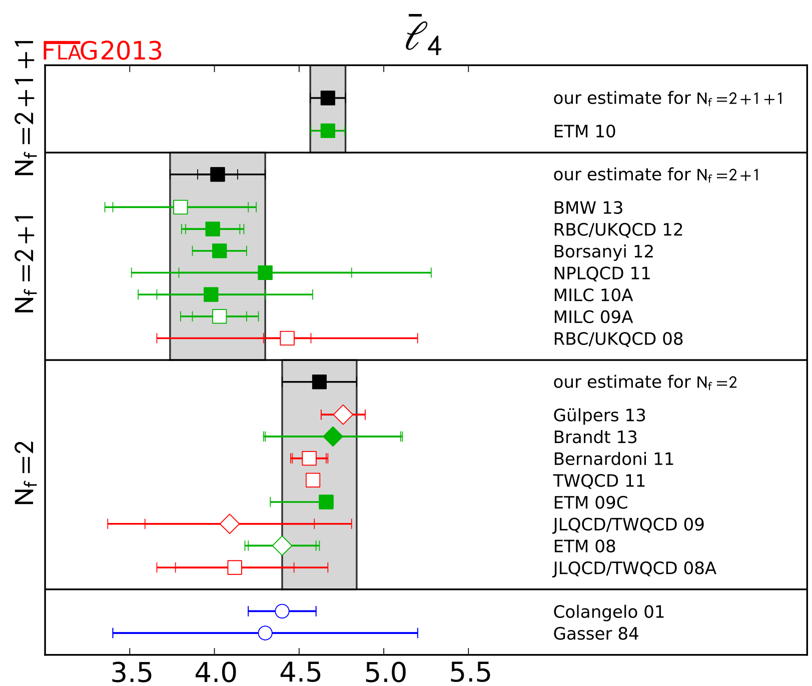
物理点への外挿に、QCD の低エネルギ有効理論を用いた.

そこに含まれるパラメータは、$f,\ B,\ \bar{l}_3,\ \bar{l}_4,\ \cdots$.

$\bar{l}_3,\ \bar{l}_4$ は、$\pi\pi$ 系の S 波の散乱長に関係しているが、現象論から決定することが難しい.

$$\bar{l}_3 = 2.4(3.0), \qquad \bar{l}_4 = 4.6(1.0).$$

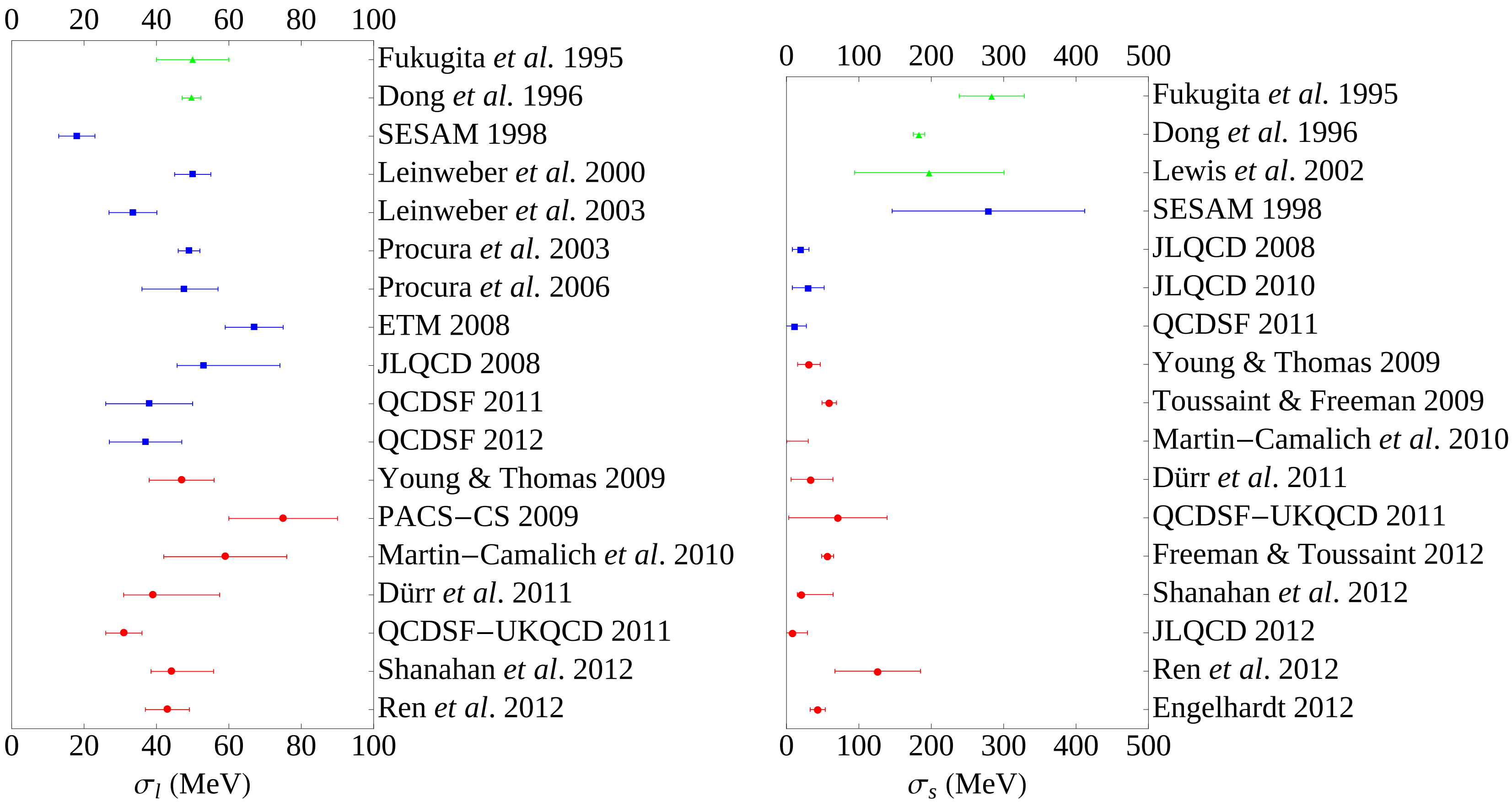




核子のσ項

$$\sigma_l = m_{ud}\langle N|\bar{u}u + \bar{d}d|N\rangle, \qquad \sigma_s = m_s\langle N|\bar{s}s|N\rangle$$

σ_sは、ダークマター探索実験の解析に必要なインプットの中で最も不定性の大きな量.



R. D. Young @ LATTICE2013

$\sigma_l = 67(36)$[MeV], $\qquad \sigma_s = 57(123)$[MeV].

4. まとめ

- $N_f = 2+1$QCDのクォーク質量の決定を行った.
- ハドロンスペクトラム、崩壊定数が、実験値を再現していること確かめた.
- $\bar{l}_3$, $\bar{l}_4$, 核子のσ項の評価を行った.

- 次のステップは、より現実的な$m_u \neq m_d$、かつ$Q_u, Q_d \neq 0$：$N_f = 1+1+1$QCD+QED.