

重点課題9 / サブ課題C

宇宙大規模構造と宇宙プラズマの
6次元Vlasovシミュレーション
+
PIC シミュレーション

筑波大学 計算科学研究センター
吉川 耕司

Vlasov方程式

▶ Boltzmann 方程式 :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = \underline{C[f]}$$

▶ Vlasov方程式

collision term

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0$$

▶ Hamilton 方程式

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{x}}$$

Hamiltonianによって、様々な相互作用をする物質のダイナミクスを記述できる

自己重力系、プラズマ、輻射・ニュートリノ輸送

Vlasov シミュレーション

▶ 空間3次元 + 運動量(速度)3次元からなる6次元位相空間上での物質分布を時間発展

- 必要なメモリ容量や計算コストが膨大
- これまでの研究では対称性を課すなどして次元を下げている

▶ 重力多体シミュレーションやPICシミュレーション

- 位相空間上の物質分布をモンテカルロ的に粒子でサンプリングして計算
- 必然的に物理量にショットノイズが入る

▶ Vlasovシミュレーションの長所

- ショットノイズがない
- 速度空間での物質分布のtail endが重要な役割を果たす物理過程
- wave-particle interaction、粒子加速、無衝突減衰(Landau 減衰)、

Vlasov シミュレーション

▶ 自己重力系

- 穂積さんとかが2+2次元での計算
- 6次元位相空間での最初のVlasovシミュレーション

Yoshikawa, Yoshida, Umemura (2013)

▶ プラズマ

- solar wind と惑星磁場の相互作用 : Umeda, T. et al. (2011)
- 5次元位相空間でのVlasovシミュレーション

Minoshima, Matsumoto, Amano (2011, 2013, 2015)

▶ 計算手法

- シミュレーションは常にmemory-limited
- あまりメッシュ数をジャブジャブ増やせない
- とにかく高次精度スキームが必要

PFC3, PFC5, MP5, MMA, MMAFV

宇宙大規模構造におけるニュートリノの影響

▶ ニュートリノ振動の発見

宇宙に大量に存在するニュートリノが質量を持つことが明らかに

→ 重力相互作用を通じて大規模構造形成に影響

▶ ニュートリノの及ぼす力学的影響

free streaming、無衝突減衰

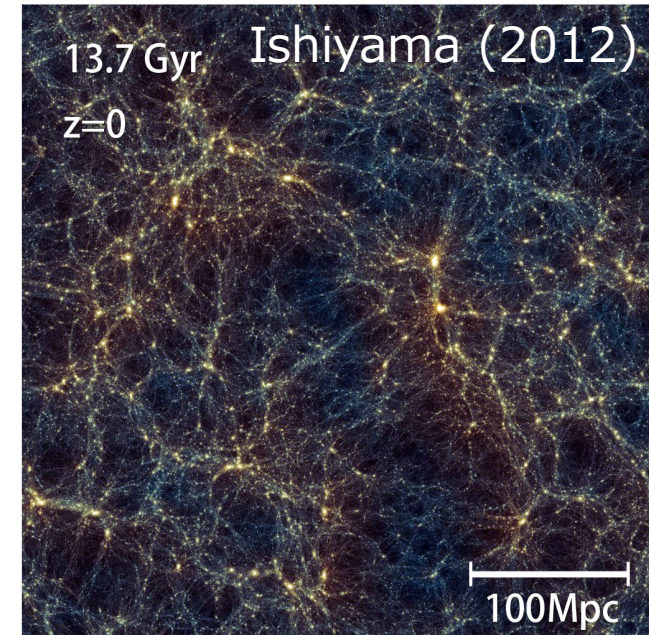
- 速度分散 σ を持つ物質では、 $k_{\text{FS}} = \left(\frac{4\pi G\rho}{\sigma^2} \right)^{1/2}$ より小さいスケールの

密度揺らぎしか重力不安定性で成長しない。

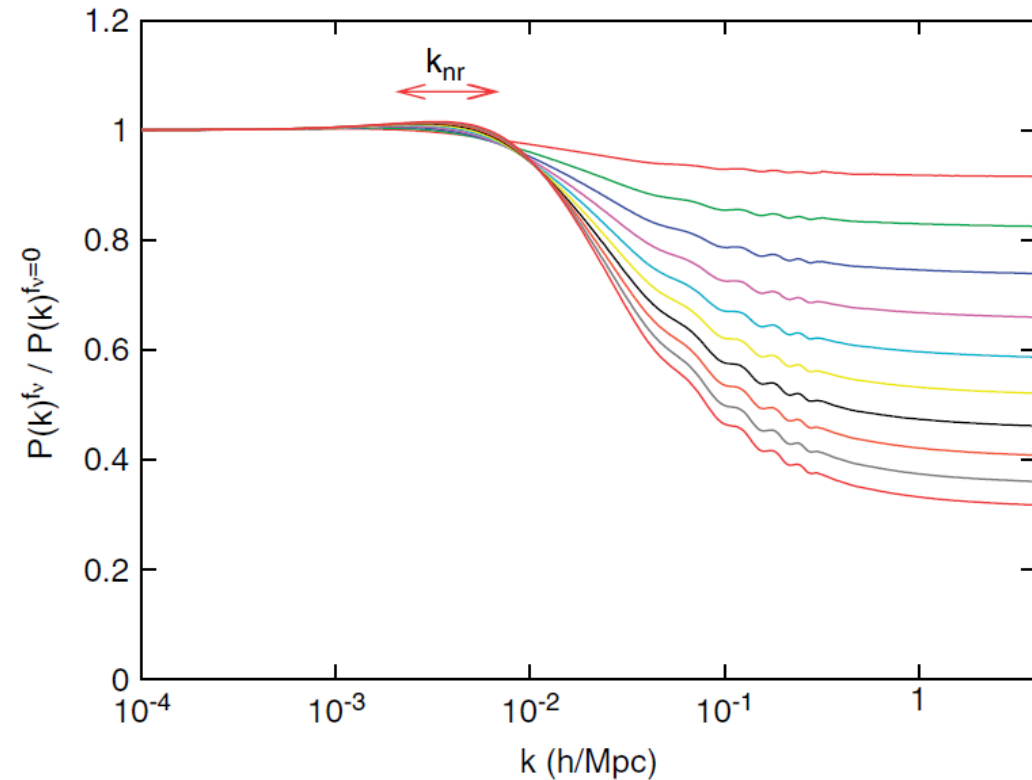
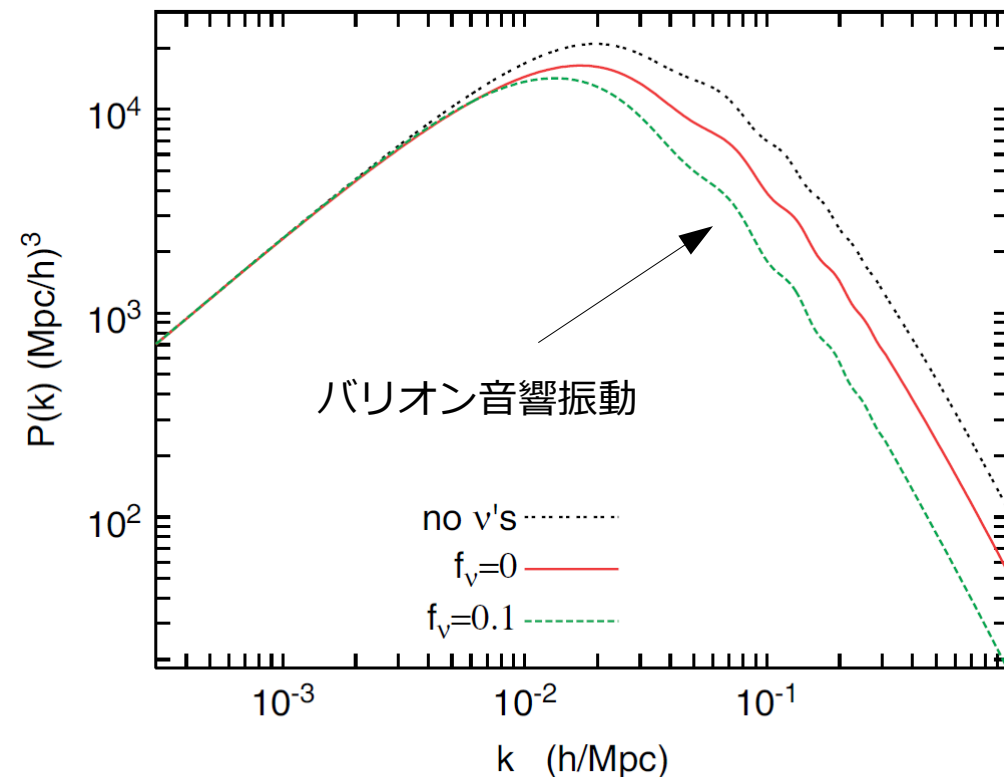
- 非相対論的なニュートリノの速度分散

$$\sigma \sim 150(1+z) \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^{-1} \text{km/s}$$

→ 減衰スケール： $\lambda_{\text{FS}} \sim 640 \left(\frac{\Omega_m}{0.3} \right)^{-1/2} \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^{-1/2} h^{-1} \text{Mpc}$



ニュートリノの構造形成への力学的影響



▶ ニュートリノの質量によって減衰の度合いが異なる

➡ 銀河の広域サーベイによってニュートリノ質量を測定可能

▶ 注目すべきスケールはバリオン音響振動のスケールよりも大きい

▶ BAOの精密観測を目指す銀河サーベイでニュートリノの質量を測定可能かも

(Euclid、Square Kilometer Array)

自己重力系のVlasovシミュレーション

► Vlasov-Poisson 方程式

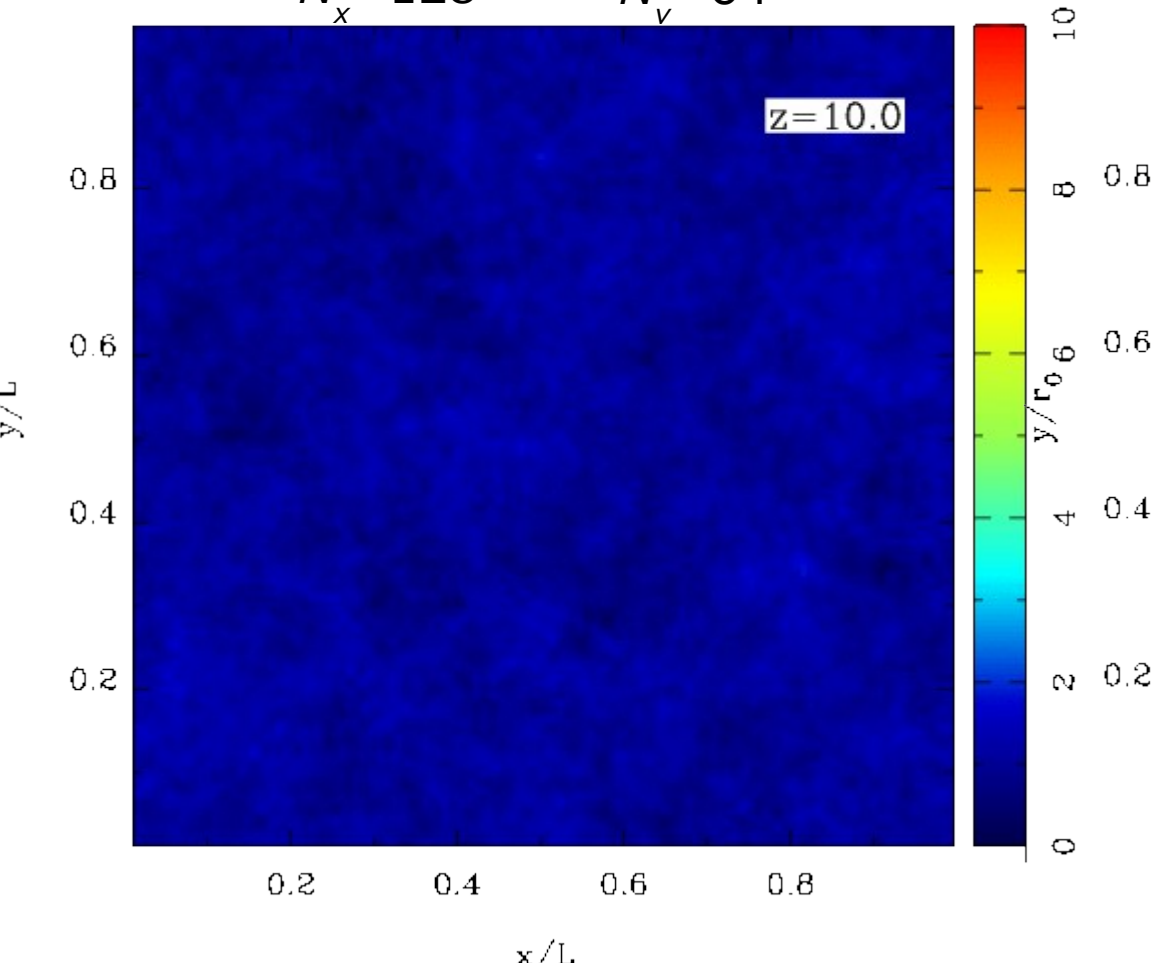
$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho = 4\pi G \int f d^3 \vec{v}$$

Vlasov-Poisson simulation

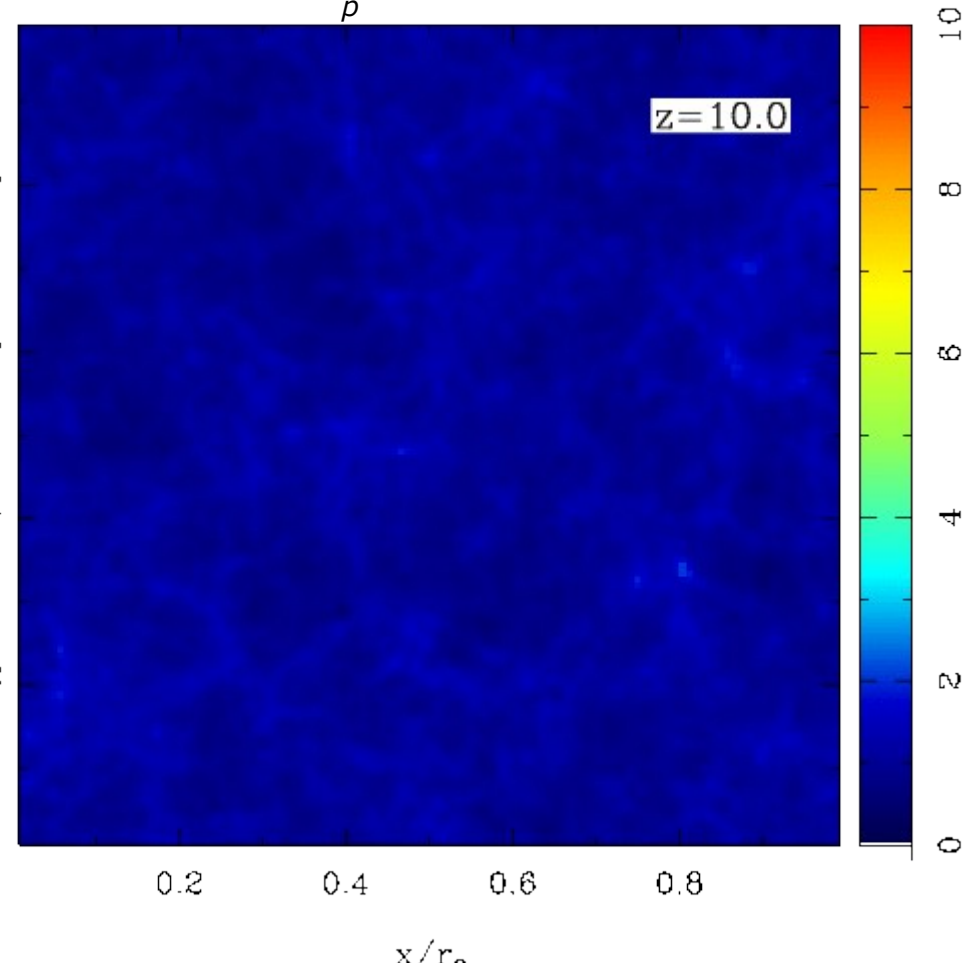
$N_x = 128^3$

$N_v = 64^3$



N-body simulation

$N_p = 128^3$



Post-K Computer でのシミュレーション

▶ N体シミュレーションとVlasov-Poissonシミュレーションのハイブリッド

$$\frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} + 2H \frac{d\vec{x}_i}{dt} = -\frac{1}{a^2} \nabla \phi \quad \leftarrow \text{CDM (Cold Dark Matter)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{v}}{a} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} - \left[H\vec{v} + \frac{\nabla \phi}{a} \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad \leftarrow \text{neutrino}$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 (f_{\text{cdm}} \delta_{\text{cdm}} + f_{\nu} \delta_{\nu})$$

▶ Vlasov-Poisson シミュレーションの計算規模

- mesh数 : 256^6
- 256^6 メッシュでのメモリ量 : 1.5PB
- 1Eflopsマシンでの 256^6 メッシュの実行時間/step : 16 sec
- 5000 steps/run

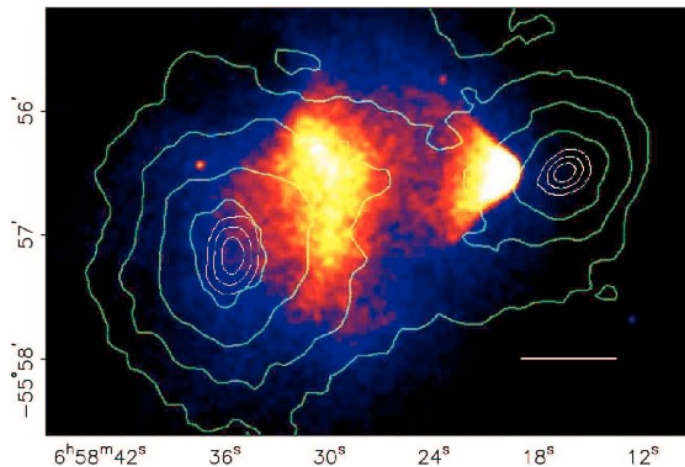
プラズマ物理シミュレーション

▶ 宇宙のプラズマ

太陽、惑星間プラズマ、BH降着円盤

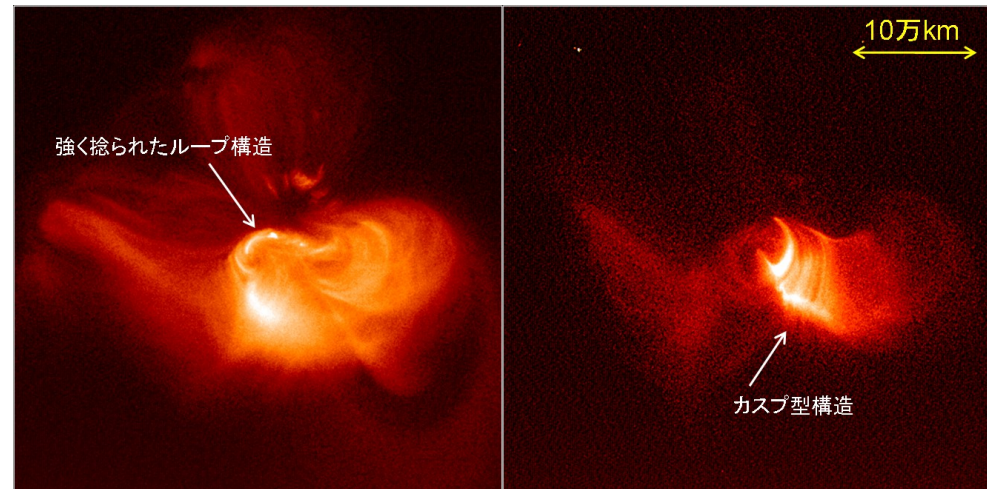
星間プラズマ、超新星、ガンマ線バースト、銀河団

銀河団：1E 0657-56



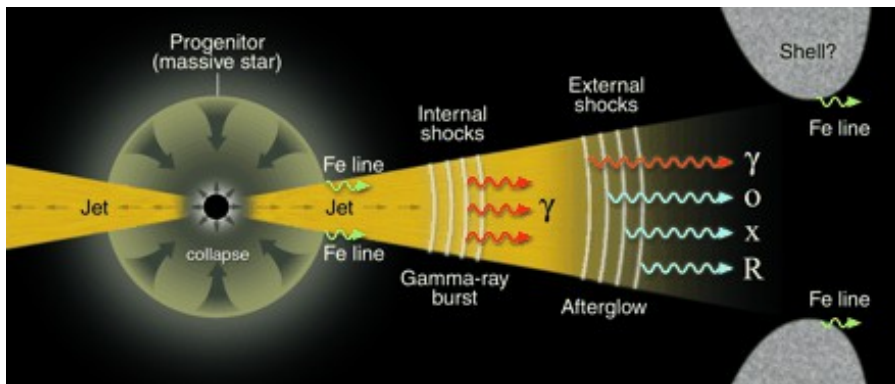
(Markevitch 2006)

太陽フレアの発生



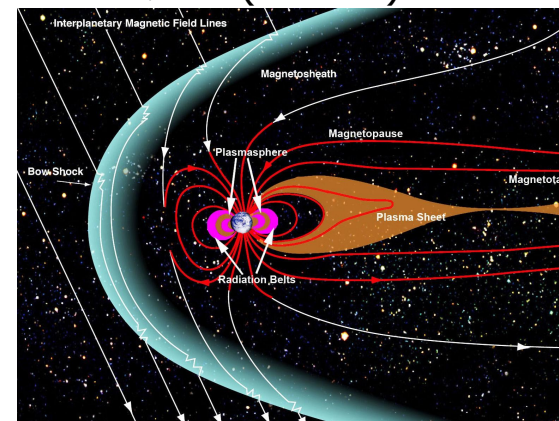
(JAXA, Hinode)

ガンマ線バースト (模式図)



(Mészáros 2001)

地球磁気圏(模式図)



プラズマ物理シミュレーション

▶ 無衝突プラズマ

- 地球軌道付近での電子の平均自由行程：1 AU $\sim$ 1.5×10^8 km
- 衝撃波の遷移領域：1000km
- 粒子間のcollisionではなく電磁場との相互作用でエネルギー散逸
 - ➡ 粒子加速・高エネルギー粒子の発生
- 磁気リコネクション：磁力線のつながぎ替えによる磁場エネルギー解放

▶ シミュレーション手法

- MHD (Magneto-Hydrodynamics) シミュレーション ➡ 大須賀さん発表
- PIC (Particle-In-Cell) シミュレーション ➡ あとで
- Vlasov シミュレーション

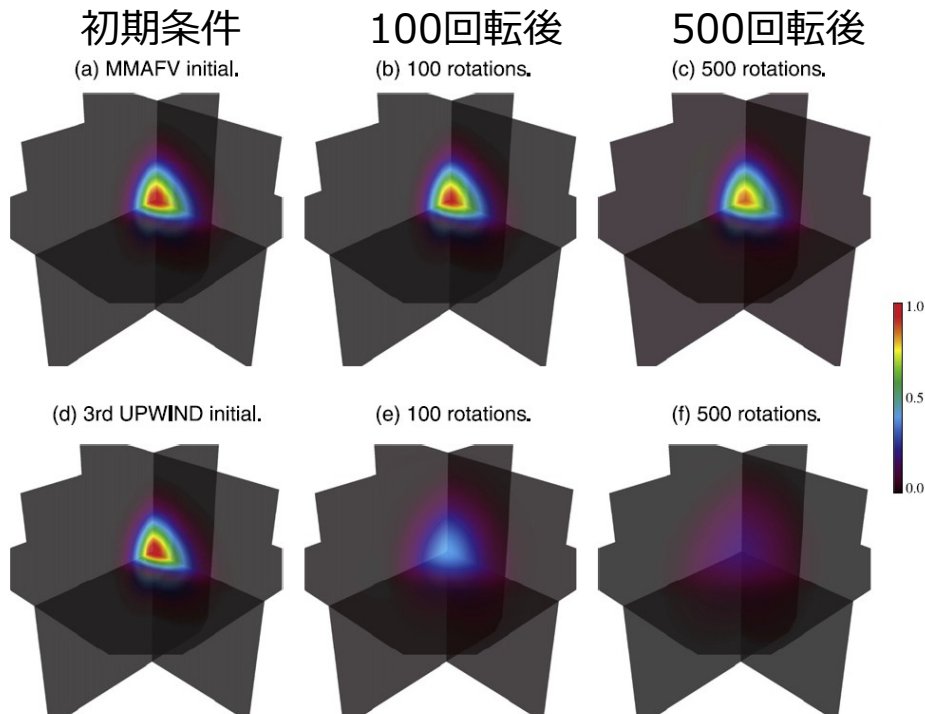
MMA scheme

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0$$

位相空間での剛体回転による移流

▶ 通常の移流スキームでは様々な困難

▶ Multi-Moment Advection scheme Minoshima, Matsumoto, Amano (2011,2013)



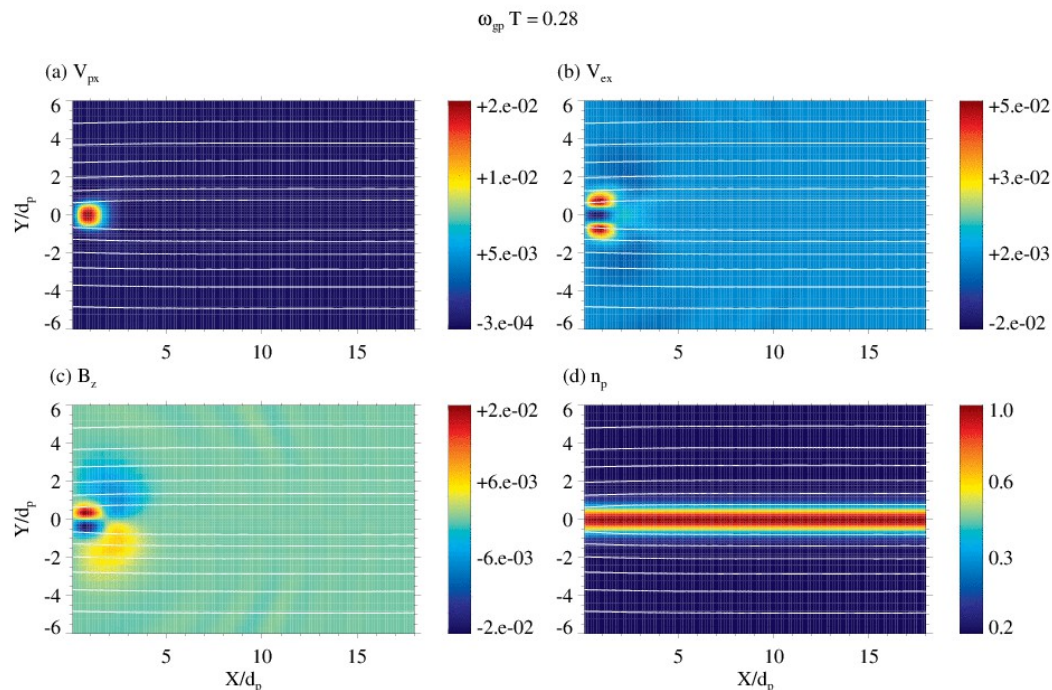
- 分布関数の2次までのモーメントの保存を保証
- MMA scheme : 32^3 mesh
- 3rd order upwind scheme : 68^3 mesh

無衝突プラズマ

► Vlasov-Maxwell 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \nabla \times \vec{E} \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \nabla \times \vec{B} - 4\pi \vec{J}$$



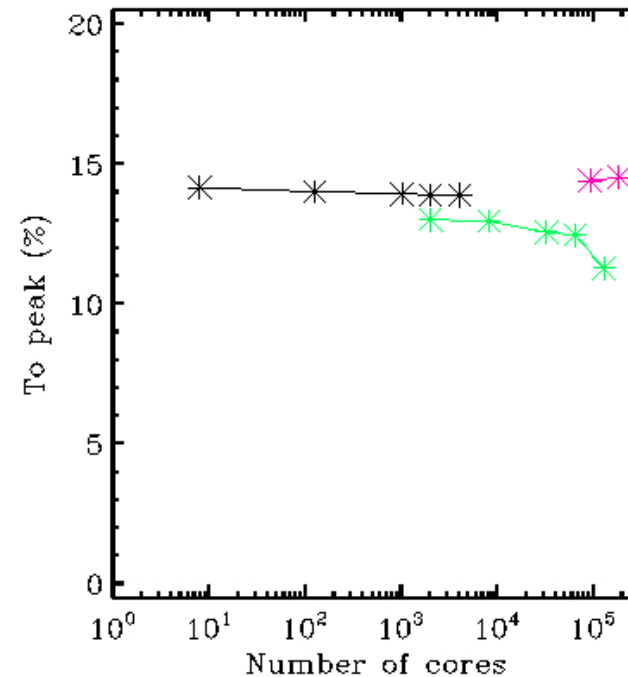
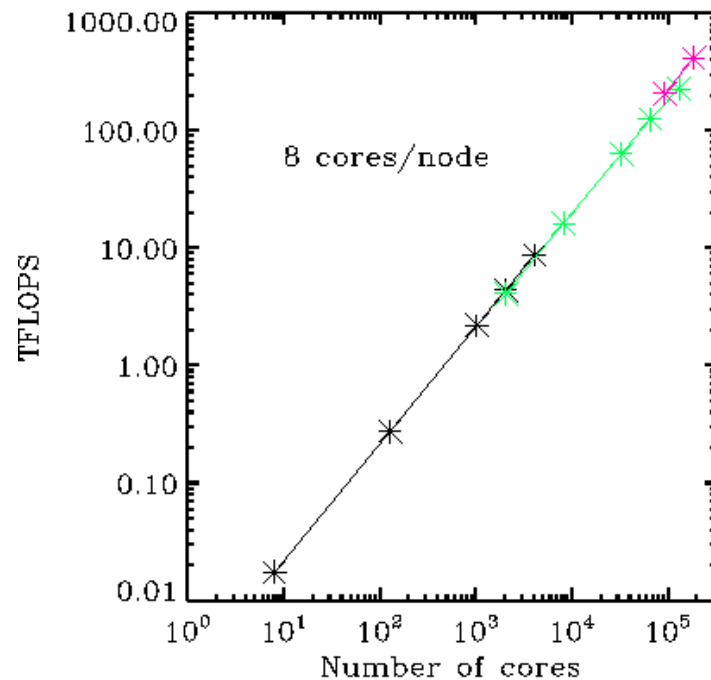
► 空間 2 次元 + 速度 3 次元

► $256 \times 64 \times (32)^3$ mesh

PIC シミュレーション

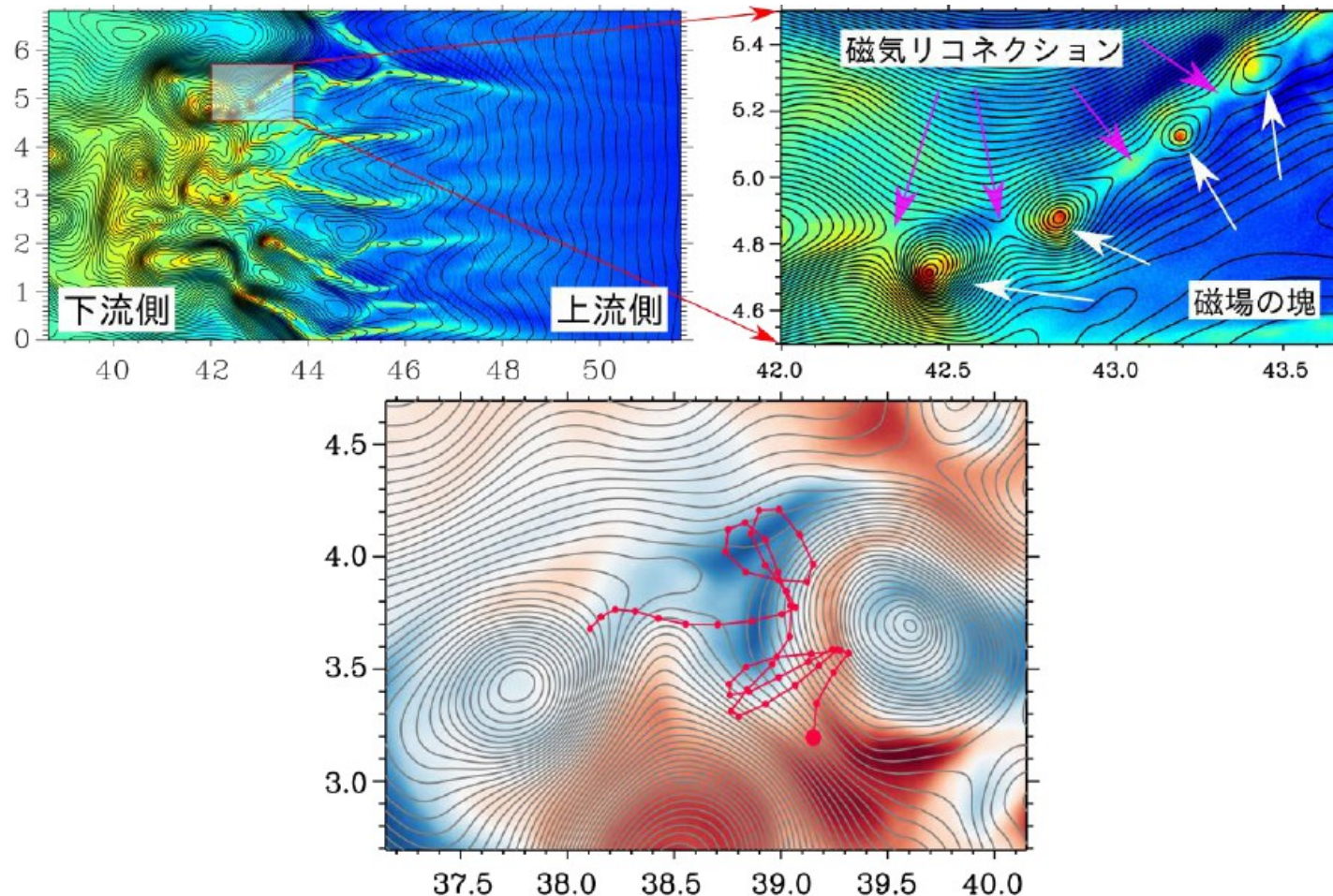
▶ PICシミュレーションによる粒子加速機構の解明

▶ 超新星残骸での衝撃波における電子加速 Matsumoto et al. (2012, 2013, 2015)



K-computer による成果

Matsumoto et al. (2015) Science



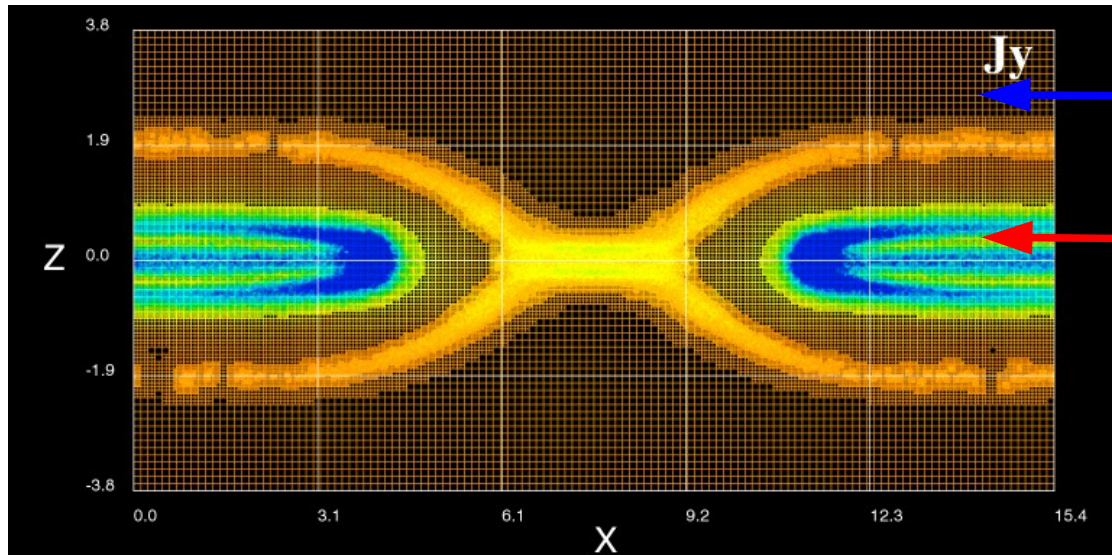
- ▶ 無衝突衝撃波中の磁気リコネクションが粒子加速に重要な役割
- ▶ $N \sim 10^{10}$ particles のシミュレーション

PIC シミュレーション

AMR-PIC コード

Fujimoto (2011)

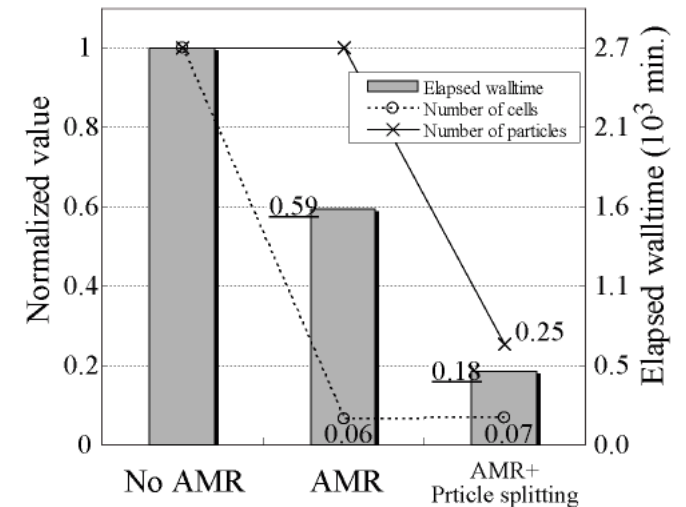
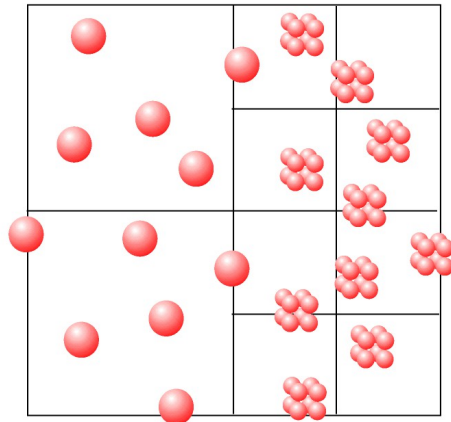
$$\Delta x < 3\lambda_D \propto n_e^{-1/2}$$



$$\lambda_D \sim 6 \times 10^3 \text{ m}$$

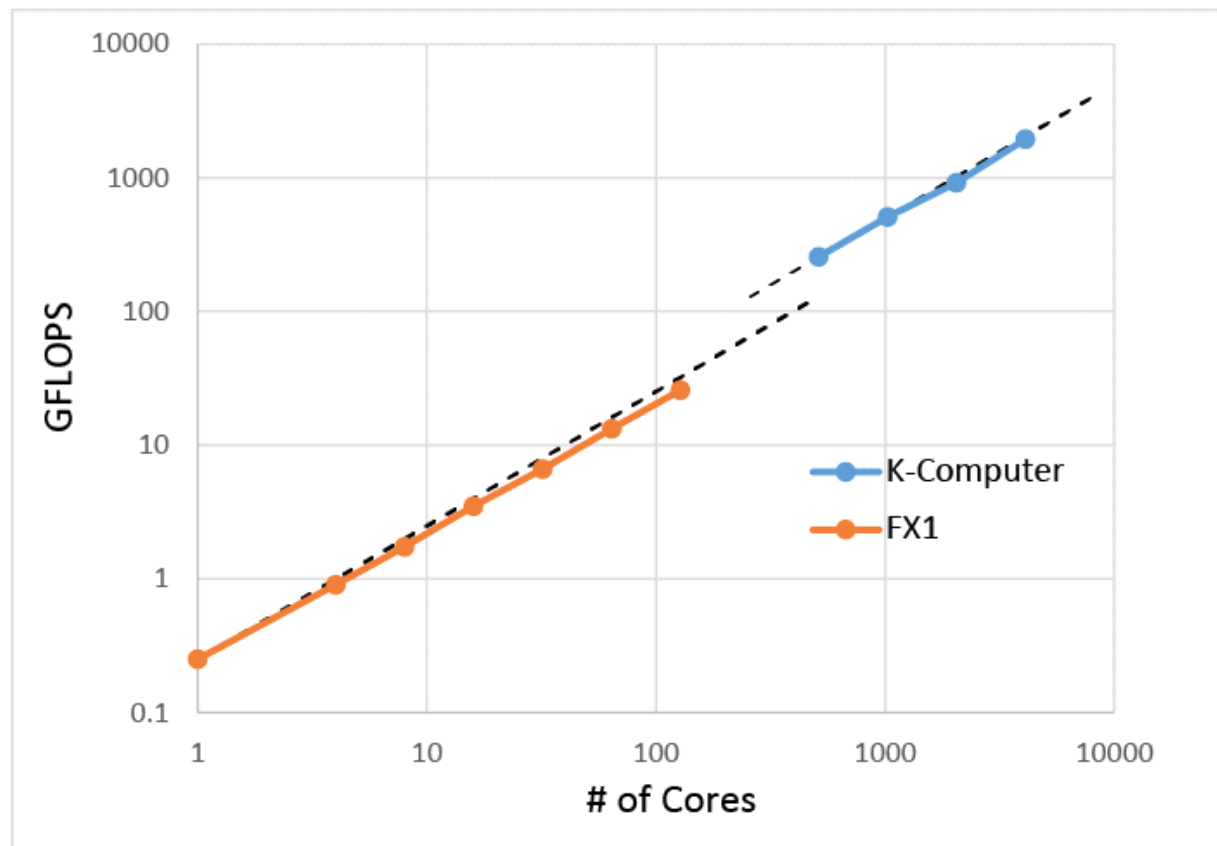
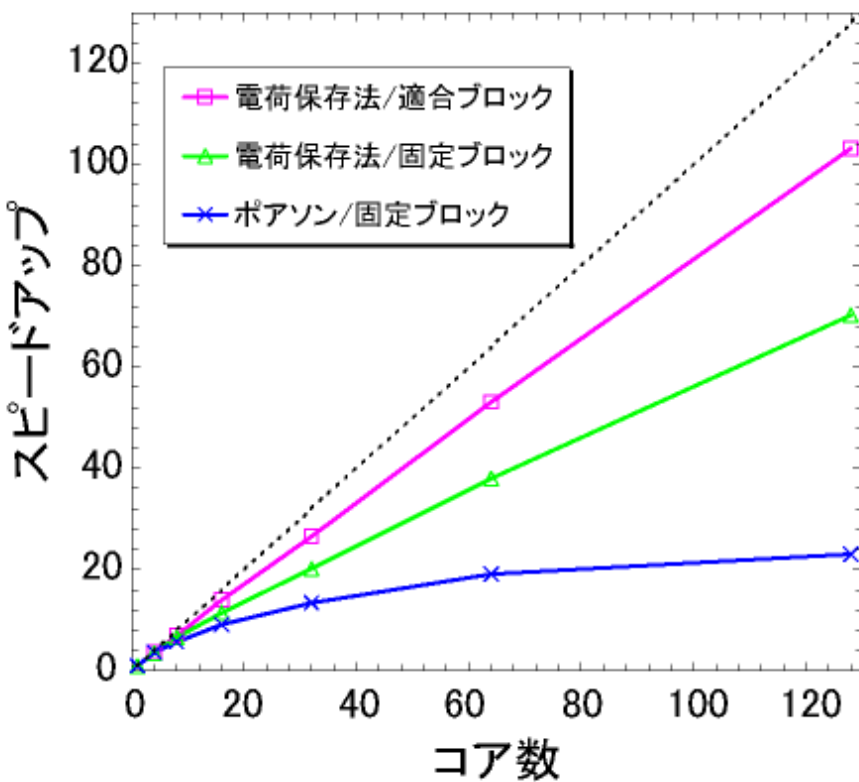
$$\lambda_D \sim 3 \times 10^2 \text{ m}$$

Particle splitting / coalescence



Performance of AMR-PIC

磁気リコネクションの問題に対するストロングスケーリング



AMR-PIC simulation on K-computer

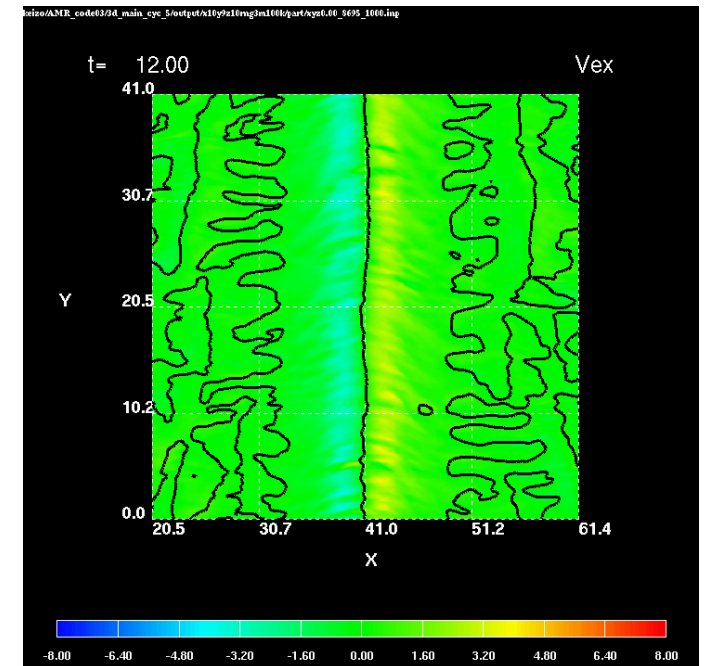
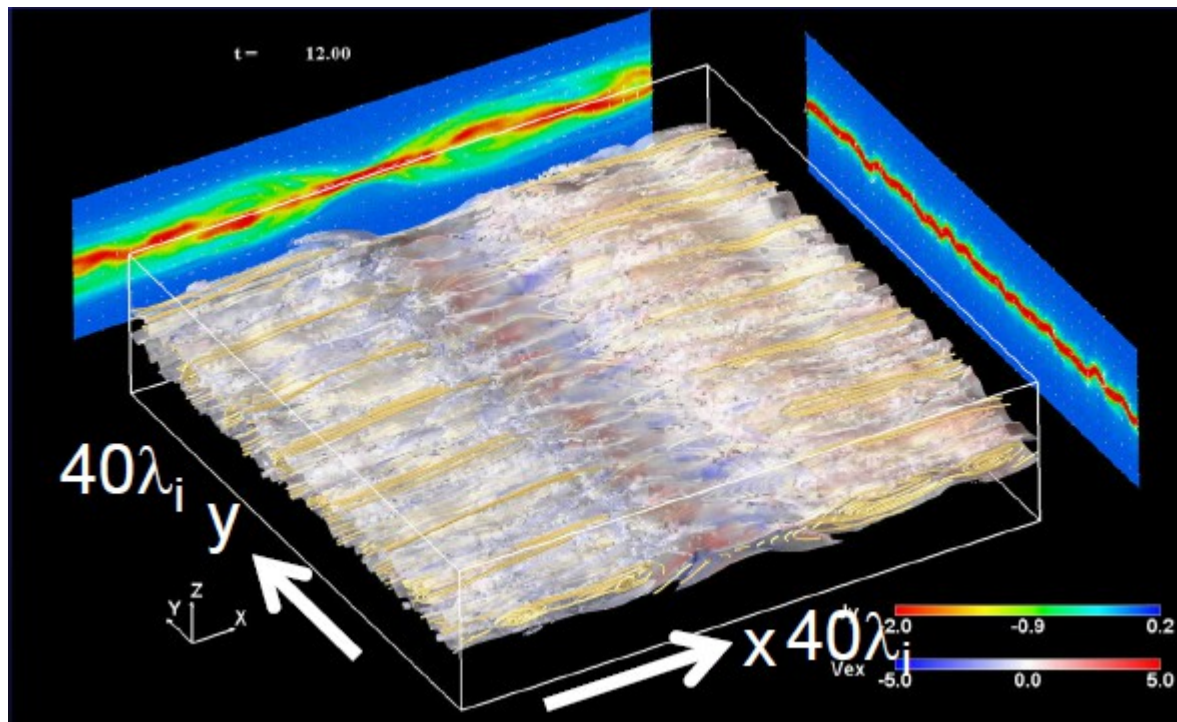
$$m_i/m_e \sim 100$$

$$N \sim 5 \times 10^{11} \text{ particles}$$

surface : $|\mathbf{J}|$

cut plane : J_y

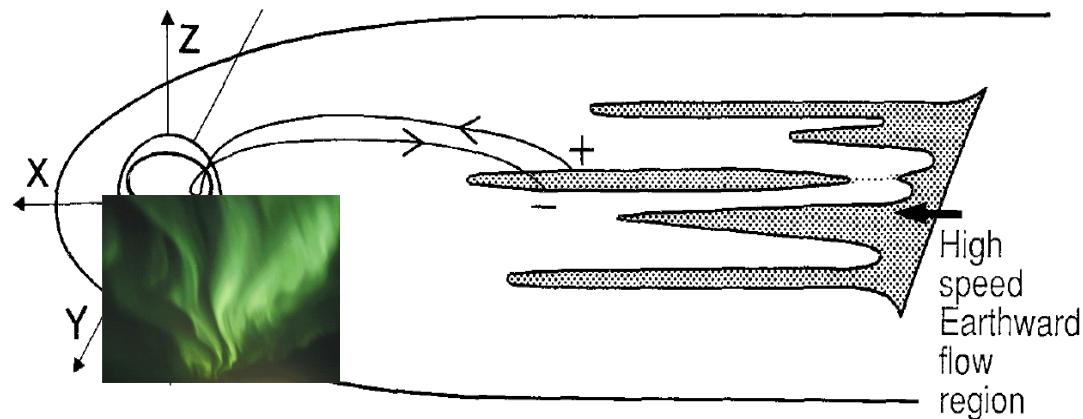
electron outflow vx
at the mid-plane



- maximum resolution : 4096x2048x4096
- MHDスケールに近いスケールでの計算が可能に

PIC simulation on Post-K computer

- ▶ Magnetic reconnection in systems with complicated topology
planetary magnetosphere, solar flare, pulsar magnetosphere



- ▶ $m_i/m_e \sim 100$, $N \sim 10^{14}$ particles
- ▶ maximum resolution : 40000 x 40000 x 40000
- ▶ system size $\sim 500 \lambda_i$ MHDスケールでのグローバルなダイナミクス
- ▶ MHD シミュレーションでのサブグリッド物理のモデル化の助けに