格子QCDを用いた軽い原子核の計算

山崎 剛

筑波大学

石川 健一, 藏増 嘉伸, 宇川 彰

Refs: PRD81:111504(R)(2010); PRD84:054506(2011); PRD86:074514(2012)

arXiv:1502.04182[hep-lat]

素粒子・原子核・宇宙「京からポスト京に向けて」シンポジウム

(HPCI戦略プログラム分野5「物質と宇宙の起源と構造」全体シンポジウム

ポスト「京」重点課題(9)「宇宙の基本法則と進化の解明」キックオフシンポジウム)

@紀尾井フォーラム(ホテルニューオータニガーデンコート1 階多目的ホール), 3月11–12日

目次

1. イントロダクション

2. 少数核子系束縛状態計算方法

3. これまでの結果

4. 今後の計算計画

5. まとめ

1. イントロダクション

強い相互作用

$$\text{束縛}\left\{\begin{array}{rcl} \text{陽子・中性子} & \to & \text{原子核} \\ \text{クォーク・グルーオン} & \to & \text{陽子・中性子} \end{array}\right.$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD **の非摂動論的計算**: **格子** QCD $\to$ **陽子・中性子** (**核子**) **の質量**

$$\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \to \text{陽子・中性子}}_{(\text{格子})\mathrm{QCD}}$$

浮田さんトーク: (**安定**) **ハドロン質量@物理点**

実験値と 2–3% **以内で一致**

1. イントロダクション

強い相互作用

$$\text{束縛}\left\{\begin{array}{rcl} \text{陽子・中性子} & \to & \text{原子核} \\ \text{クォーク・グルーオン} & \to & \text{陽子・中性子} \end{array}\right.$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD **の非摂動論的計算**: **格子** QCD $\to$ **陽子・中性子** (**核子**) **の質量**

$$\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \to \overbrace{\text{陽子・中性子}}^{\text{殻模型}}}_{\text{格子QCD}} \to \text{原子核}$$

1. イントロダクション

強い相互作用

$$\text{束縛}\left\{\begin{array}{rcl} \text{陽子・中性子} & \to & \text{原子核} \\ \text{クォーク・グルーオン} & \to & \text{陽子・中性子} \end{array}\right.$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD **の非摂動論的計算**: **格子** QCD $\to$ **陽子・中性子** (**核子**) **の質量**

大きな目的: **原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する**

$$\underbrace{\text{クォーク・グルーオン} \to \overbrace{\text{陽子・中性子} \to \text{原子核}}^{\text{殻模型}}}_{\text{格子QCD}}$$

1. イントロダクション

大きな目的: 原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する

核力計算のアプローチ (土井さんトーク) とは異なる

格子ＱＣＤ分野では挑戦的な課題、しかし

1. **原子核質量の再現**
2. **計算や観測の難しい原子核の性質の予言** 例: 中性子過剰核

が将来可能になるかも

少数核子束縛状態の研究はまだ基礎的な結果を集めている段階

近年の目的

既知の軽い原子核の束縛エネルギーを再現できるか?

2. 少数核子系束縛状態計算方法

慣習的な ^{4}He 系計算

$$\langle 0|O_{^4\mathrm{He}}(t)O^\dagger_{^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\mathrm{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\mathrm{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. **統計誤差** $\propto \dfrac{1}{\sqrt{\text{測定数}}}\exp\left(N_N\left[m_N - \dfrac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

2. **膨大な計算コスト**

クォーク縮約数 $^4\mathrm{He} = p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400

c.f.) **陽子** $= p = udu$: 2

3. **有限体積上束縛状態判別**

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

2. 少数核子系束縛状態計算方法

慣習的な ^{4}He 系計算

$$\langle 0|O_{^4\mathrm{He}}(t)O^\dagger_{^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\mathrm{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\mathrm{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. **統計誤差** $\propto \dfrac{1}{\sqrt{\text{測定数}}}\exp\left(N_N\left[m_N - \dfrac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

2. **膨大な計算コスト**

クォーク縮約数 $^4\mathrm{He} = p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400

c.f.) **陽子** $= p = udu$: 2

'09 **以前、最も厄介な問題**: $\mathcal{O}(10^6)$ **回 (配位数** $\times$ **各** t**) の全縮約計算が必要**

3. **有限体積上束縛状態判別**

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

2. 少数核子系束縛状態計算方法

慣習的な ^{4}He 系計算

$$\langle 0|O_{^4\mathrm{He}}(t)O^\dagger_{^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\mathrm{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\mathrm{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. **統計誤差** $\propto \dfrac{1}{\sqrt{\text{測定数}}}\exp\left(N_N\left[m_N - \dfrac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

   → **現実よりも重いクォーク + 多くの測定**

2. **膨大な計算コスト** PACS-CS PRD81:111504(R)(2010)

クォーク縮約数 $^4\mathrm{He} = p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400 → 1107

→ **コスト削減: 演算子の対称性** $p(n) \leftrightarrow p(n)$, **並列計算と非並列計算**

より効率的な方法: '12 Doi and Endres; Detmold and Orginos; '13 Günther *et al.*

3. **有限体積上束縛状態判別**

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

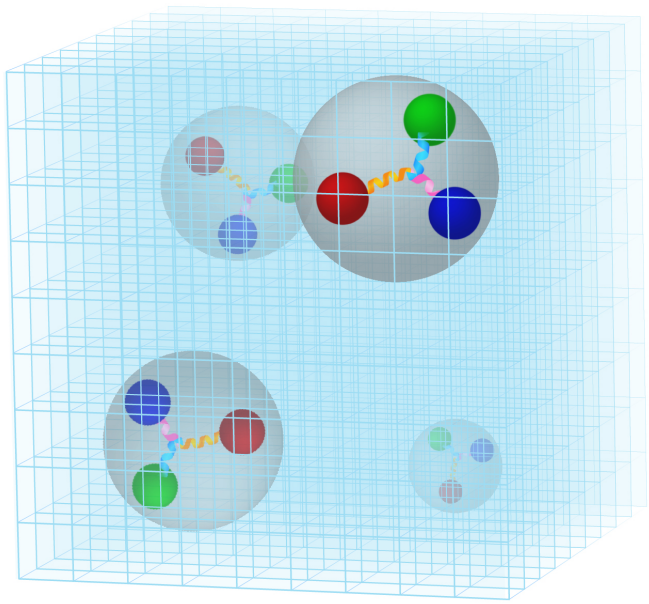
→ **次のページで説明**

2. 少数核子系束縛状態計算方法

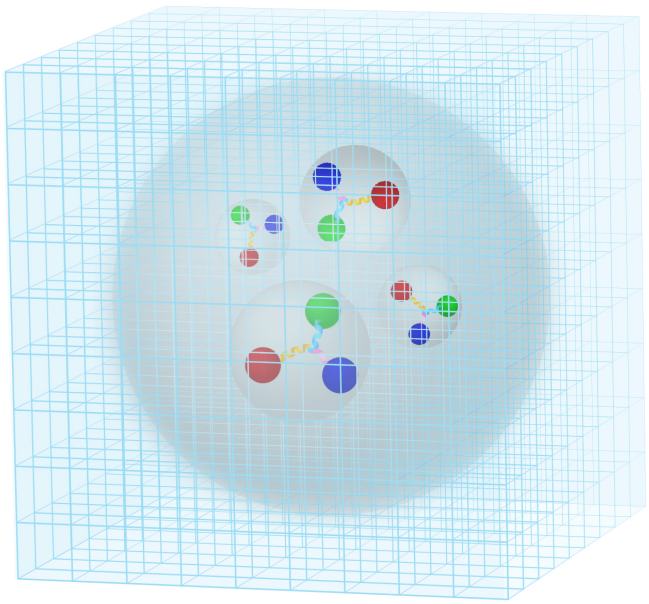
3. 有限体積上束縛状態判別

束縛エネルギーに似た引力散乱状態の有限体積効果 $\Delta E = E - N_N m_N < 0$

引力散乱状態



束縛状態



図提供：入江氏(KEK)

$L \neq \infty$	$\Delta E = O(1/L^3) < 0$	$\Delta E < 0$
$L \to \infty$	$\Delta E \to 0$	$\Delta E < 0$

ΔE の有限体積依存性から束縛状態かを判別

他の方法: '04 Mathur *et al.*, '05 Ishii *et al.*

2. 少数核子系束縛状態計算方法

慣習的な ^{4}He 系計算

$$\langle 0|O_{^4\mathrm{He}}(t)O^\dagger_{^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{^4\mathrm{He}}|n\rangle\langle n|O^\dagger_{^4\mathrm{He}}|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. **統計誤差** $\propto \dfrac{1}{\sqrt{\text{測定数}}}\exp\left(N_N\left[m_N - \dfrac{3}{2}m_\pi\right]t\right)$

   最も厄介な問題

2. **膨大な計算コスト** PACS-CS PRD81:111504(R)(2010)

クォーク縮約数 $^4\mathrm{He} = p^2n^2 = (udu)^2(dud)^2$: 518400

c.f.) **陽子** $= p = udu$: 2

~~'09 以前、最も厄介な問題: $\mathcal{O}(10^6)$ 回 (配位数 $\times$ 各 t) の全縮約計算が必要~~

3. **有限体積上束縛状態判別**

引力散乱状態の有限体積効果が束縛エネルギーに似ている

3. これまでの格子QCDを用いた少数核子束縛状態計算

- ^{4}He, ^{3}He

  '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)

  '12 HALQCD $N_f = 3$, '12 NPLQCD

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

- **二核子系**

  '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)

  '12 NPLQCD $N_f = 2 + 1$, '12 NPLQCD $N_f = 3$

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

今年度の目的: **これまでの試験的研究をより信頼性のある計算へ発展させる**

$N_f = 2 + 1$ QCD, **軽いクォーク**

c.f. H**ダイバリオン計算**: '11,'12 HALQCD, NPLQCD

3. これまでの格子QCDを用いた少数核子束縛状態計算

- ^{4}He, ^{3}He

  '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)

  '12 HALQCD $N_f = 3$, '12 NPLQCD

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

  '15 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.3$ GeV arXiv:1502.04182[hep-lat]

- **二核子系**

  '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)

  '12 NPLQCD $N_f = 2 + 1$, '12 NPLQCD $N_f = 3$

  '12 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

  '15 TY *et al.* $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.3$ GeV arXiv:1502.04182[hep-lat]

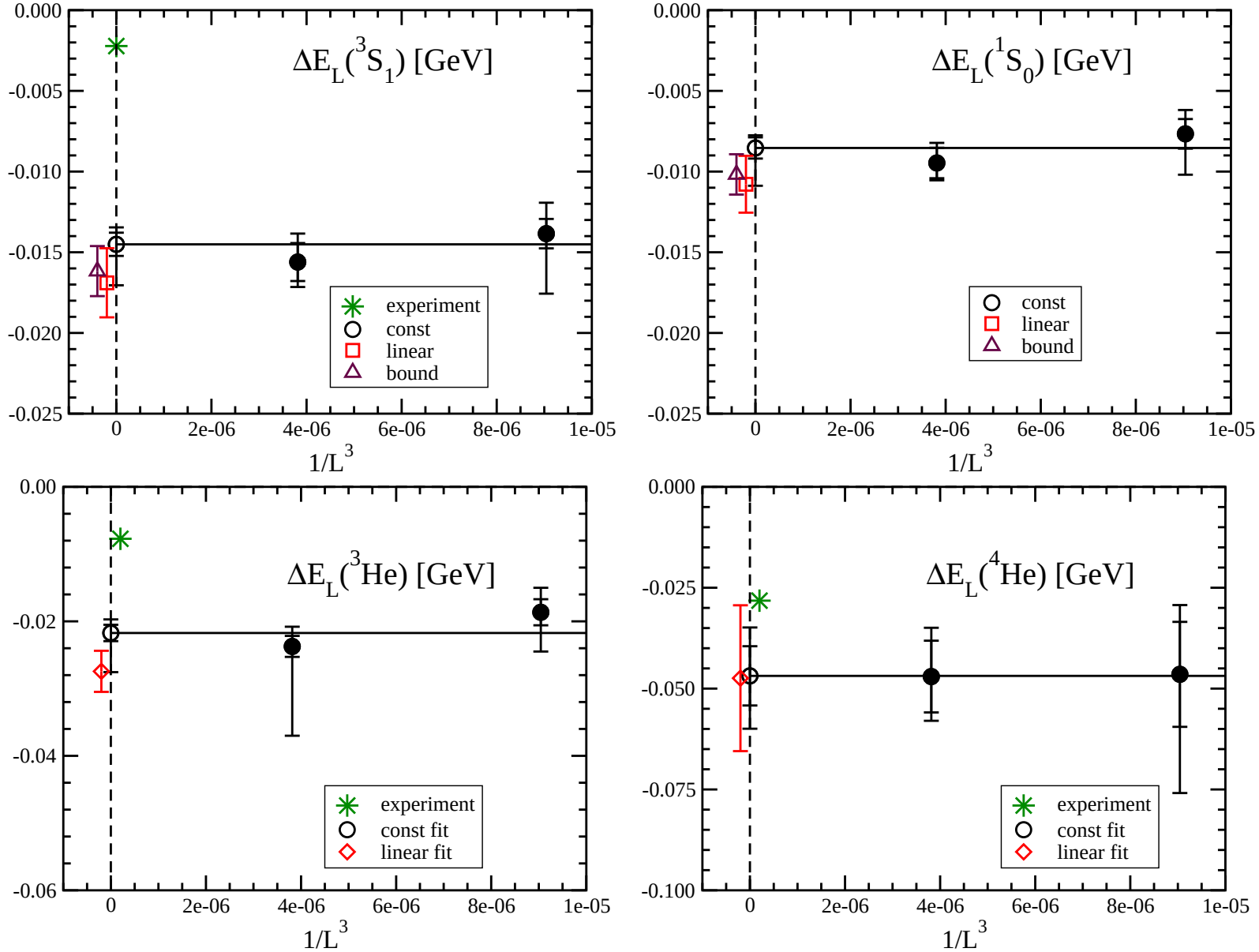
今年度の目的: **これまでの試験的研究をより信頼性のある計算へ発展させる**

$N_f = 2 + 1$ QCD, **軽いクォーク**

c.f. H**ダイバリオン計算**: '11,'12 HALQCD, NPLQCD

$\triangle E$ の有限体積依存性

TY *et al.*, arXiv:1502.04182[hep-lat]

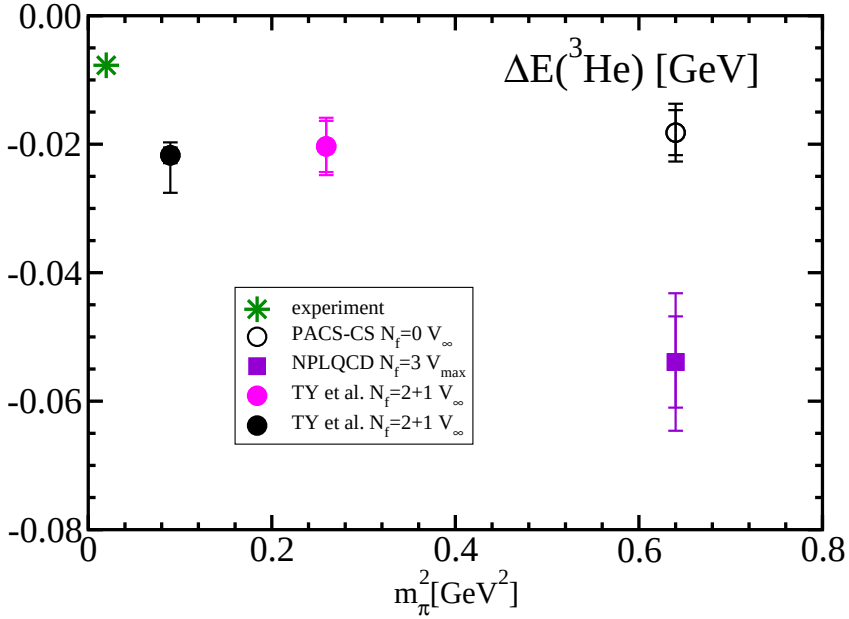


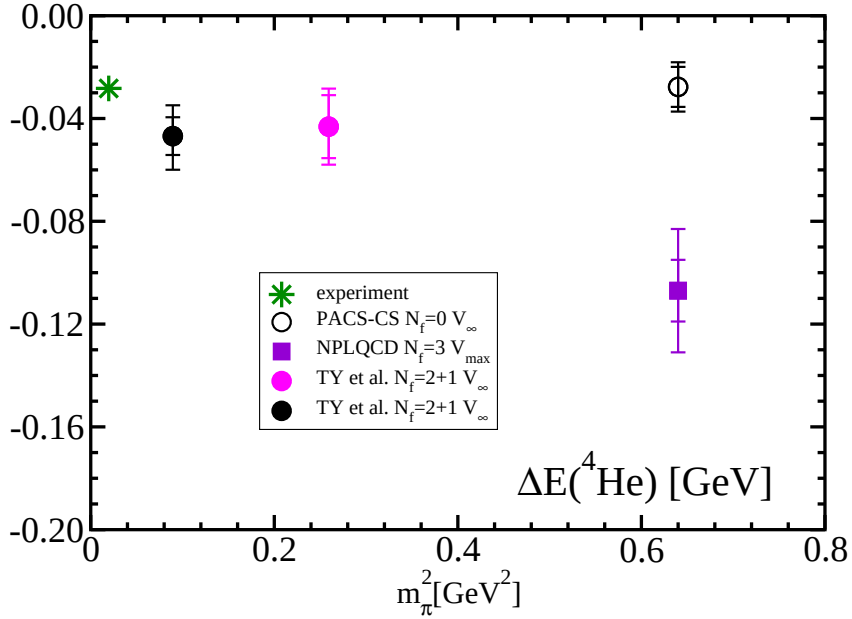
$N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$GeV で全ての系で束縛状態を確認

3. これまでの計算 (^{3}He と ^{4}He)

束縛エネルギーの m_π^2 依存性

Including TY *et al.*, arXiv:1502.04182[hep-lat]





^{3}He と ^{4}He は $0.3\ \mathrm{GeV} \leq m_\pi \leq 0.8\ \mathrm{GeV}$ で束縛する

束縛エネルギーは実験値と同じオーダー

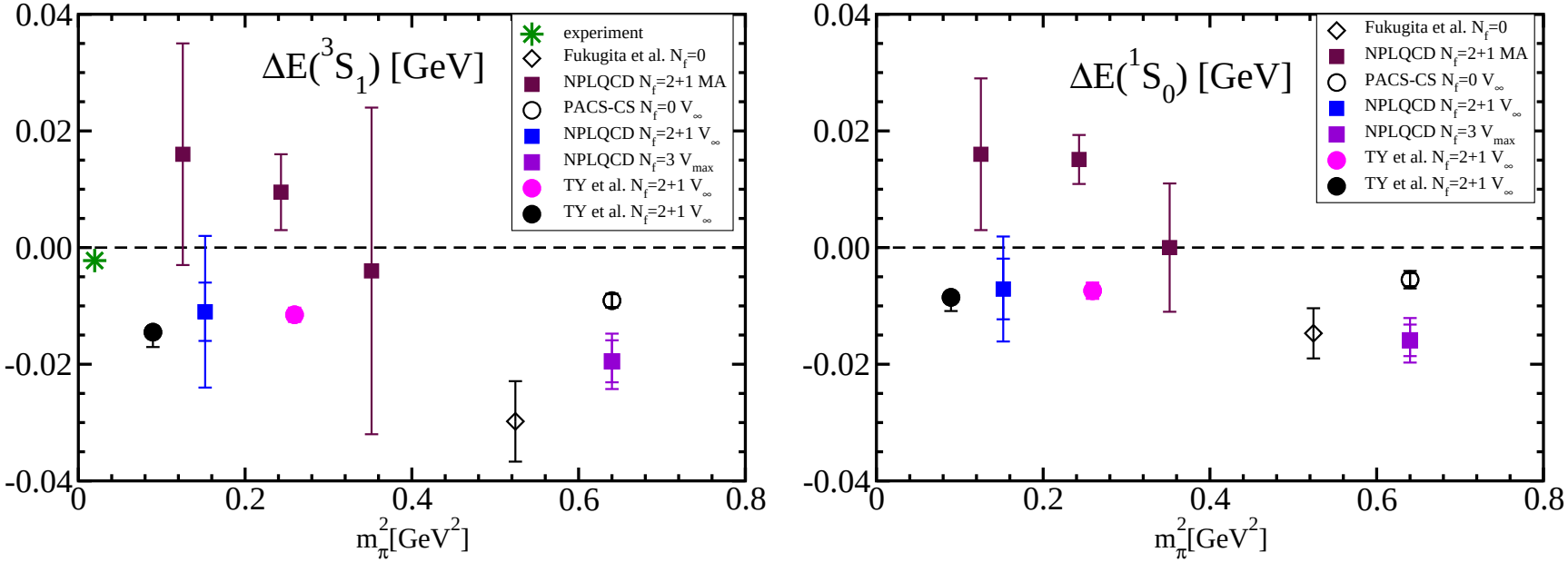
^{4}He の束縛エネルギーは大きな誤差で実験値とほぼ一致

^{3}He の束縛エネルギーは実験値に近づく様子が見えない

3. これまでの計算(NN系: $^3S_1$と$^1S_0$)

束縛エネルギーのm_π^2依存性

Including TY *et al.*, arXiv:1502.04182[hep-lat]

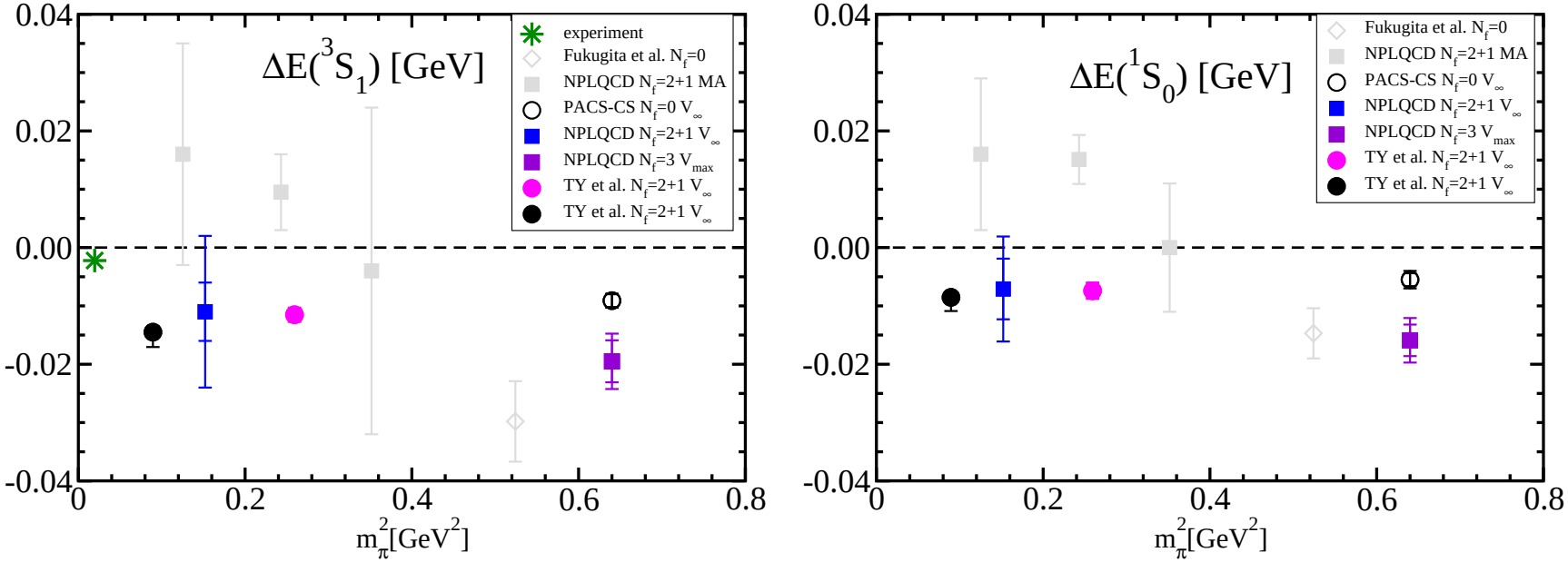


2011年以前はΔEの有限体積依存性は調べられていなかった

3. これまでの計算(NN系: $^3S_1$と$^1S_0$)

束縛エネルギーのm_π^2依存性

Including TY *et al.*, arXiv:1502.04182[hep-lat]



2011年以前はΔEの有限体積依存性は調べられていなかった

$^3S_1$(重水素)と$^1S_0$(二中性子原子核)で束縛状態が存在

重水素の束縛エネルギーは実験値よりも大きい

二中性子原子核は実験では観測されていない

重水素の束縛エネルギーは実験値に近づく様子が見えない

4. 今後の計算計画

- ^{4}He, ^{3}He

  '10 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD81:111504(R)(2010)

  '12 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

  '15 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$ GeV arXiv:1502.04182[hep-lat]

- **二核子系**

  '11 PACS-CS $N_f = 0$ $m_\pi = 0.8$ GeV PRD84:054506(2011)

  '12 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.5$ GeV PRD86:074514(2012)

  '15 TY *et al.* $N_f = 2+1$ $m_\pi = 0.3$ GeV arXiv:1502.04182[hep-lat]

今後の研究目的:

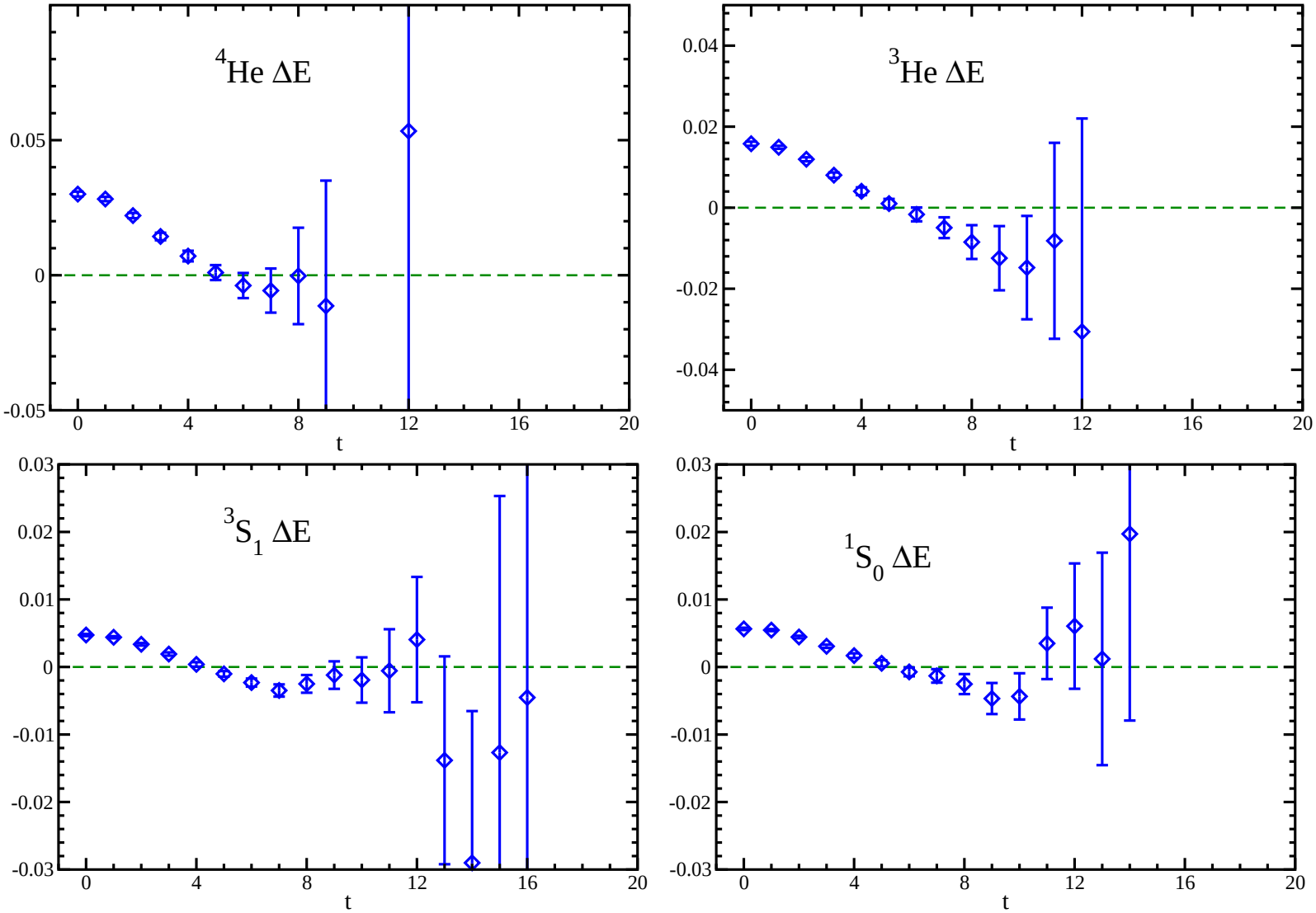
実験値との定量的・定性的違いを理解する

特に現実よりも大きなクォーク質量起因の系統誤差を見積もる

これまでの研究をさらに信頼性のある計算へ発展させる

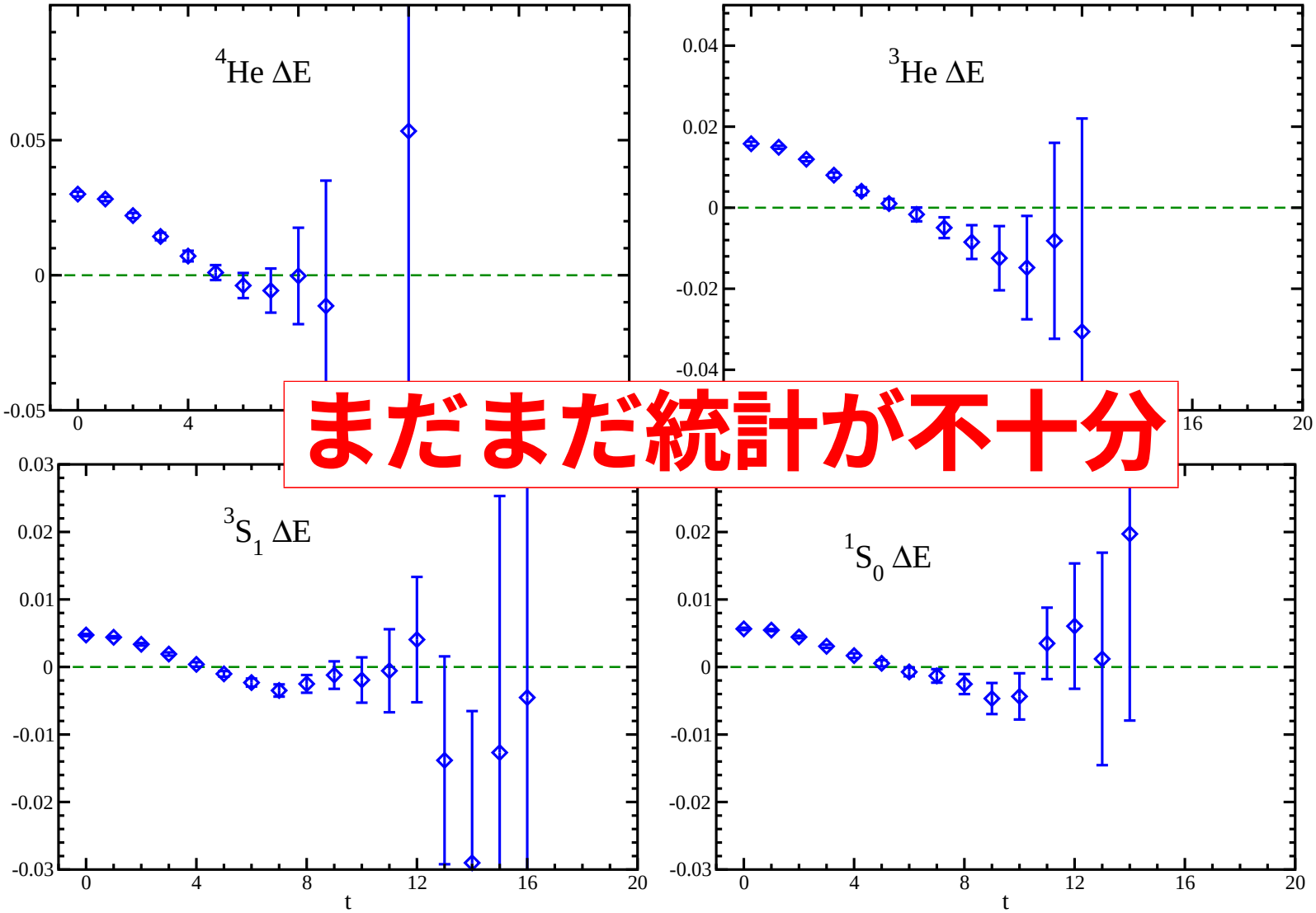
$N_f = 2+1$ QCD, **現実的なクォーク質量での計算を実行**

4. 今後の計算計画 $m_\pi \sim 0.14$ GeV on $L \sim 8$ fm



利用計算資源: HA-PACS at **筑波大**, **「京」** at **理研** AICS

4. 今後の計算計画 $m_\pi \sim 0.14$ GeV on $L \sim 8$ fm



まだまだ統計が不十分

利用計算資源: HA-PACS at **筑波大**, **「京」** at **理研** AICS

5. まとめ

- $N_f = 2 + 1$ $m_\pi = 0.3$ GeV の計算終了

  無限体積極限で $\Delta E \neq 0$

  $\rightarrow$ ^{4}He, ^{3}He, ^{3}S$_1$, ^{1}S$_0$ に束縛状態 (原子核)

  実験値よりも大きな束縛エネルギー、観測されていない二中性子原子核

  系統誤差の大きさが評価できていない $\cdots$ クォーク質量、有限格子間隔

- 現実的クォーク質量 $m_\pi \sim 0.14$ GeV の計算開始

  まだまだ統計が不十分

将来計画

来年度: 現実的クォーク質量の計算を継続

統計を現状の二倍程度に増やし、成果をまとめる