

# $^{48}\text{Ca}$ の二重ベータ崩壊の 大規模殻模型計算による記述

課題2:大規模量子多体計算による核物性解明とその応用

東京大学 原子核科学研究センター

岩田 順敬

清水則孝 宇都野穰 本間道雄 阿部喬 大塚孝治

# テーマ： 素粒子物理と原子核物理の間で...

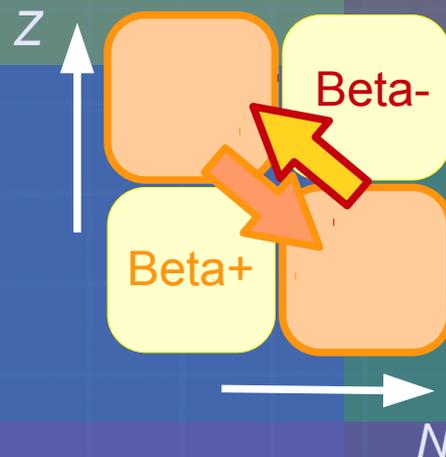
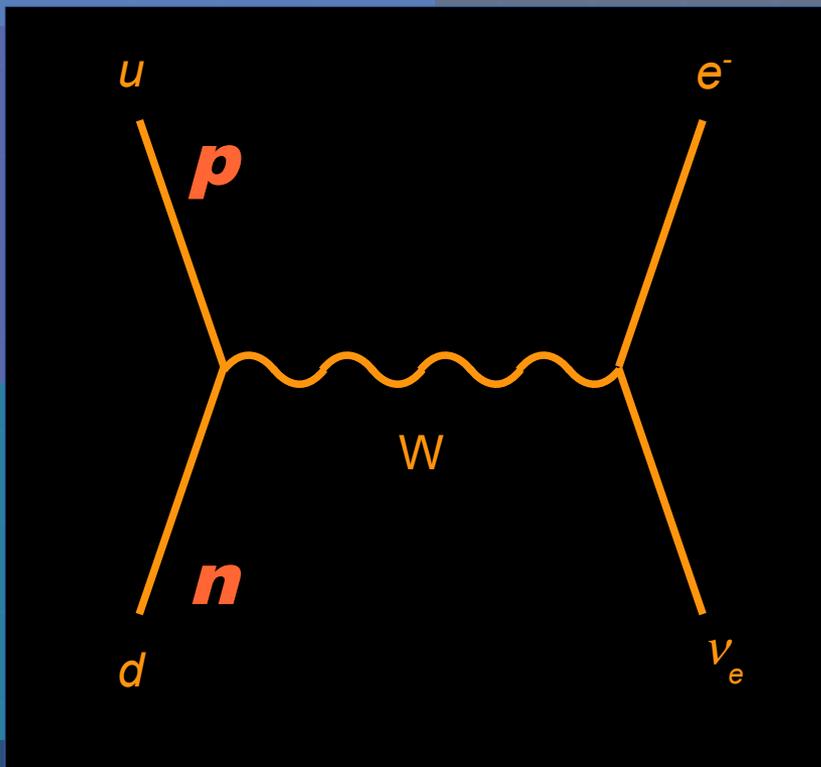
- ◆ 背景
- ◆ 動機  
既存の殻模型計算と実験結果との比較
- ◆ 大規模殻模型計算  
物理学的視点、計算科学的視点
- ◆ 計算結果
- ◆ まとめと今後の展望

# 背景

## ベータ崩壊

$\beta$  崩壊

$$(Z, A) \rightarrow (Z+1, A) + e^- + \bar{\nu}$$



Fermi遷移

( $\Delta T = 1$ 、 $\Delta S = 0$ 、 $\Delta L = 0$ 、パリティ変化なし)

Gammow-Teller遷移

( $\Delta T = 1$ 、 $\Delta S = 1$ 、 $\Delta L = 0$ 、パリティ変化なし)

多数の核種で観測

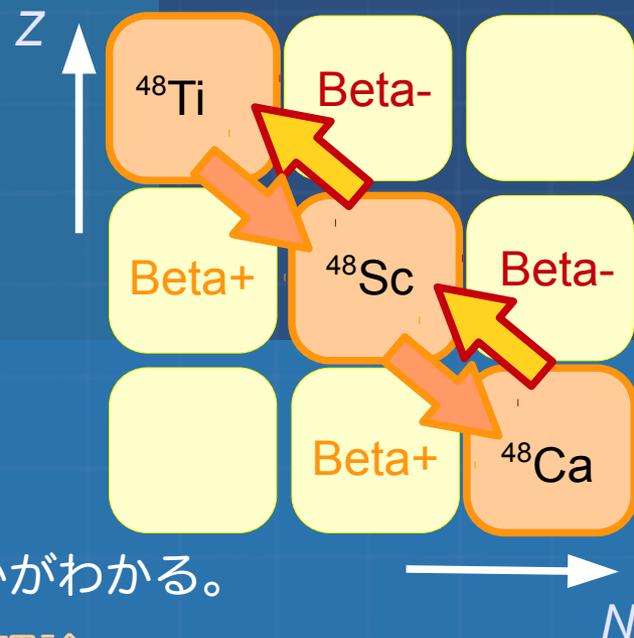
T: アイソスピン(陽子 =  $-1/2$ , 中性子 =  $1/2$ )

S: スピン

L: 軌道角運動量

# 背景

## 二重ベータ崩壊



二つの崩壊モード

$0\nu$  process: ニュートリノがマヨラナ粒子であるかどうかはわかる。

$$(Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2e^- \quad \text{cf.) 電弱相互作用の標準理論}$$

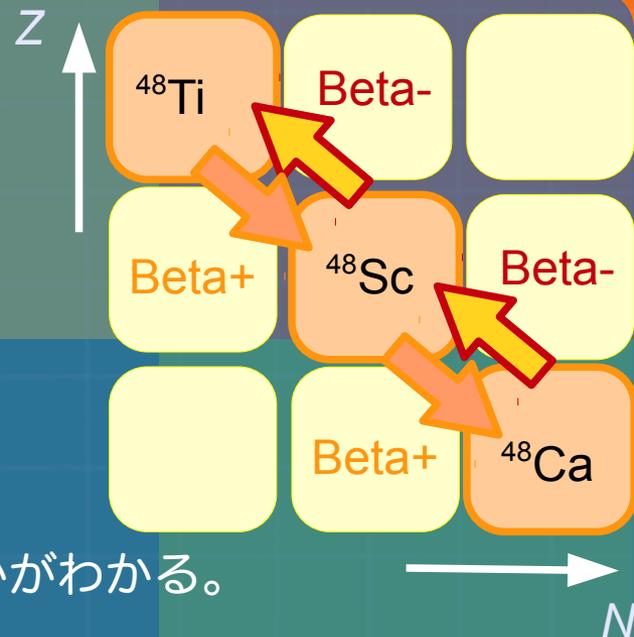
{ レプトン数の保存を破る  
ヘリシティの不一致

$2\nu$  process: ニュートリノと反ニュートリノが区別できるならこちらしかあり得ない。

$$(Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}$$

# 背景

## 二重ベータ崩壊



実験について...

二つの崩壊モード

0ν process: ニュートリノがマヨラナ粒子であるかどうかはわかる。



(実験) まだ見つかっていない。

2ν process: ニュートリノと反ニュートリノが区別できるならこちらしかあり得ない。

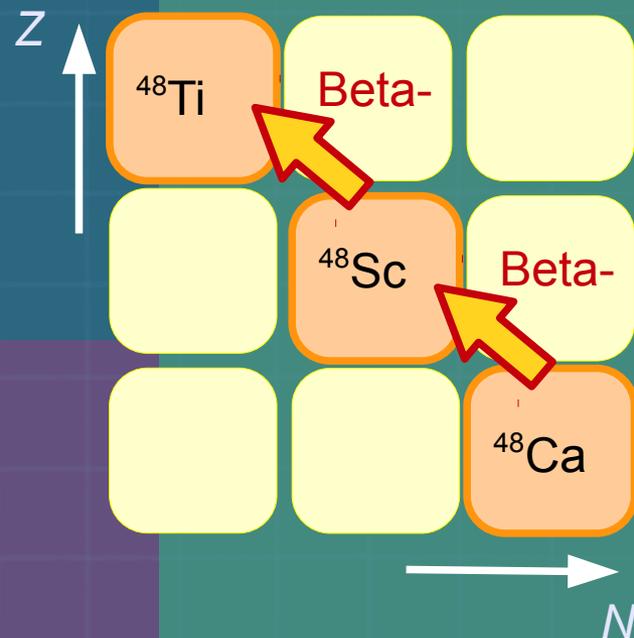


(実験) 二重ベータ崩壊が可能な核種 (60種程度)...実際に観測されているのは10種:  
半減期  $\sim 10^{19}$  y (これまでで観測されたうちで最短のもの)

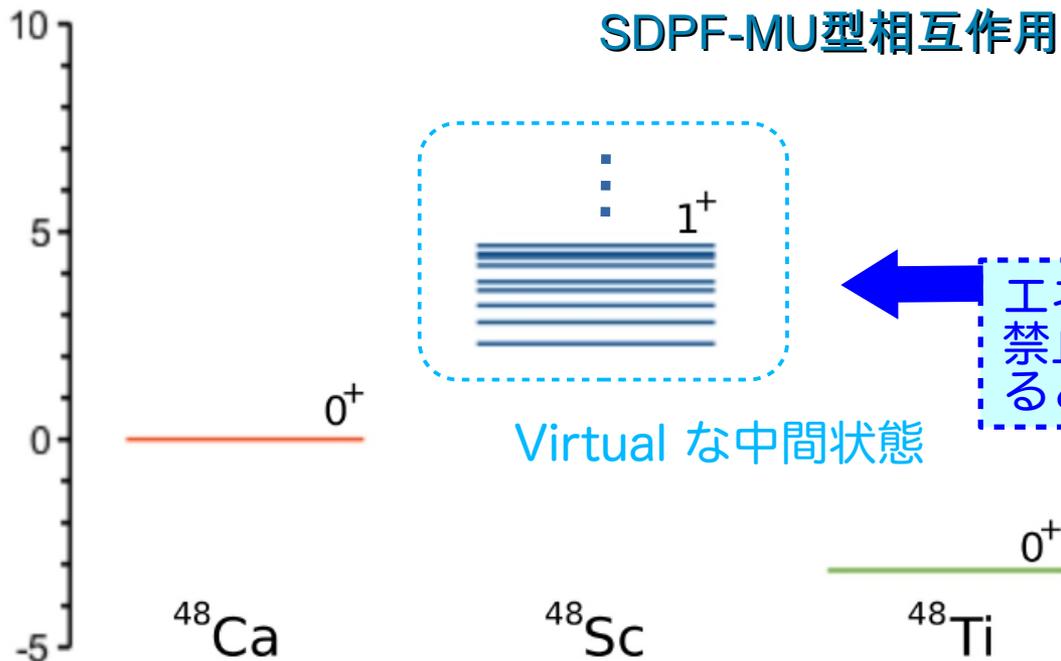
$^{48}\text{Ca}$ ,  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{100}\text{Mo}$ ,  $^{116}\text{Cd}$ ,  $^{128}\text{Te}$ ,  $^{130}\text{Te}$ ,  $^{136}\text{Xe}$ ,  $^{150}\text{Nd}$ ,  $^{238}\text{U}$

# 背景

## 二重ベータ崩壊の成因



Energy [MeV]



エネルギー的に（一重）ベータ崩壊は禁止される。二重ベータ崩壊まで考えるとその禁制が解ける。

SDPF-MU 型相互作用: Utsuno-Otsuka-Brown-Honma-Mizusaki-Shimizu PRC (2012)

# 二重ベータ崩壊の半減期

2ν processについては、  
Gamow-Teller遷移 (GT遷移) の寄与でほとんど尽くされる。

$$[T^{1/2}]^{-1} = G^{2\nu} |M^{2\nu}(GT)|^2$$

<sup>48</sup>Caの 2ν-二重ベータ崩壊

核行列要素

半減期 (実験値):  $T^{1/2} = (4.39 \pm 0.58) * 10^{19}$  y (eval. 2013, BNL database)

Phase space factor:  $G^{2\nu} = 0.1044 [10^{-18} \text{y}^{-1} \text{MeV}^2]$  Suhonen-Civitarese Phys.Rep. (1998)

(逆算してみると) → Matrix element:  $M^{2\nu}(GT) = 0.0467$  within (0.0438, 0.0502) [ $\text{MeV}^{-1}$ ]

0ν process および 2ν process について核行列要素があり、半減期と関係付けられる。  
原子核構造計算に求められるのは、“精密に計算された核行列要素”。

## 二重ベータ崩壊の核行列要素

$$M^{2\nu}(GT) = \sum_c \frac{\langle 0_f | \tau\sigma | 1_c^+ \rangle \langle 1_c^+ | \tau\sigma | 0_i^+ \rangle}{E_c - (E_i + E_f)/2}$$

Virtual な中間状態

Ti                      Sc                      Ca

GT operator

実験と比較するために

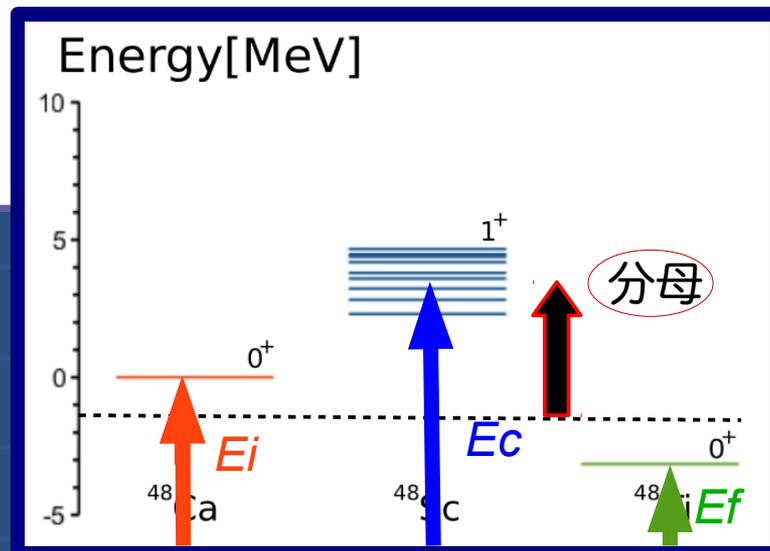
$$M_+^{2\nu}(GT) = \sum_c \frac{\sqrt{B(GT^-;c)} \sqrt{B(GT^+;c)}}{E_c - (E_i + E_f)/2}$$

$$\begin{cases} B(GT^+;c) = |\langle 0_f | \tau\sigma | 1_c^+ \rangle|^2 \\ B(GT^-;c) = |\langle 1_c^+ | \tau\sigma | 0_i^+ \rangle|^2 \end{cases}$$

$\tau$ : アイソスピンを交換 (ex.  $n \rightarrow p$ )

$\sigma$ : スピンを交換 (ex.  $0^+ \rightarrow 1^+$ )

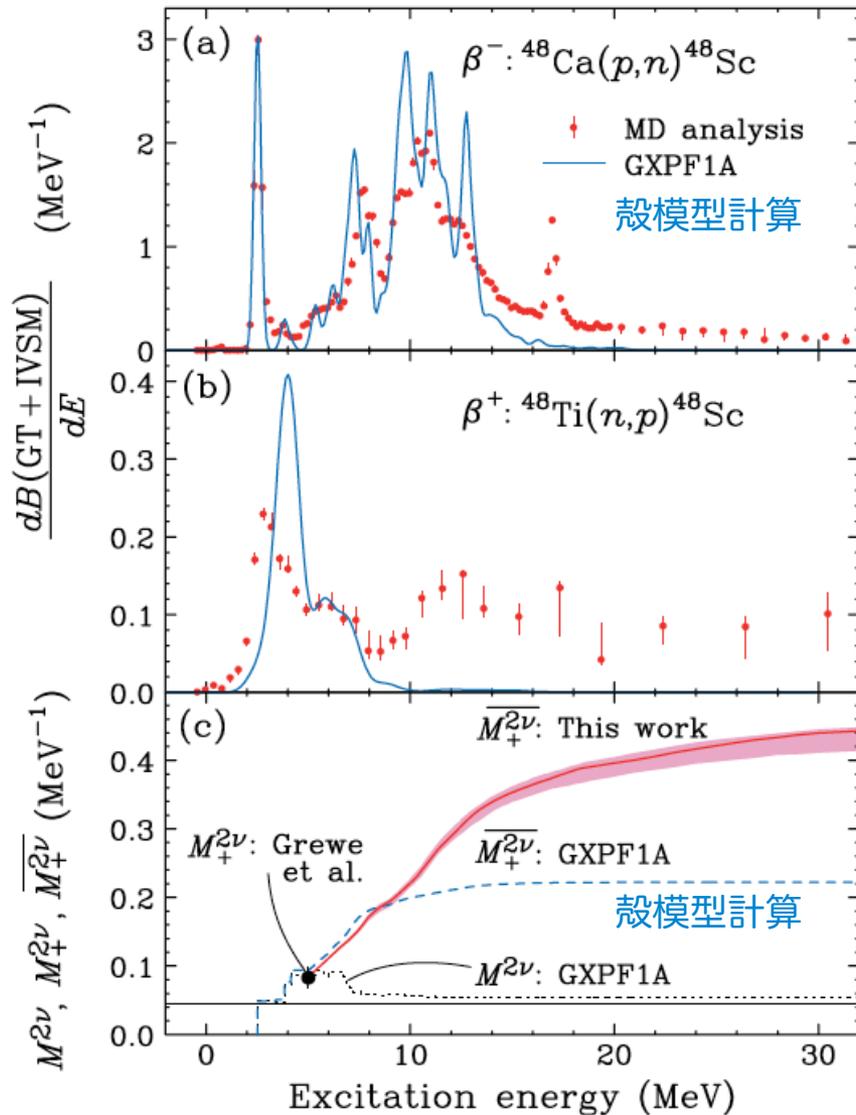
GT遷移強度を別々に計算して、それらの（ルートの）積をとれば実験と比べられる。



# 動機

## $^{48}\text{Ca}$ の二重ベータ崩壊について

これまでの一主殻での計算では高エネルギー部の寄与が取り込めていない可能性がある



### 実験値と理論値 (GXPF1A) を比較

(a) 大凡あっているが、  
高エネルギー部(18MeV付近)に違いがある。

(b) 低エネルギー部を過大評価。  
高エネルギー部からの寄与を過小評価。

(c)  $Ex = 5 \text{ MeV}$ まで、  
実験値 ( $0.083 \pm 0.016 \text{ MeV}^{-1}$ )とあっている。  
ここでの理論値は  $0.086 \text{ MeV}^{-1}$ 。  
高エネルギー部に違いがある。

→高励起状態をより正確に記述する必要性

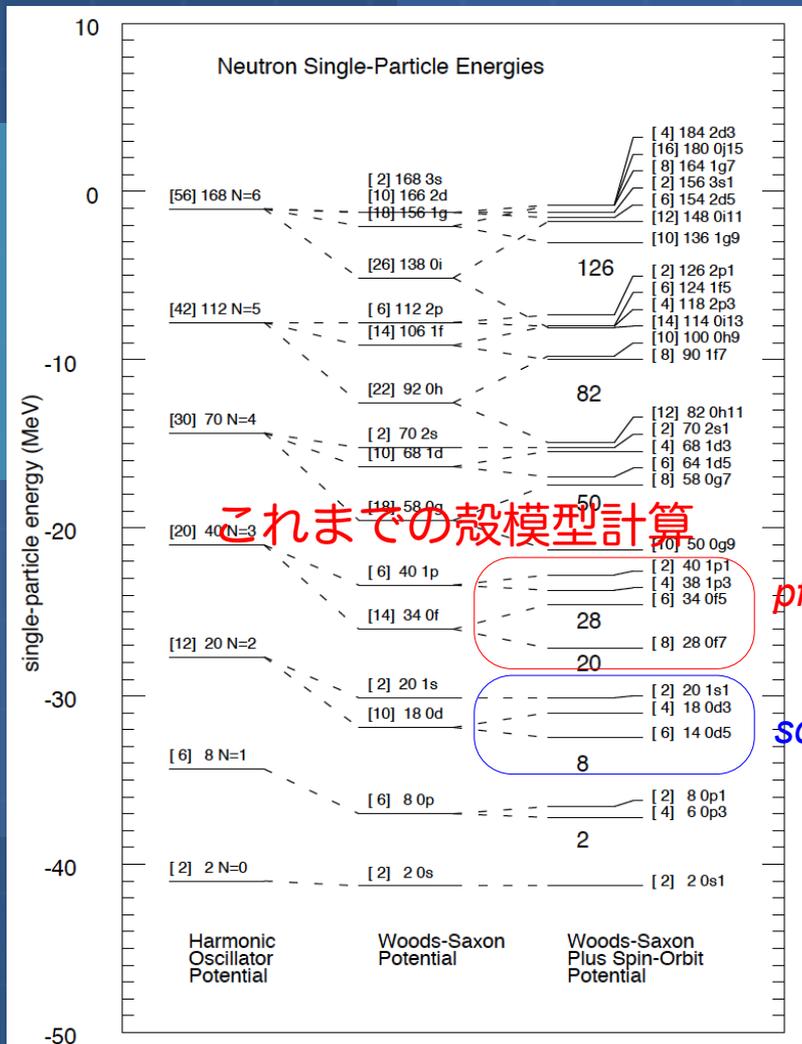
Yako et al. PRL (2009)

FIG. 3 (color). The GT plus IVSM strength distributions obtained by MD analysis of the (a)  $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$  and (b)  $^{48}\text{Ti}(n,p)^{48}\text{Sc}$  reactions. The curves are the SM predictions [3]. The cumulative sums of the nuclear matrix elements defined by Eqs. (1)–(3) are shown in (c). The experimental data and the predictions are shown in the band and the dashed curve, respectively. The thin horizontal line shows the result of decay measurement [5].

# 大規模殻模型計算

物理学的視点

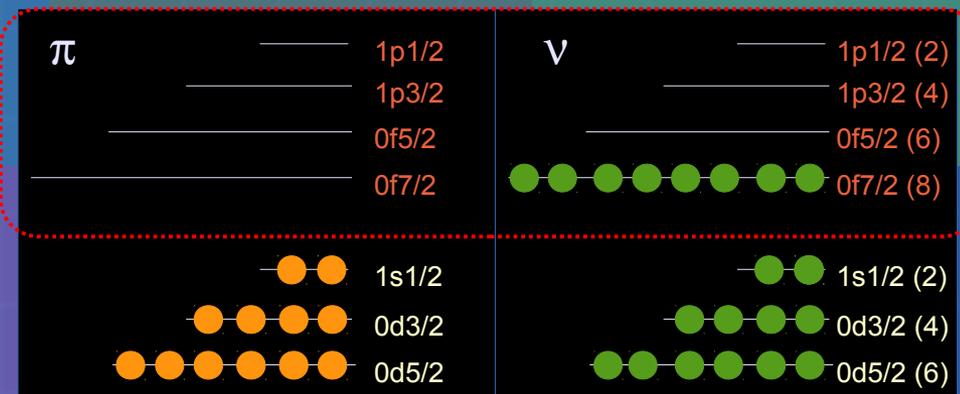
二主殻の計算を行う。



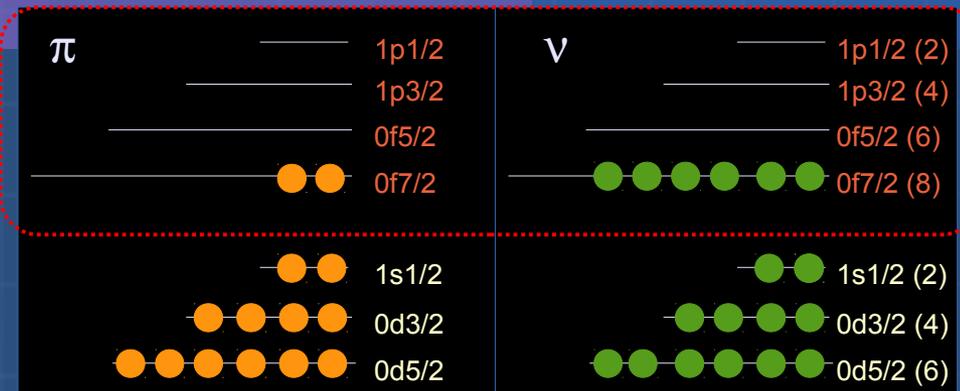
状態	陽子数	中性子数
$^{48}\text{Ca } 0^+ \text{ (g.s.)}$	20	28
$^{48}\text{Sc } 1^+ \text{ (many)}$	21	27
$^{48}\text{Ti } 0^+ \text{ (g.s.)}$	22	26

## $^{48}\text{Ca}$ の基底状態

これまでの一主殻・殻模型計算では、 $pf$ 殻内のすべての相関が考慮される



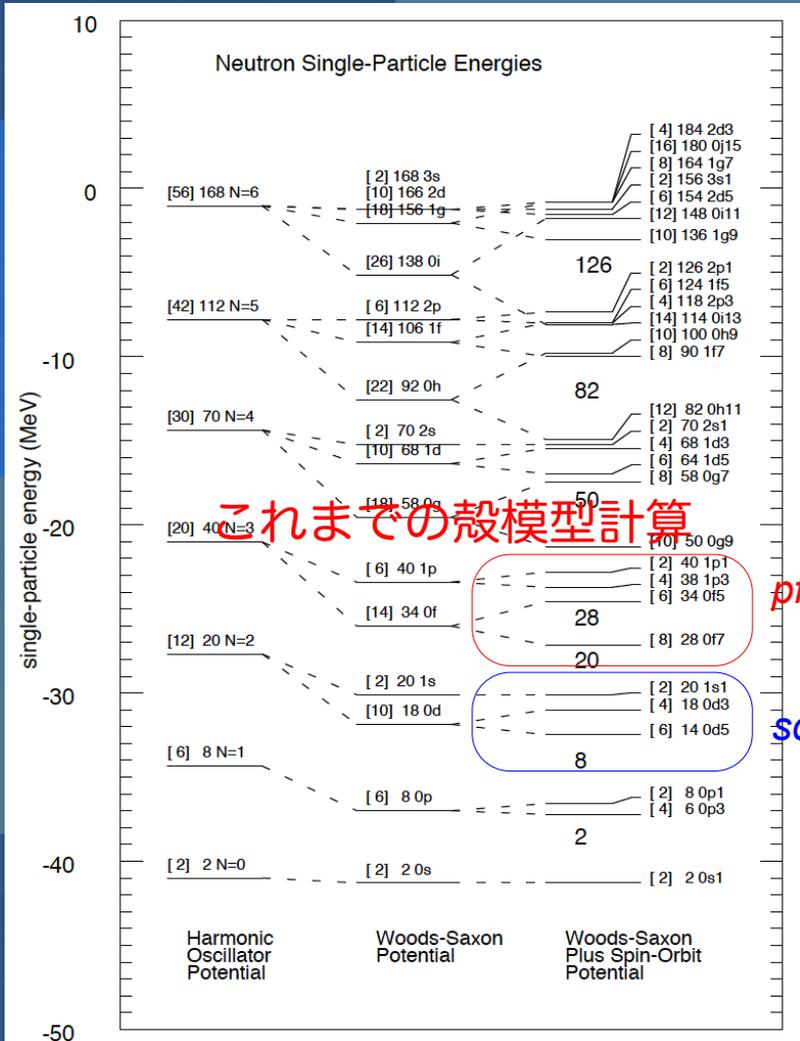
## $^{48}\text{Ti}$ の基底状態



# 大規模殻模型計算

物理学的視点

二主殻の計算を行う。



状態	陽子数	中性子数
$^{48}\text{Ca } 0^+$ (g.s.)	20	28
$^{48}\text{Sc } 1^+$ (many)	21	27
$^{48}\text{Ti } 0^+$ (g.s.)	22	26



$^{48}\text{Ca}$ の二重ベータ崩壊について

- モンテカルロ法を用いないLanczos法による厳密対角化
- 一主殻計算 total m-scheme dimension:  $139,046 = 10^{5.14}$  次元  
ちょっとした計算サーバで丸一日程度かければ計算できる。

- 二主殻計算 total m-scheme dimension:  $> 10^{10}$  次元

次元数が大きすぎることによる計算の困難を緩和するために  
”Lanczos strength function method”を用いる。

“制限付き二主殻計算”: 2p-2h励起までに制限。  
これにより主殻をまたいだ対励起などを取り込むことができる。

Feasible ...これら二つの対策を行ったことで、  
total m-scheme dimension:  $703,624,415 = 10^{8.85}$  次元  
total memory for Lanczos vectors:  $\sim 4.9$  TB

Open-MP/MPI 240コア並列  $\sim$  1000コア並列 で計算。

# 計算結果

## 一主殻

まずは一主殻で行われた過去の計算を再現してみる。  
“Horoi-Stoica-Brown PRC (2007)” の再現を試みる。

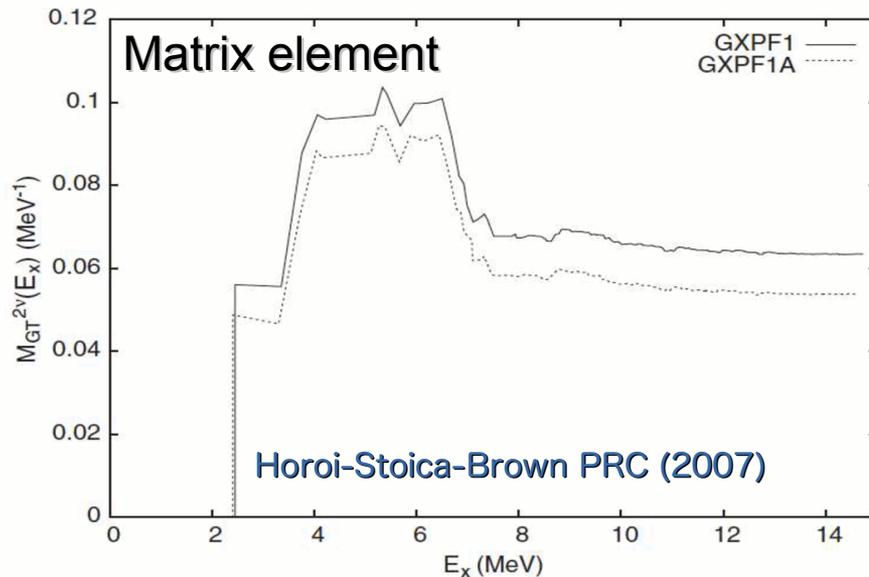


FIG. 1. The  $2\nu\beta\beta$  decay running matrix element of Eq. (1) as a function of the excitation energy of the intermediate  $1^+$  states in  $^{48}\text{Sc}$  for the GXPF1 and GXPF1A interactions.

Quenching factor (Qf)  
for GT operator = 0.77

“Horoi-Stoica-Brown PRC (2007)” を再現:

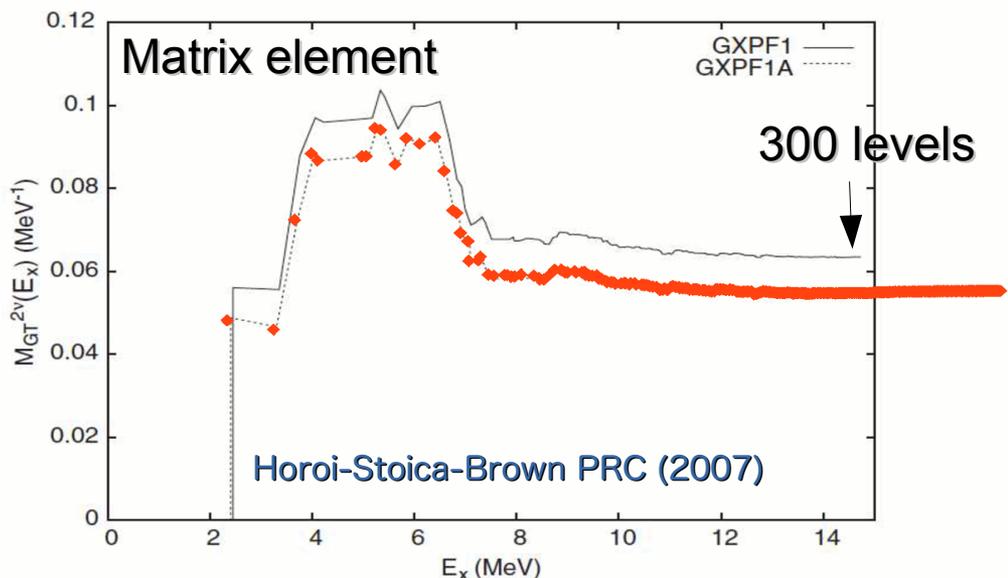


FIG. 1. The  $2\nu\beta\beta$  decay running matrix element of Eq. (1) as a function of the excitation energy of the intermediate  $1^+$  states in  $^{48}\text{Sc}$  for the GXPF1 and GXPF1A interactions.

Quenching factor (Qf)  
for GT operator = 0.77

GXPF1Aを使った我々の計算  
( $^{48}\text{Sc}$ の $1^+$ として、999 levels)

最終目的である行列要素が我々の大規模殻模型計算コード(Kshellコード; N. Shimizu arXiv:1310.5431)によって完全に再現された (計算時間: 30時間→10分へ短縮)。

二重ベータ崩壊研究への契機にと行った計算であったが、最終結果に至る過程で、一つの有益な知見が得られた...

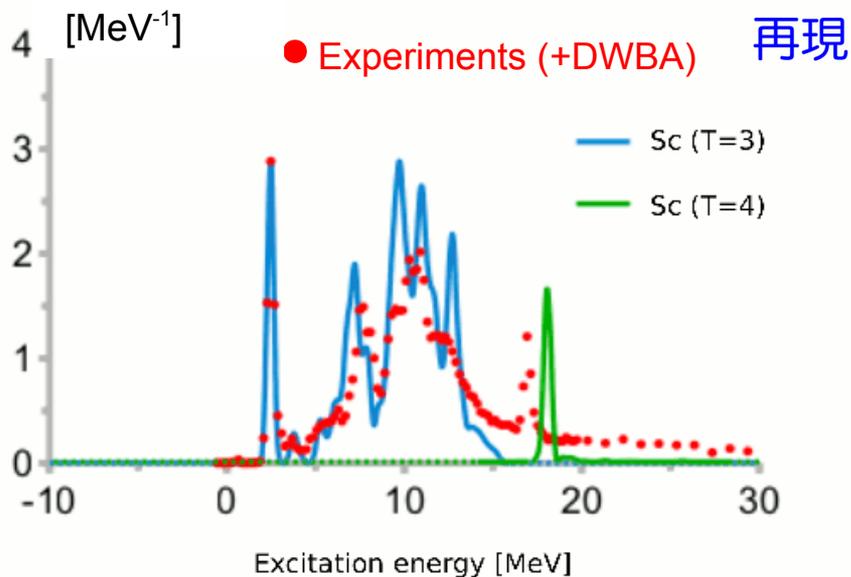
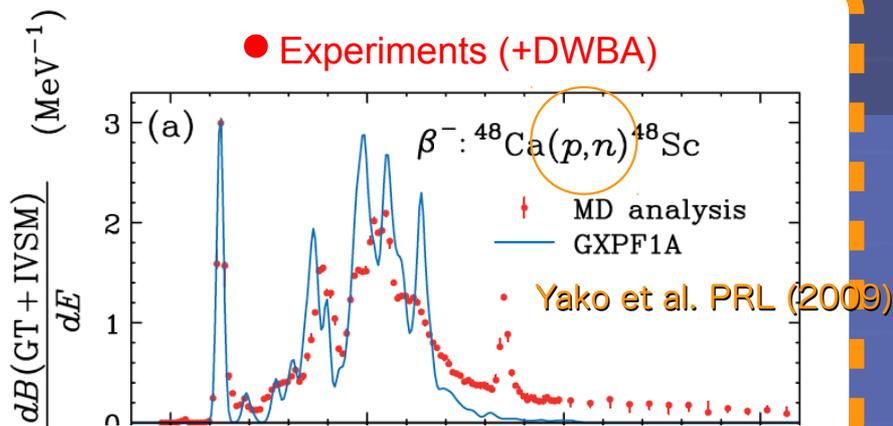
# 計算結果

$Q_f = 0.77$

実験と比較のため

Gauss幅 : 0.18MeV, 0.50MeV  
GXPF1A相互作用

## Ca $\rightarrow$ Sc



一主殻

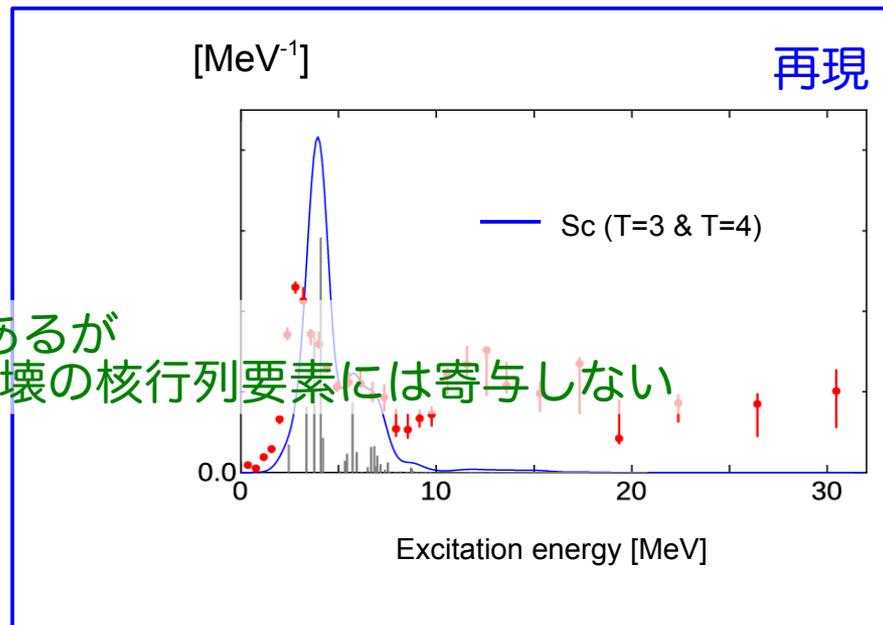
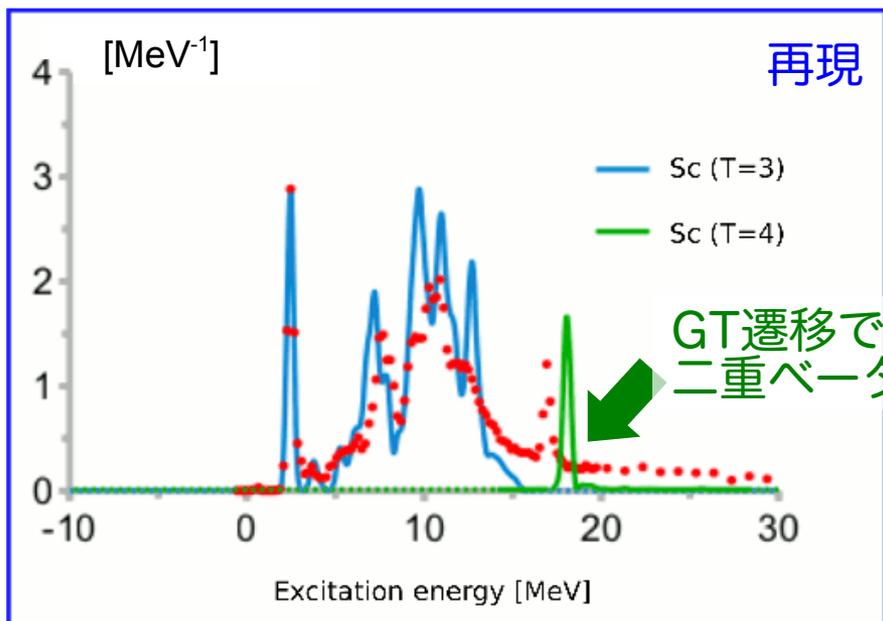
# 計算結果

$Q_f = 0.77$

$\text{Ca} \rightarrow \text{Sc}$

Gauss幅 : 0.18MeV, 0.50MeV  
GXPF1A相互作用

$\text{Ti} \rightarrow \text{Sc}$



## この計算から解ったこと

$\text{Ca} \rightarrow \text{Sc}$  の  $Ex = 17\text{MeV}$  付近に (実験結果のみに) 見られていたピークは Sc の“T=4状態”を考慮することで一主殻計算でも再現できる。ただ、GT遷移とは関係がない。

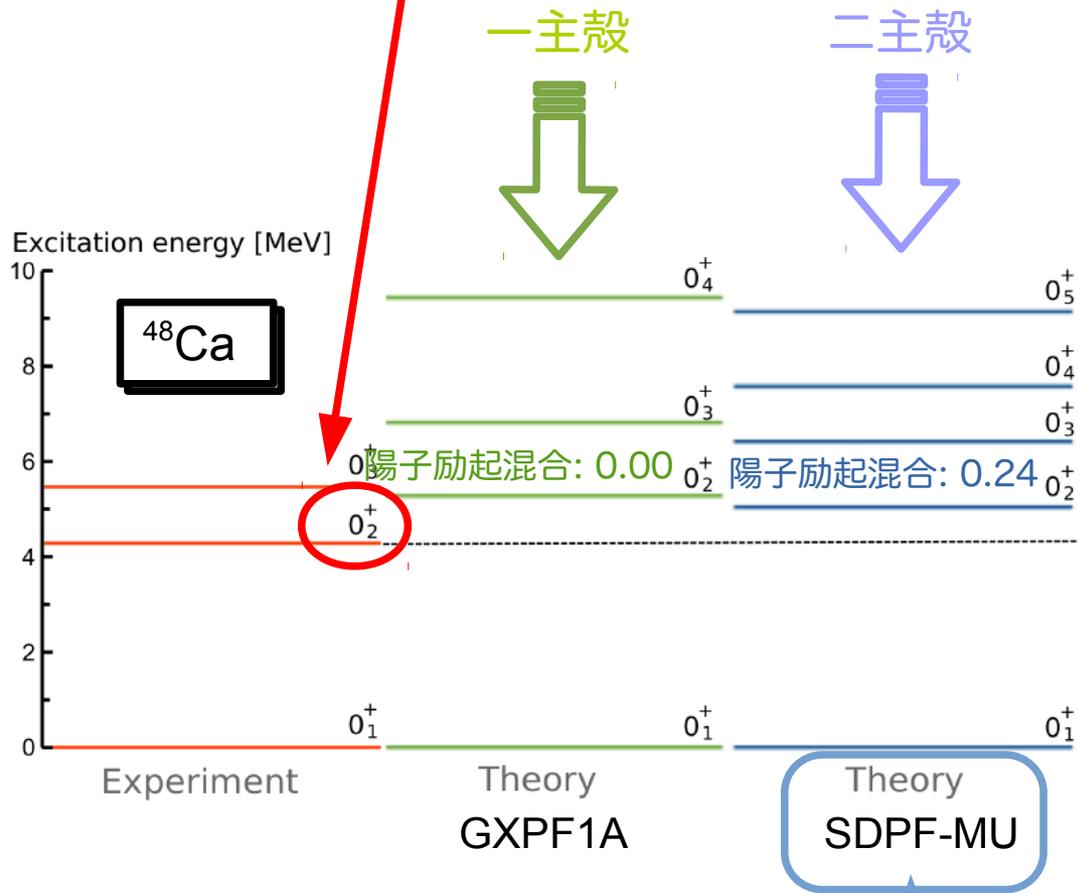
$\text{Sc} \rightarrow \text{Ti}$ については高エネルギー成分が再現できない。二主殻計算の必要性

# 計算結果

二主殻の計算を行う。

[実験]  $^{48}\text{Ca}$ の2番目の $0^+$ 状態は陽子励起を含んでいると指摘されている。

Videbaek et al. NPA (1986)



陽子励起混合:

$sd$ 殻から $pf$ 殻へ励起した陽子の数

既に提案されているSDPF-MU相互作用:

- ✓ 2番目の $0^+$ の励起エネルギーが高すぎる。
- ✓ 陽子励起もそれほど混ざっていない。

二主殻相互作用 = SDPF-MU

Utsuno-Otsuka-Brown-Honma-Mizusaki-Shimizu PRC (2012)

# 計算結果

二主殻の計算を行う。

[実験]  $^{48}\text{Ca}$ の2番目の $0^+$ 状態は陽子励起を含んでいると指摘されている。

→ この状態の励起エネルギーを再現する相互作用をつくる (二つの決め方)。



SDPF-MU iw17p

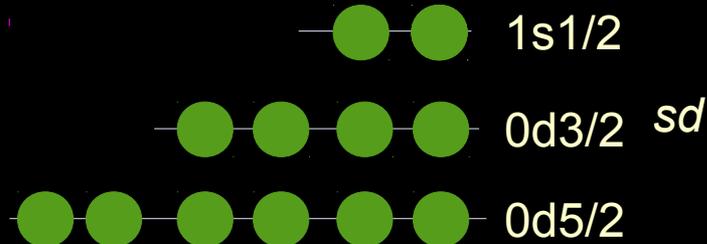
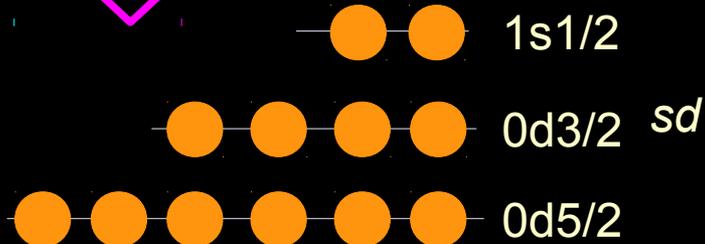
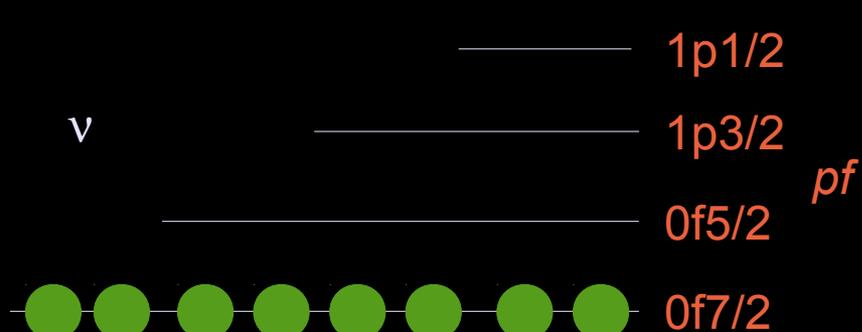


SDPF-MU iw17

陽子

中性子

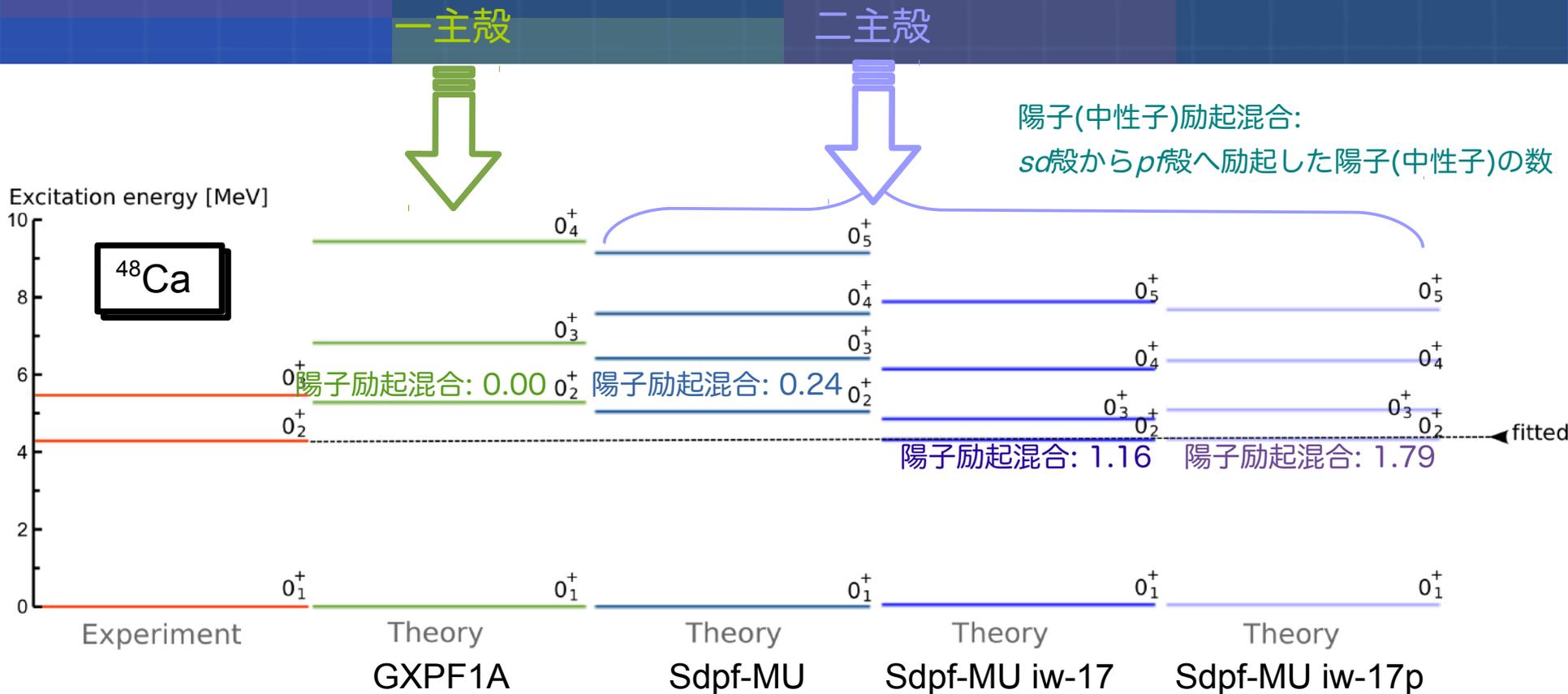
$^{48}\text{Ca}$ の基底状態



# 計算結果

二主殻の計算を行う。

[実験]  $^{48}\text{Ca}$ の2番目の $0^+$ 状態は陽子励起を含んでいると指摘されている。  
 → この状態の励起エネルギーを再現する相互作用をつくる。



1番目の $0^+$ 状態 陽子励起混合 : 0.00 陽子励起混合 : 0.18 陽子励起混合 : 0.27 陽子励起混合 : 0.26  
 中性子励起混合 : 0.00 中性子励起混合 : 0.12 中性子励起混合 : 0.16 中性子励起混合 : 0.13

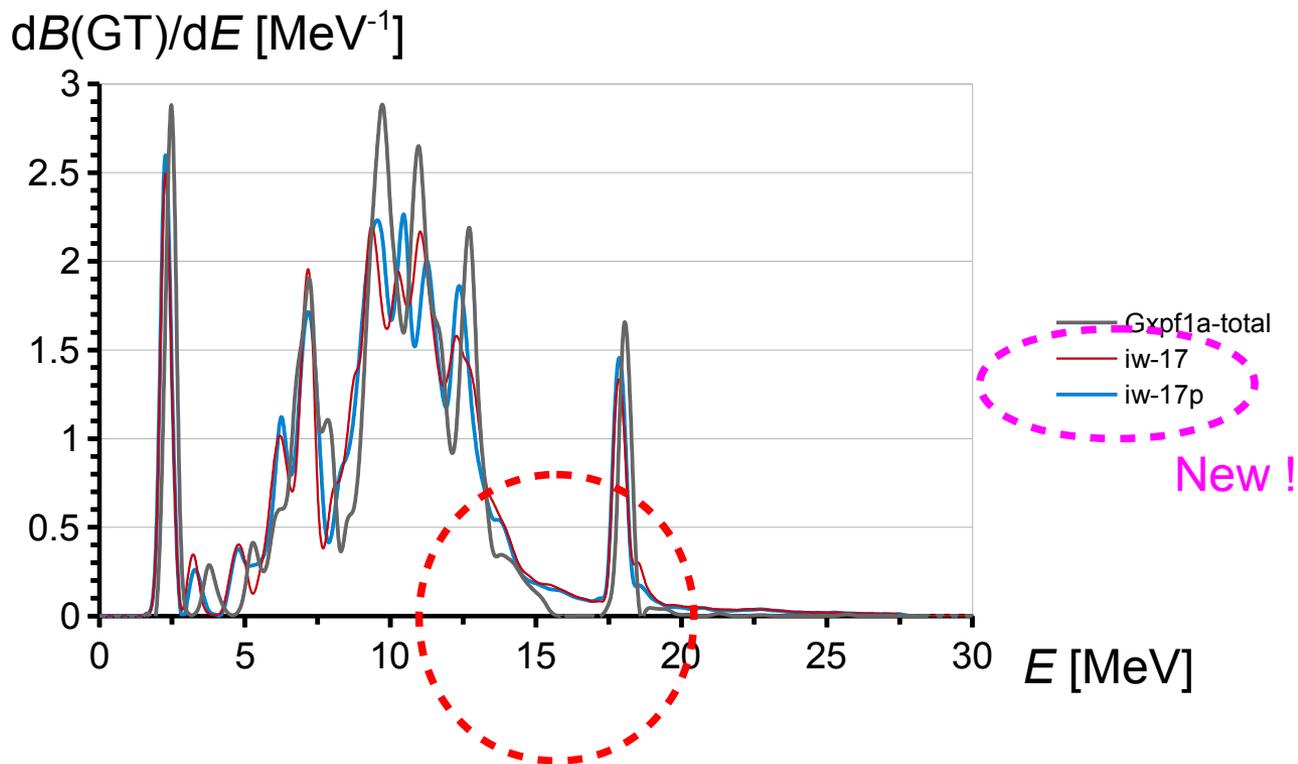
結果として、1番目の $0^+$ 状態にも $sd$ 殻から $pf$ 殻への励起成分が混ざる。

# 計算結果

Gauss幅 : 0.18MeV  
Qf = 0.77

Gamow-Teller遷移強度

Ca  $\rightarrow$  Sc

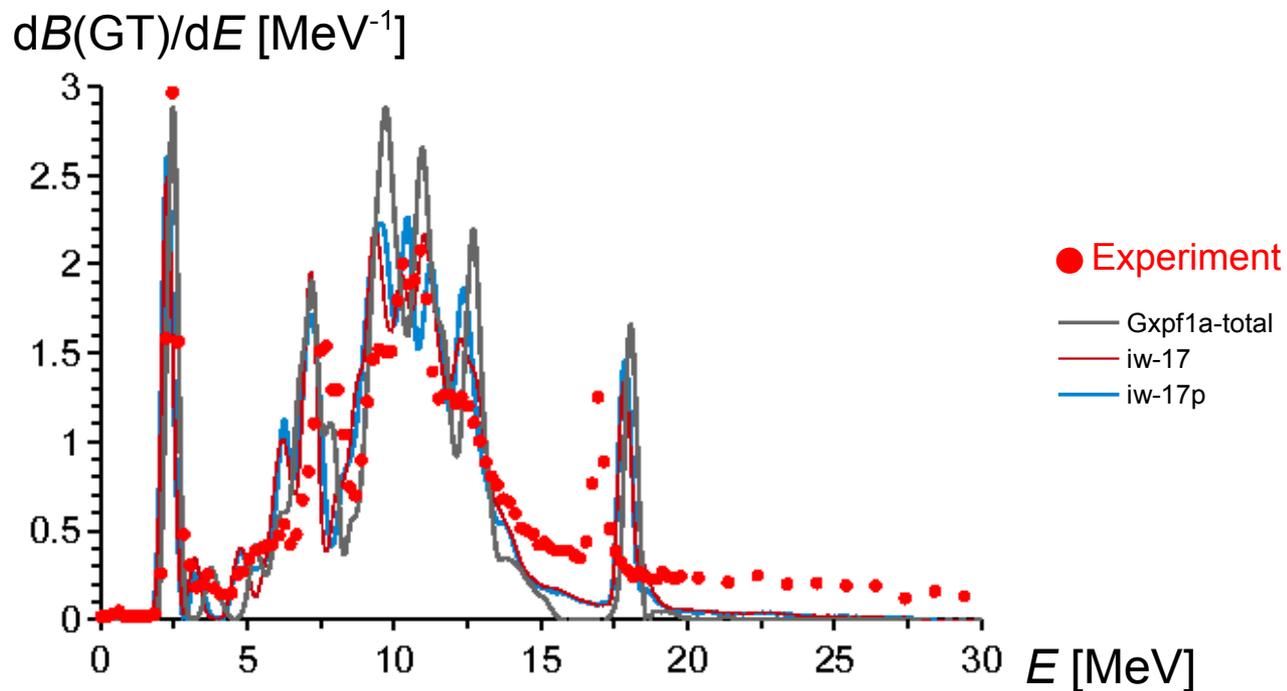


# 計算結果

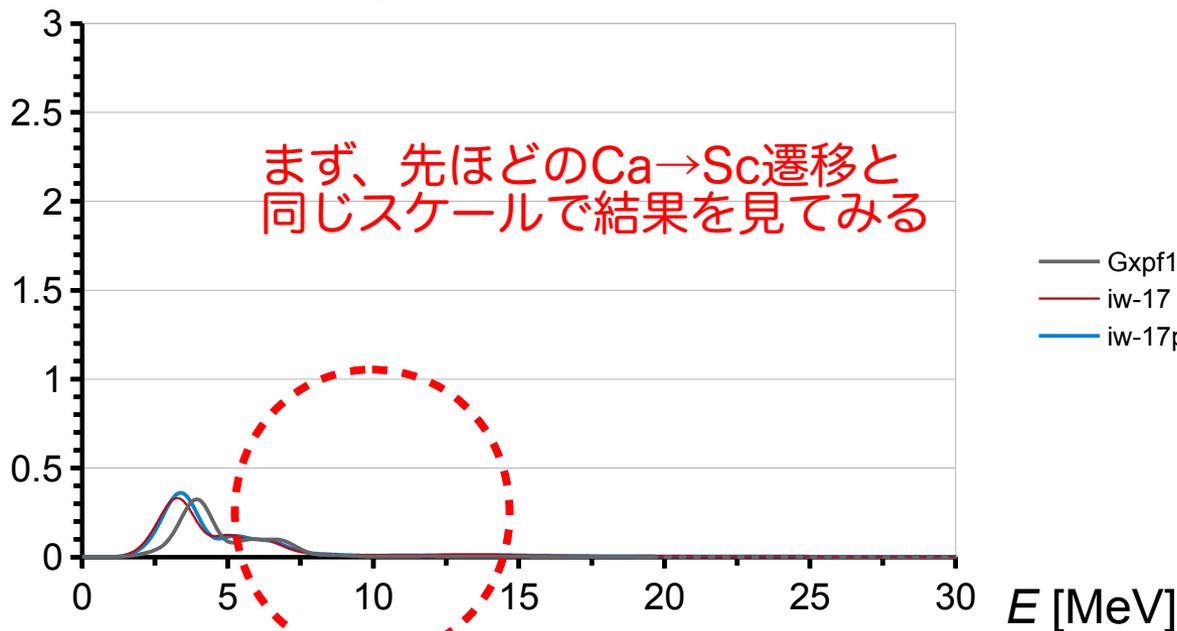
Gauss幅 : 0.18MeV  
Qf = 0.77

Gamow-Teller遷移強度

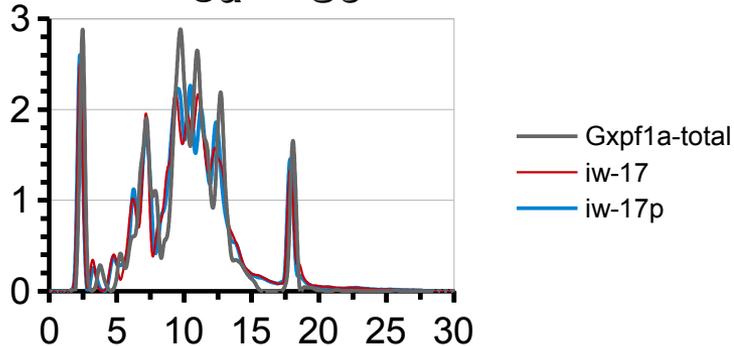
Ca  $\rightarrow$  Sc



$dB(GT)/dE$  [MeV<sup>-1</sup>]



[MeV<sup>-1</sup>] Ca → Sc

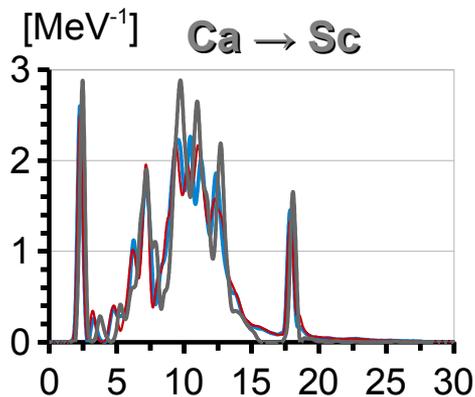
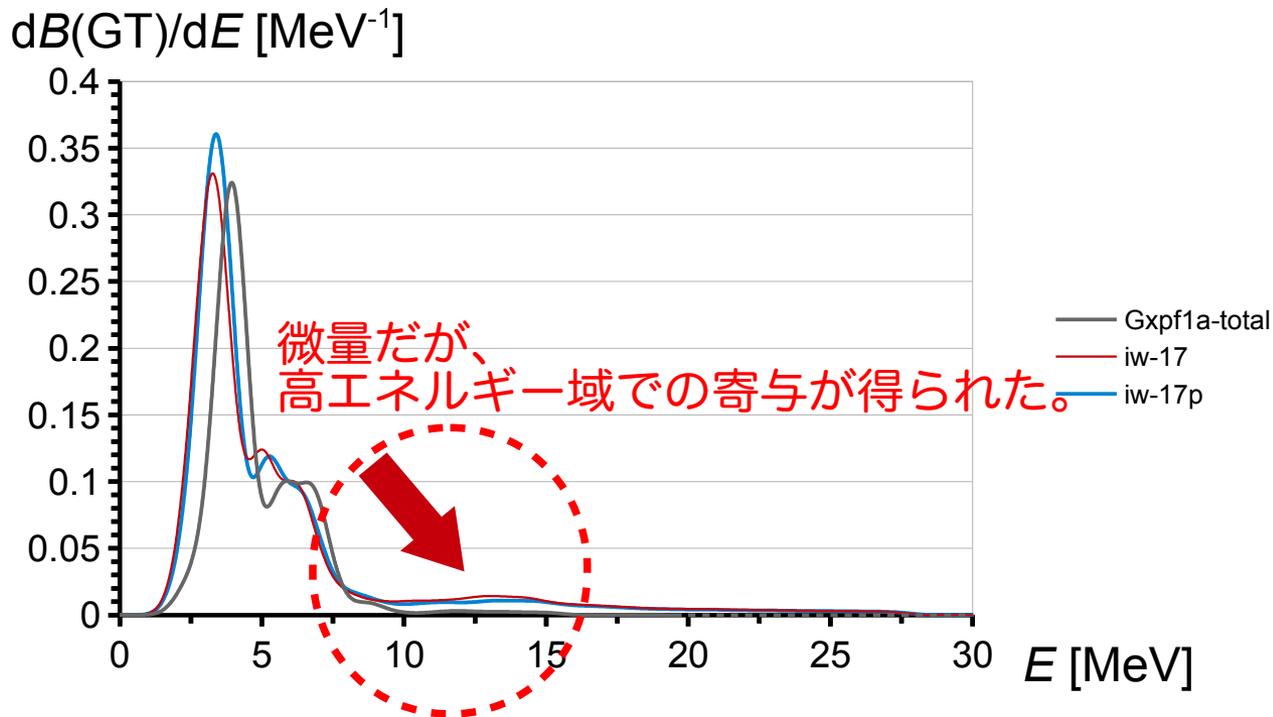


# 計算結果

Gauss幅 : 0.18MeV  
Qf = 0.77

Gamow-Teller遷移強度

Ti → Sc



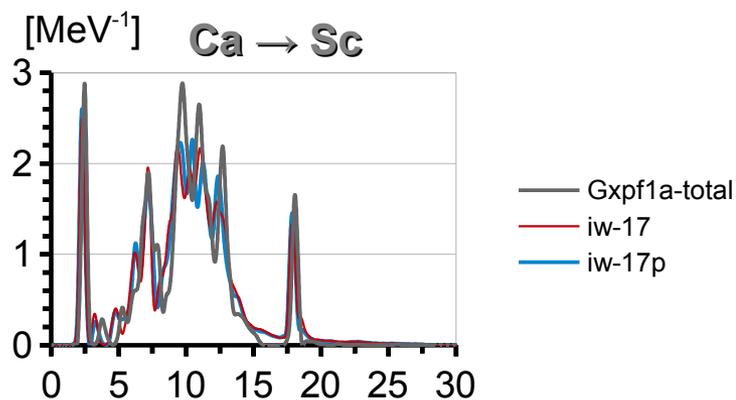
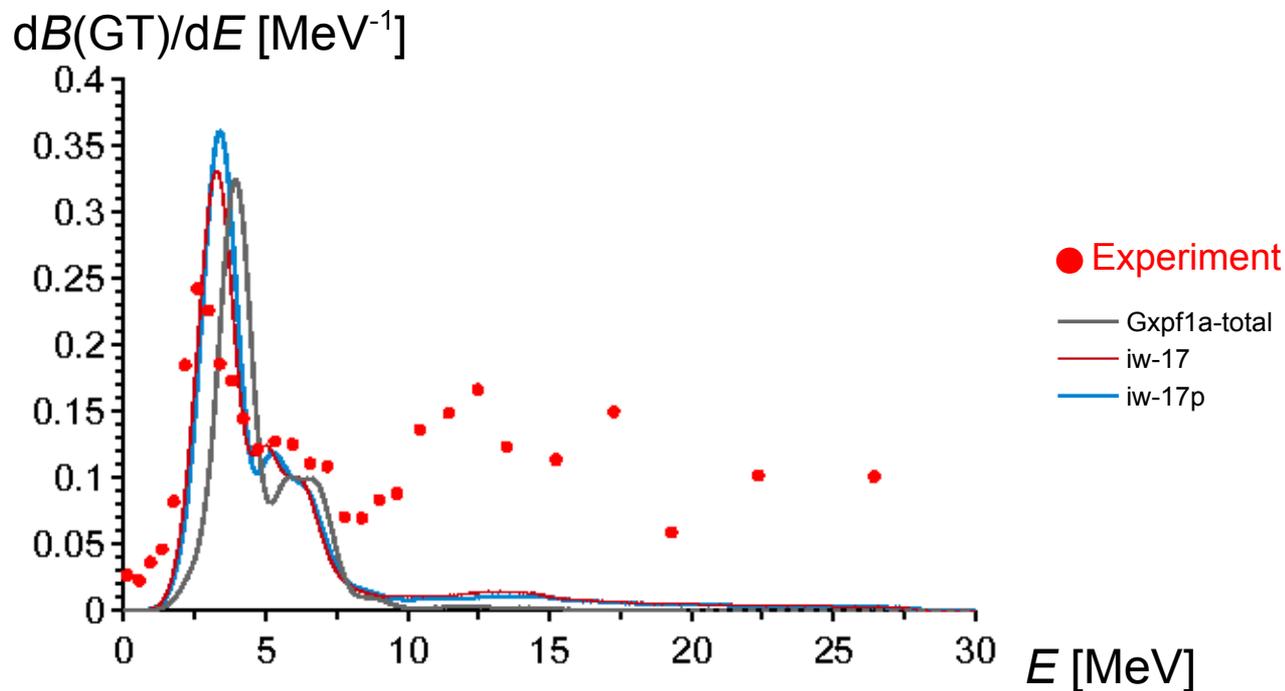
二主殻

# 計算結果

Gauss幅 : 0.18MeV  
Qf = 0.77

Gamow-Teller遷移強度

Ti  $\rightarrow$  Sc



二主殻

# 計算結果

Gauss幅 : 0.18MeV  
Qf = 0.77

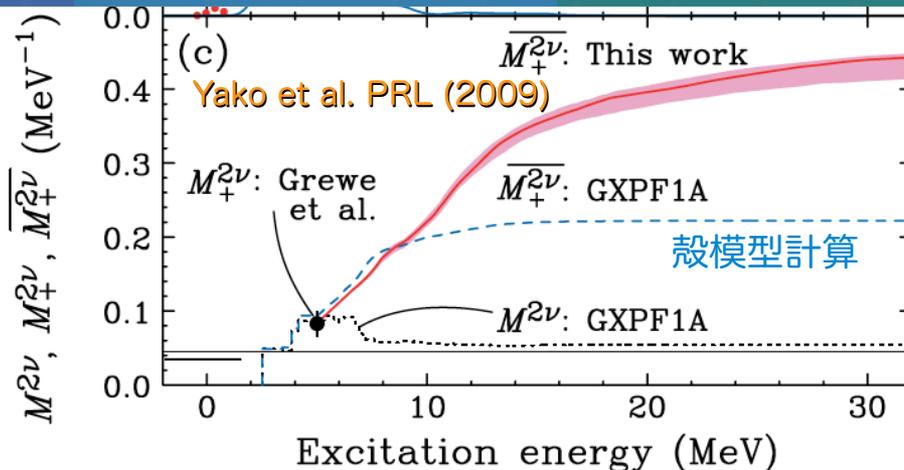
## Matrix element

$$M^{2\nu} = \sum_m \frac{\langle 0_{g.s.}^f || O_{GT^-} || 1_m^+ \rangle \langle 1_m^+ || O_{GT^-} || 0_{g.s.}^i \rangle}{E_m - E_0 + Q_{\beta\beta}/2}$$

実験との比較のため



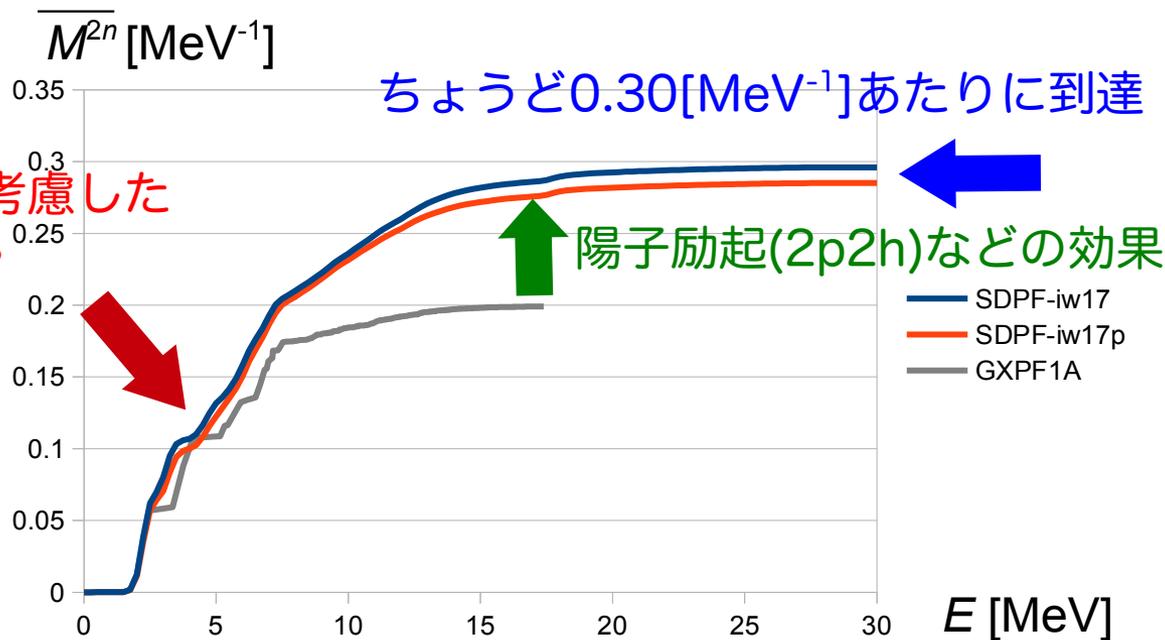
$$\overline{M_+^{2\nu}} \equiv \sum_m \frac{\sqrt{B(GT^-; m)} \sqrt{B(GT^+; m)}}{E_m - E_0 + Q_{\beta\beta}/2}$$



## 我々の計算結果

5MeVまでの励起状態を考慮した  
実験との一致は悪くない。

Exp: Grewe et al. PRC (2007)



# まとめと今後の展望

$^{48}\text{Ca}$ の二重ベータ崩壊について、

☆二主殻（とくに2p2hまで）を模型空間とする

☆ $^{48}\text{Ca}$ の第二 $0^+$ 状態を再現するように相互作用をつくる  
という観点から大規模殻模型計算を行った。

## Ca → Sc

ほぼ満足の行くGT遷移強度が得られた。

→ ほとんどは $p$ 殻内で励起した状態間の遷移として説明できる。

## Sc → Ti

高エネルギー一部分で微量の改善はあったが、それほど顕著ではない。

→ Tiの基底状態 ( $0^+$ ) とScの励起状態 ( $1^+$ ) に取り込み損じがあるのか! ?

(励起エネルギー  $\sim 15\text{MeV} \Leftrightarrow$  Scの200番目  $\sim$  500番目の励起状態)

実験結果にIVSM(isovector spin monopole)が混ざっている可能性あり。

## “今後の戦略”

- ▶ Tiの励起状態に関する実験情報を使って現行の相互作用を改良。
- ▶ (重要そうな) 4p4hの一部を取り込んだ殻模型計算をアレンジし、そういった計算によってTiやScの状態に違いが生じるかどうかを検証する。
- ▶ モンテカルロ殻模型により、制限の無い二主殻計算を行う。
- 2v processで “fine tuning” された殻模型計算で 0v process に挑む。