多次元ボルツマン輻射流体コードによる超新星計算

長倉　洋樹（京大基礎物理学研究所）

共同研究者

岩上わかな（早稲田、基研）、住吉光介（沼津高専）、山田章一（早稲田）
古澤峻（国立天文台）、松古栄夫（KEK）、今倉暁（筑波）

HPCI分野5全体シンポジウム@ 紀尾井フォーラム 2015/3/11-12

（分野5　課題3）　**実施計画**

	H23年度	H24年度	H25年度	H26年度	H27年度

課題：

- 3+3+1ボルツマン流体コードを開発し、
  超新星爆発に対する輻射流体計算を行う
- 京では2次元軸対称の科学的計算をH27年度に実行予定

現状：

- ベースコードの開発を完了
- FX10及び京を用いて、コードのチューニングを進めた
- 小規模テストランの実行

	H23年度〜H27年度
3+3+1輻射流体コードによる超新星爆発計算	目標：3+3+1ボルツマン方程式を世界で初めて解きながら超新星爆発に対する輻射流体計算を世界で初めて行う。H27年度に京で本格実行予定。膨大な計算量が必要なため、京では軸対称の科学的計算を実行予定。 長倉ほか

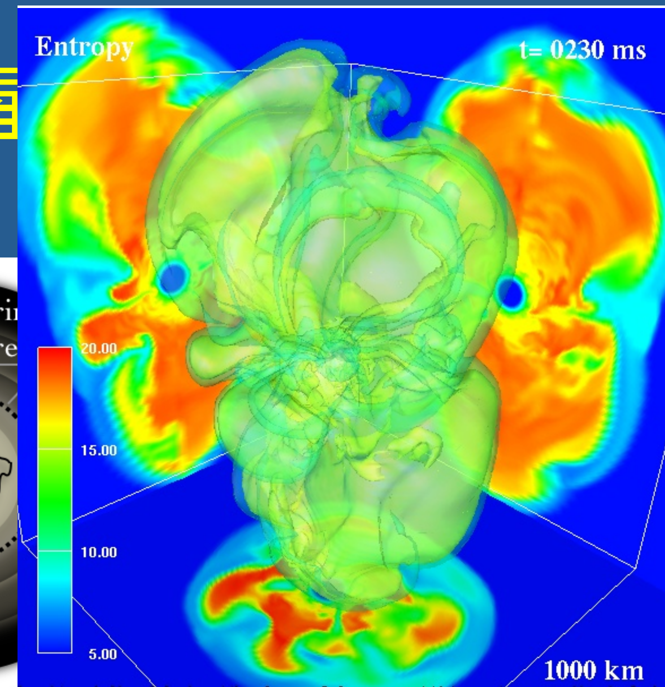
課題代表者：柴田さんのスライド(去年)を拝借

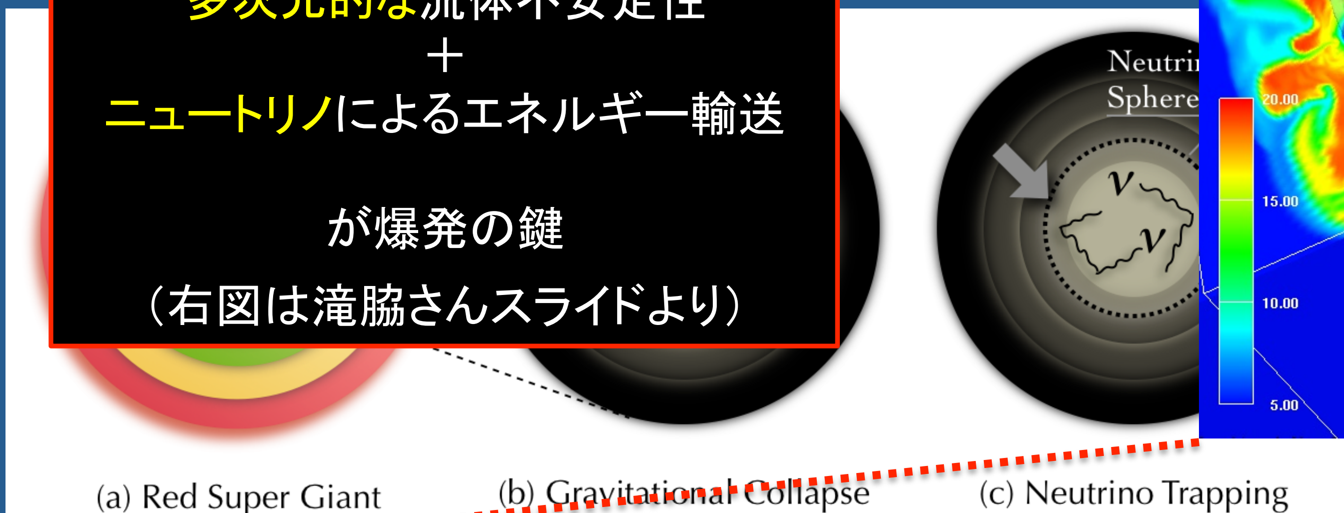
重力崩壊型超新星

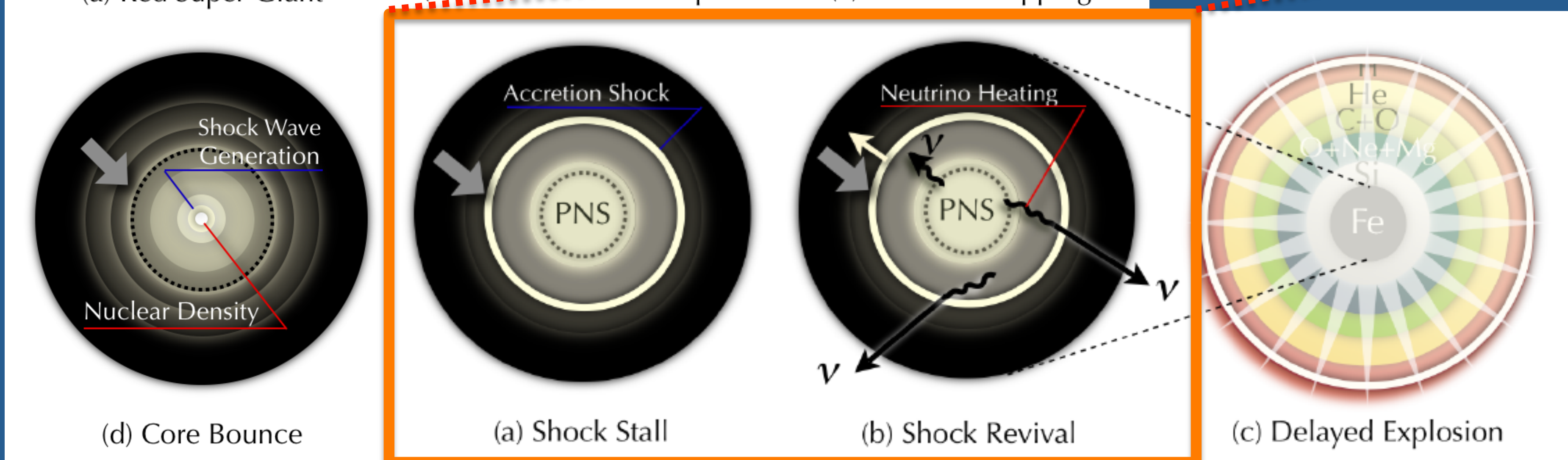
多次元的な流体不安定性
＋
ニュートリノによるエネルギー輸送

が爆発の鍵

（右図は滝脇さんスライドより）

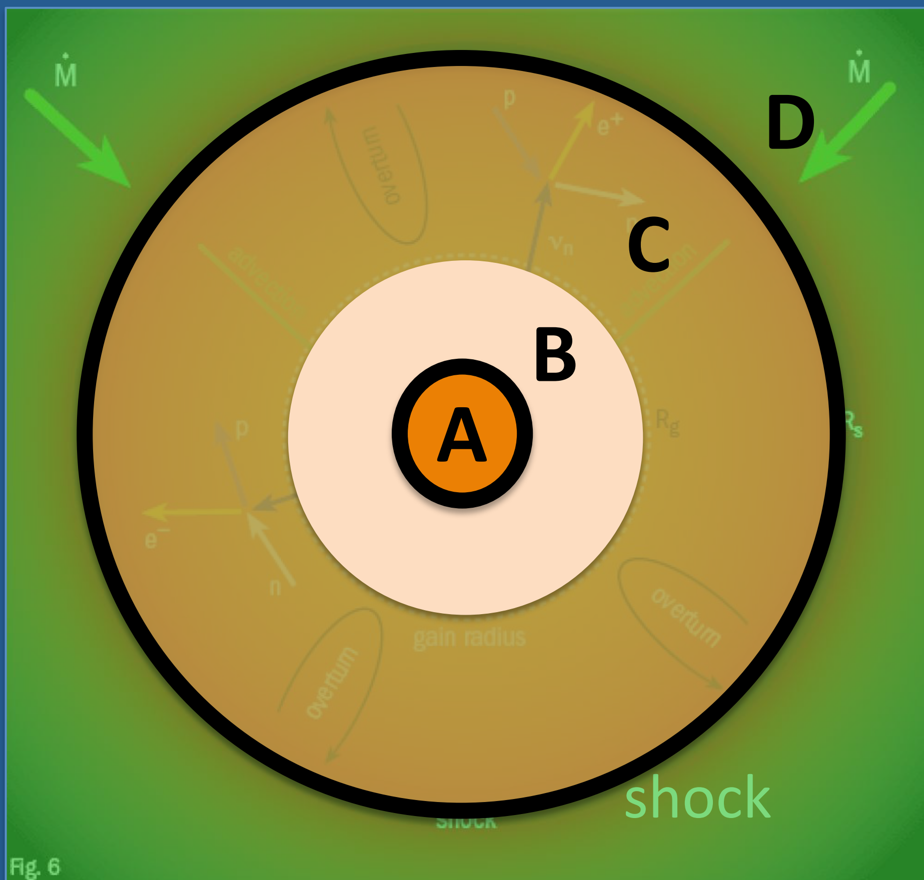


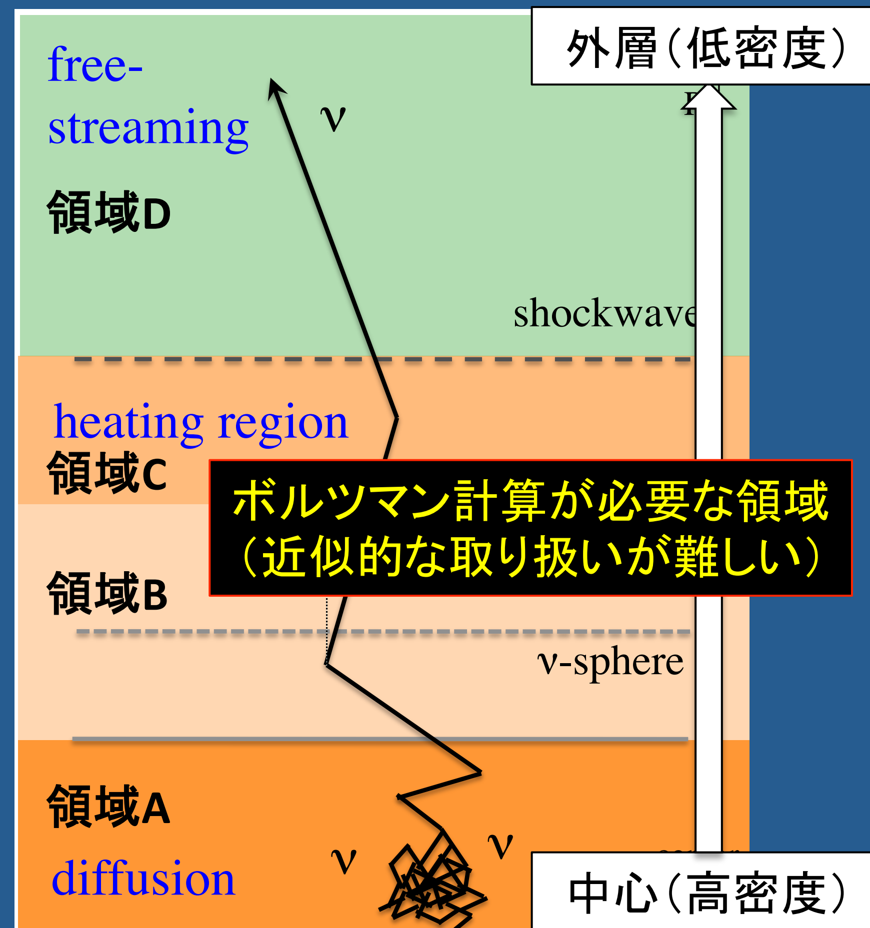




Catoon From Iwakami D thesis

超新星爆発におけるボルツマン計算の必要性



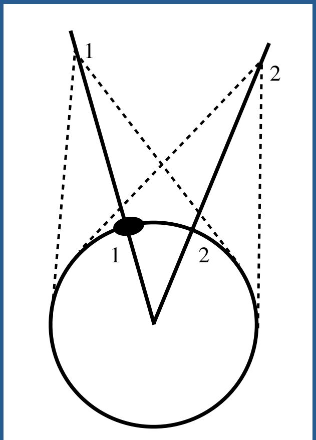


Cartoon fro Janka and Sumiyoshi

近似的ニュートリノ輸送スキーム

- **Ray-by-Ray Approach** (MPA, Oak Ridge, Kotake-Takiwaki-Suwa)

  Neutrino-Advection is essentially considered under spherical symmetry.



Schematic picture for Ray-by-Ray approach (Lentz et al. 2012)

- **Isotropic Diffusion Source Approximation (IDSA)** (Basel, Kotake-Takiwaki-Suwa)

  Neutrinos are decomposed into trapped and streaming parts.

  Two reduced equations are coupled by each source term, which is approximately described under diffusion treatment. (See e.g., Berninger et al. 2013)

- **Moment method** (MPA, Kyoto, Caltech, Basel (Kuroda))

$$M_{(\nu)}^{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_k}(x^\beta) = \int \frac{f(p'^\alpha, x^\beta)\delta(\nu-\nu')}{\nu'^{k-2}} p'^{\alpha_1} p'^{\alpha_2} \cdots p'^{\alpha_k} dV'_p,$$

Shibata et al. 2011

  Neutrino angular direction is integrated. The so-called "closure relation" is imposed in the higher moment.

- **Multi-Group Flux-Limited-Diffusion (MGFLD)** (Oak Ridge, Princeton, Caltech)

  Neutrino Transports are treated as the Energy-Dependent Diffusion Equation.

Boltzmann-Hydro Code 開発

1次元球対称一般相対論的ボルツマンニュートリノ輻射流体計算
(Yamada 1997, 1999 and Sumiyoshi et al. 2005)

多次元化

- 数値アルゴリズムの大幅な変更
（流体、重力、ニュートリノ輸送の解法、これら全てを変更）
- 数値コストの拡大

6次元ボルツマンコード開発

Sumiyoshi and Yamada, 2012
Sumiyoshi et al., 2014

6次元ボルツマン + 流体コード開発

Nagakura et al. 2014

来年度に2D軸対称超新星計算を京で実行予定

ポスト京へ：3D＋数値相対論＋曲がった時空上でのニュートリノ輸送

多次元一般相対論的ボルツマンニュートリノ輻射流体計算

現状報告

- ベースコードの概要
- チューニング状況
- 京での小規模テストラン (preliminary)

計算コードの概要

ニュートリノ輸送（ボルツマン）ソルバー

重力ソルバー

流体ソルバー

ボルツマン方程式 (Sn method)

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 f) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\cos\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta f) \\
&+ \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\sin\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\phi} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\mu_\nu}[(1-\mu_\nu^2)f] \\
&- \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}}{r}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi_\nu}(\sin\phi_\nu f) = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{\mathrm{col}}^{\mathrm{lb}},
\end{aligned}
$$

移流項
(Advection Term)

衝突項
(Collision Term)

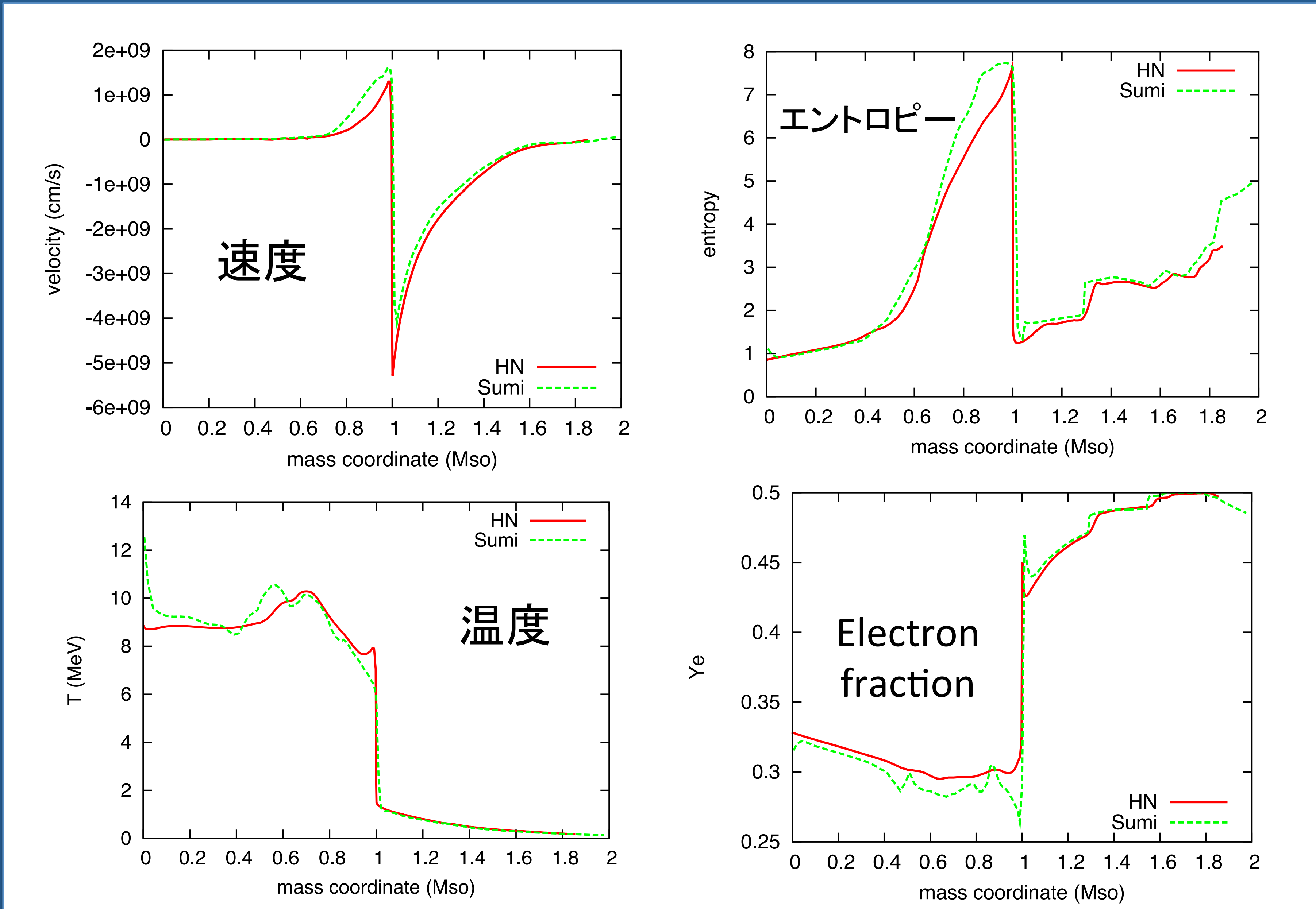
流体、レプトン保存
(shock capturing scheme)
（各コンポーネントは補足参照）

$$
\partial_t \boldsymbol{Q} + \partial_j \boldsymbol{U}^j = \boldsymbol{W_h} + \boldsymbol{W_i},
$$

重力 (MICCG)

$$
\Delta\psi = 4\pi\rho.
$$

Boltzmann-Hydro計算（1Dチェック）



現状報告

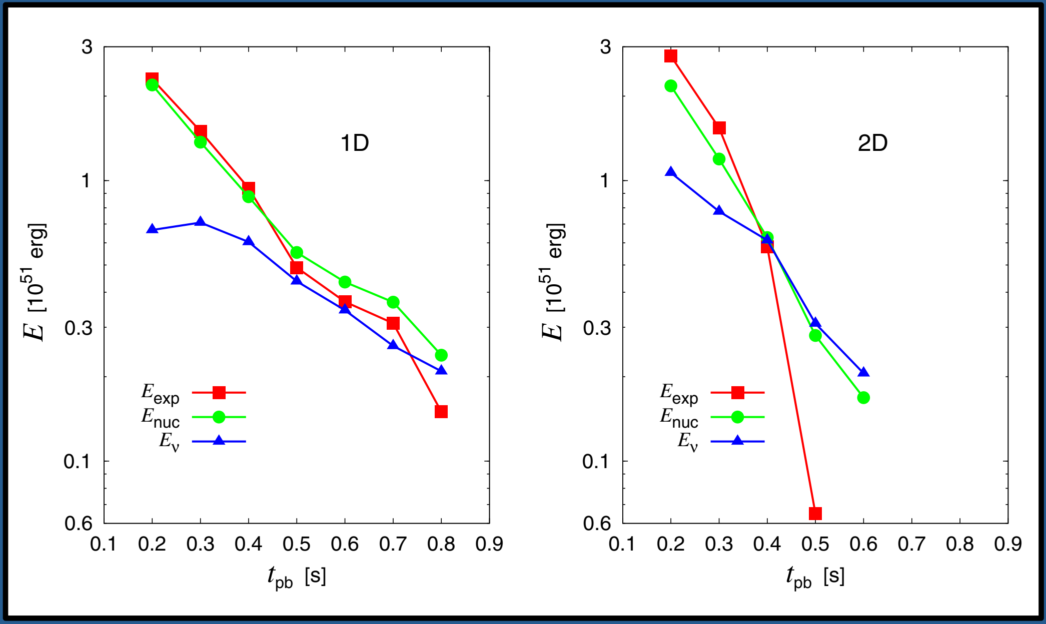
- ベースコードの概要
- チューニング状況
- 京での小規模テストラン (preliminary)

モデルと計算サイズ

- **親星モデル**
  11.2、15太陽質量の2モデル

- **計算領域**
  中心から4000km

- **計算時間**
  Post bounce 後 400〜500 ms
  （400 ms 以内に爆発する必要あり）
  See Yamamoto et al. 2013 →



- **グリッド数及び解像度**

Real Space: 384 (Nr) × 128 (Nth)
Momentu Space : 20 (Ne) × 10 (Na) × 6 (Nb)

ΔR_{min} 〜 100 m, Δ cos θ = 2/Nth

Real Spaceを並列化

ノード数 : 2048 (64×32) : 1 node あたり 6 (ir) × 4 (ith)
1024 (64×18) : 1 node あたり 6 (ir) × 8 (ith)

- **ステップ数** 200〜300万ステップ （Δt 〜 10^{-7} s）

Boltzmannパートのチューニング

Ns（spatial mesh size）, Ne（neutrino energy mesh size）
Na (neutrino angular mesh size), Nb (neutrino angular mesh size)
Nite (number of matrix iteration), Np (preconditoner factor)

注：以下、一種類ニュートリノに対しての演算数の見積もり（実際はこの3倍）

Step1: 反応レートの計算
Step2: 衝突項の行列要素計算

（反応率標準セット）Ns × Ne × (Na × Nb)^2
（電子散乱） Ns × (Ne × Na × Nb)^2

Step3: Optical Depthの計算

(Ns)^α × Ne × Na × Nb（with 通信）

α=2 (1D), α=3/2 (2D), α=4/3 (3D)

Step4: 移流項の行列要素計算

Ns × Ne × Na × Nb（with通信）

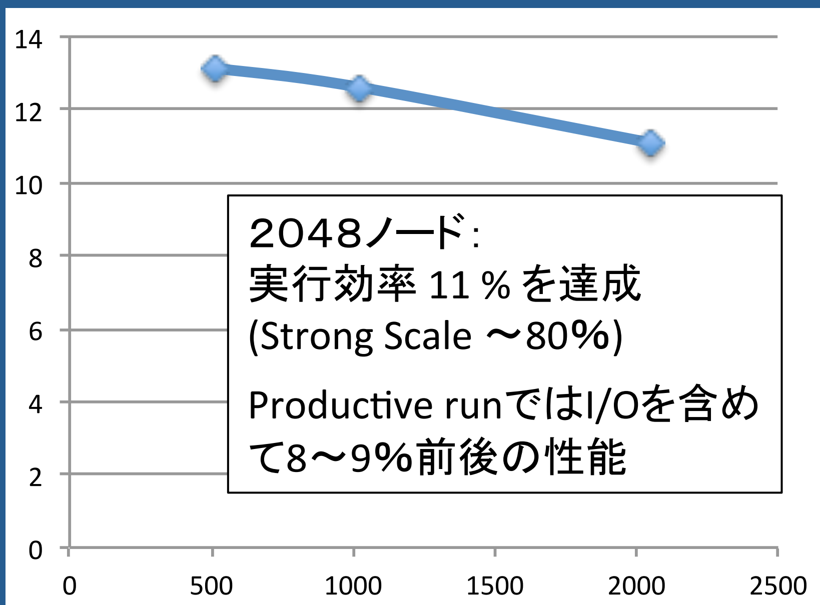
Step5: 行列前処理計算
Step6: 行列計算

（反応率標準セットケース）
Ns × Ne × (Na × Nb)^2 × (Nite + Np) (with通信)
（電子散乱込みケース）
Ns × (Ne × Na × Nb)^2 × (Nite + Np) (with通信)

チューニング状況

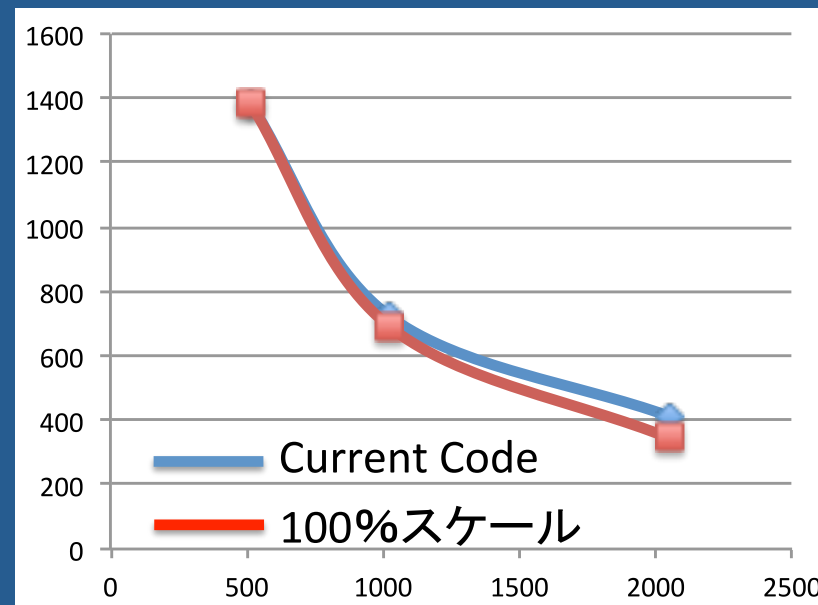
ｖ ストロングスケール (main loop)　　Δt ～ 10^{-7} sで時間発展

Average MFLOPS/PEAK (%)



ノード数

200 time stepのElapsed Time (s)



ノード数

単ノードチューニング : If 分岐の削除とメモリアクセスの改善 → SIMD化を徹底！

通信チューニング : 通信の呼び出し回数を削減（Packing）。
毎ステップ行う必要のない領域を洗いだし、通信量を削減。

マトリックスチューニング : Matrix をブロック毎に分割。全体のElapsed Timeを削減
前処理を単精度化。

現状報告

- ベースコードの概要
- チューニング状況
- 京での小規模テストラン (preliminary)

Post–bounce 約 50 ms 計算 on 京 (preliminary)

岩上さん(早稲田、京大)による計算

Entropy

Lateral Velocity

まとめ

1. 開発した多次元ボルツマン流体コードを用いて、
   来年度に京でプロダクティブランを実行予定

2. 今年度までの成果として

- ベースコード開発の完了（1Dテスト計算で先行研究とconsistent）
- チューニングを進めた（2048 nodeで実行性能11%、Strong Scale 80%）
- 小規模テストランを京で実行 (prompt convectionを確認)

3. 今後は4月から本格計算に向けてコードの整備

（解析コードの構築、小規模ランの詳細解析、データ管理 etc..）

以下補足

多次元ボルツマン流体計算の困難

- 次元が多い（空間３次元＋運動量空間３次元＋時間１次元）
  => 計算コストが大　（解像度チェックを行うにも大変）

- 新しい数値計算アルゴリズムの開発が必要
  これまでの１次元球対称計算とは全く違った手法が必要

Lagrangian Code
(流体comoving系をベースに解く)

Eulerian Code
(実験室系をベースに解く)

ニュートリノ輸送（ボルマン）ソルバー

重力ソルバー

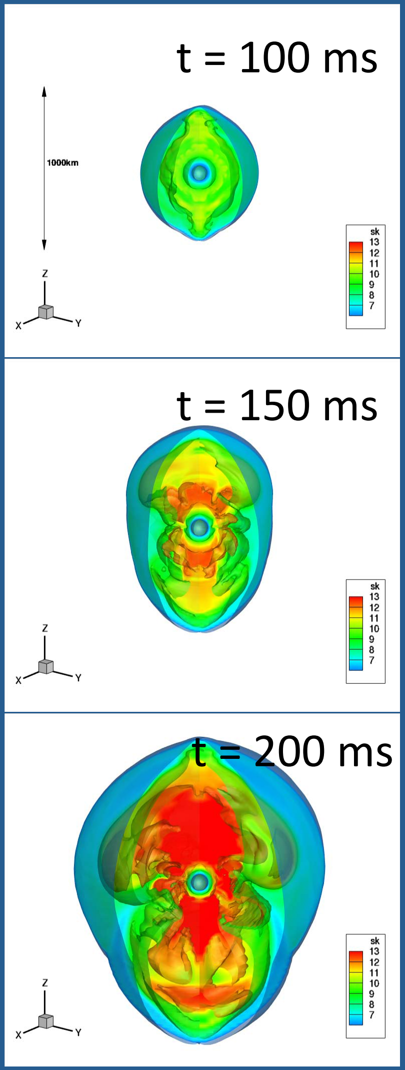
流体ソルバー

滝脇超新星計算とBoltzmann-Hydro計算との比較

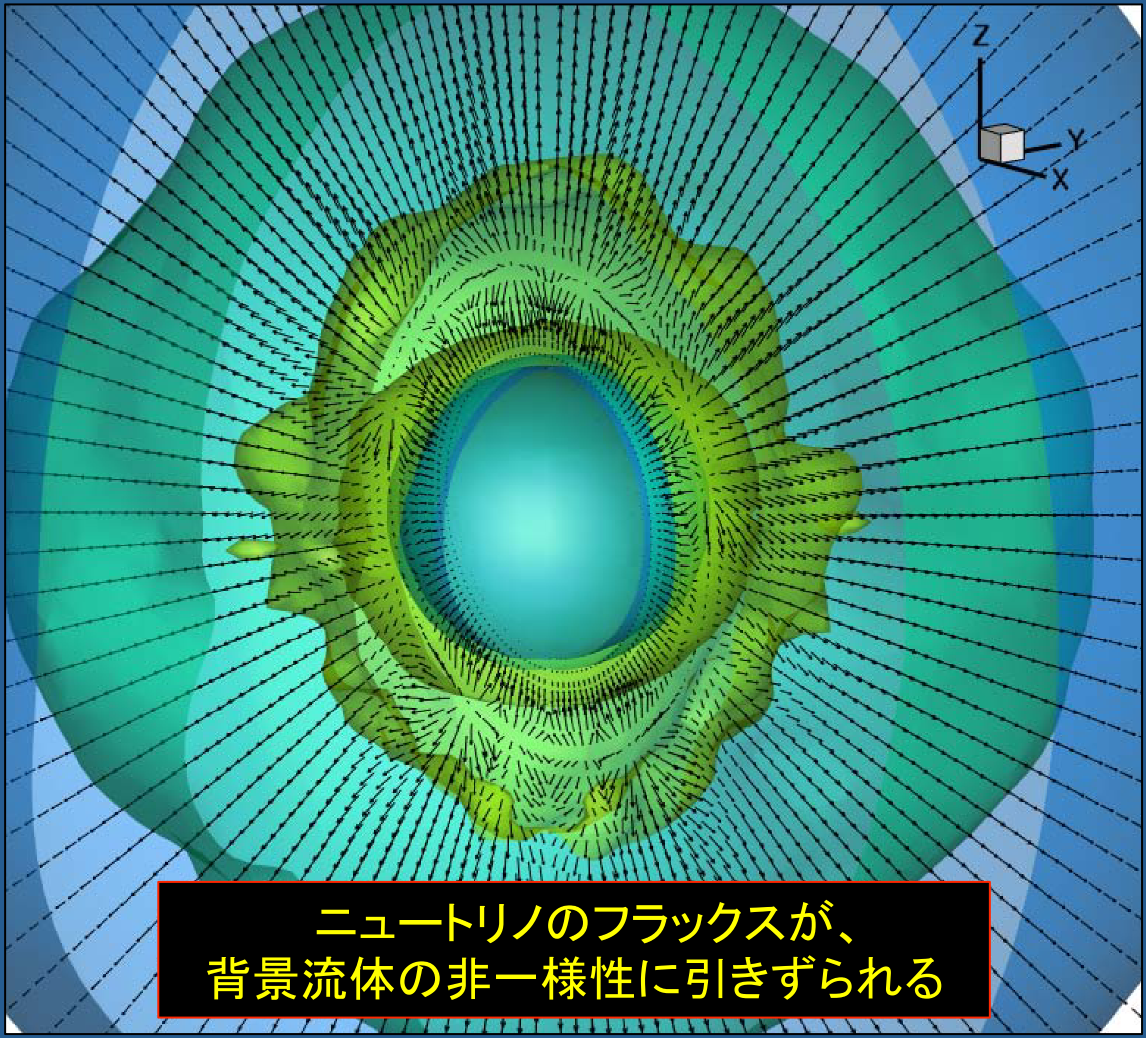
滝脇－固武－諏訪 グループの超新星計算	来年度行う Boltzmann-Hydro 計算
３次元流体 ＋ １次元重力（Newton）	2次元流体 ＋ ２次元重力（Newton）
ニュートリノ輸送 （IDSA）	ニュートリノ輸送 5次元Boltzmann with full v/c order
ニュートリノ反応 標準セット	ニュートリノ反応標準セット ＋ 電子散乱 原子核の電子捕獲反応 (GSI Table)
EOS Lattimer & Swesty	EOS Furusawa EOS （NSE with light Nuclei）

3次元超新星プロファイル中でのBoltzmann計算

Sumiyoshi et al. 2014



エントロピー分布（3D滝脇計算）



ニュートリノ密度のコンターマップ

Boltzmannパートの概要

ボルツマン方程式

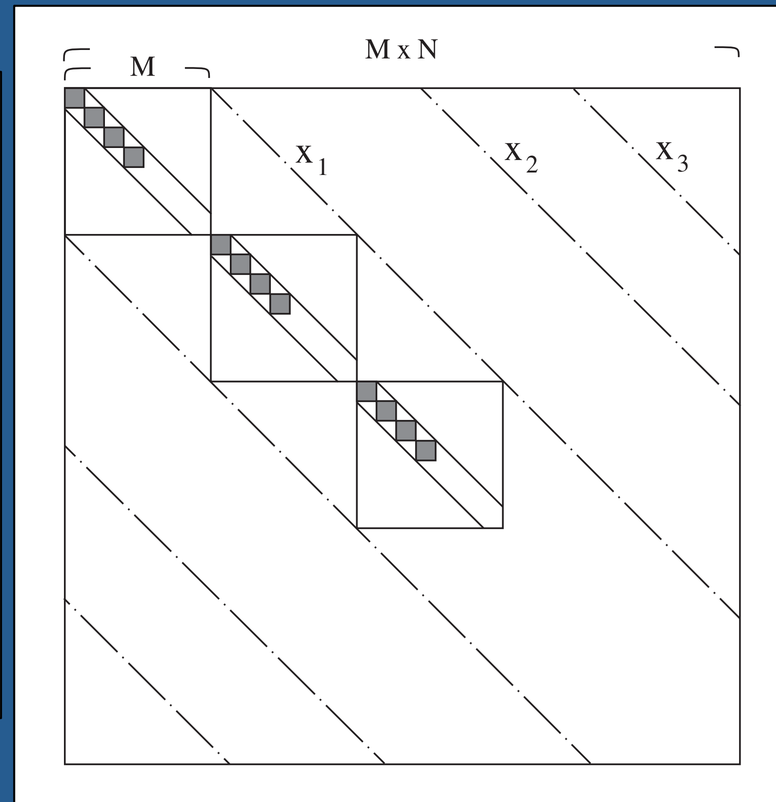
$$
\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 f) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\cos\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta f)
$$

$$
+ \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\sin\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\phi} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\mu_\nu}[(1-\mu_\nu^2)f]
$$

$$
- \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}}{r}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi_\nu}(\sin\phi_\nu f) = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{\mathrm{col}}^{\mathrm{lb}},
$$

移流項
(Advection Term)

衝突項
(Collision Term)



(Semi) Implicit Methodを用いるので、大規模行列計算が必要

流体及び
レプトン数保存式

$$
\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} \sqrt{g}\rho \\ \sqrt{g}\rho v_r \\ \sqrt{g}\rho v_\theta \\ \sqrt{g}\rho v_\phi \\ \sqrt{g}(e + \frac{1}{2}\rho v^2) \\ \sqrt{g}\rho Y_e \end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{U}^j = \begin{pmatrix} \sqrt{g}\rho v^j \\ \sqrt{g}(\rho v_r v^j + p\delta_r^j) \\ \sqrt{g}(\rho v_\theta v^j + p\delta_\theta^j) \\ \sqrt{g}(\rho v_\phi v^j + p\delta_\phi^j) \\ \sqrt{g}(e + p + \frac{1}{2}\rho v^2) v^j \\ \sqrt{g}\rho Y_e v^j \end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{W_h} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{g}\rho\left(-\psi_{,r} + r(v^\theta)^2 + r\sin^2\theta(v^\phi)^2 + \frac{2p}{r\rho}\right) \\ \sqrt{g}\rho\left(-\psi_{,\theta} r^2 + \sin\theta\cos\theta(v^\phi)^2 + \frac{p\cos\theta}{\rho\sin\theta}\right) \\ -\sqrt{g}\rho\psi_{,\phi} \\ -\sqrt{g}\rho v^l \psi_{,l} \\ 0 \end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{W_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{g}G^r \\ -\sqrt{g}G^\theta \\ -\sqrt{g}G^\phi \\ -\sqrt{g}G^t \\ -\sqrt{g}\Gamma \end{pmatrix}.
$$