

IIB行列模型における標準模型粒子 の実現

土屋麻人
静岡大学

離散的手法による場と時空のダイナミクス
於KEK 2013年9月27日～9月30日

References

- J. Nishimura and A. T.,
PTEP 2013, 043B03 (2013), arXiv: 1208.4910
- J. Nishimura and A. T. , arXiv:1305.5547
- H. Aoki, J. Nishimura and A. T., in preparation



Introduction

Beginning of the Universe

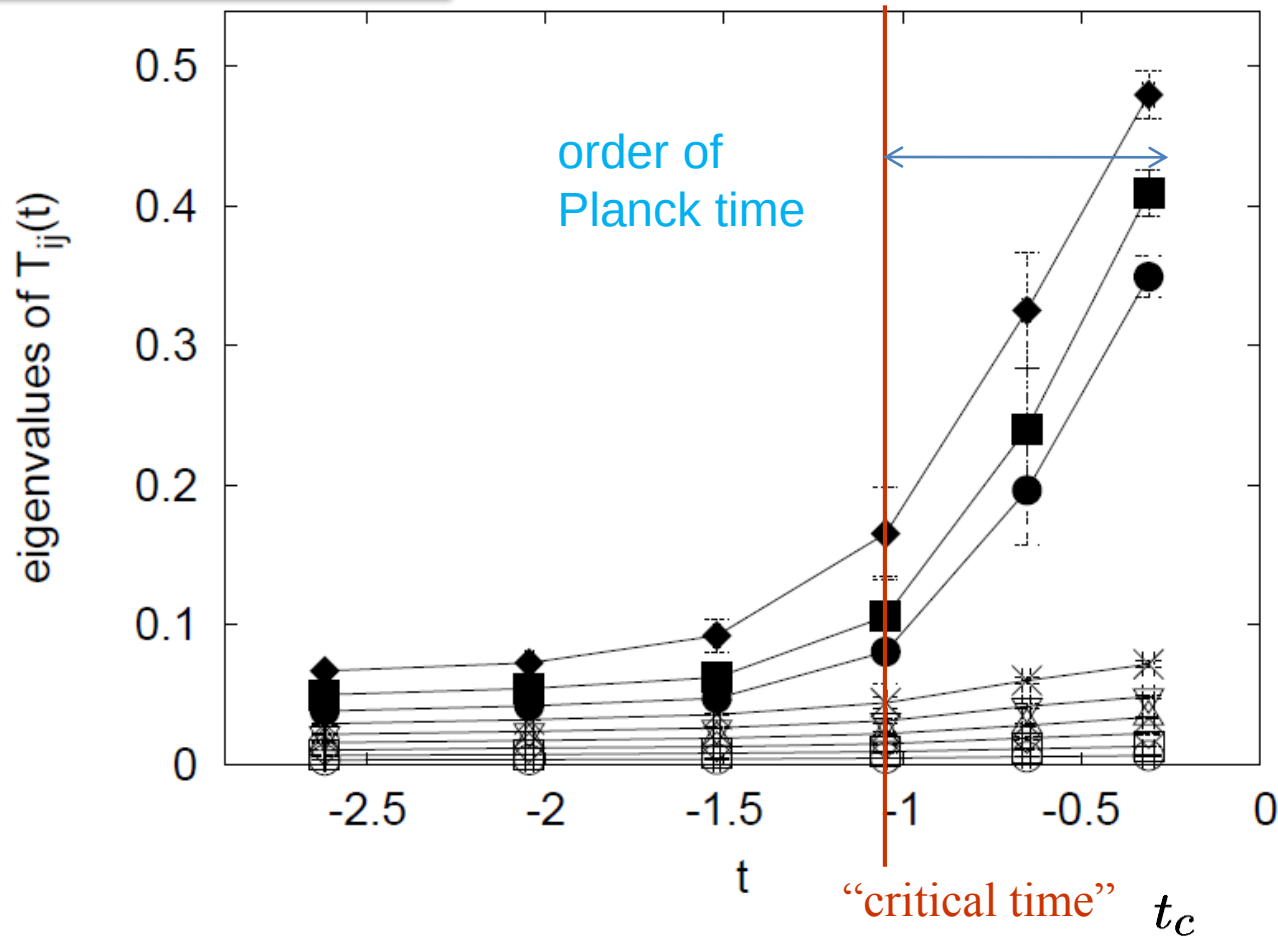
Kim-Nishimura-A.T. ('11)

$$T_{ij} = \frac{1}{n} \text{tr} \{ \bar{A}_i(t) \bar{A}_j(t) \}$$

$$N = 16$$

$$\kappa = 4.0$$

$$\text{SO}(9) \xrightarrow{\text{SSB}} \text{SO}(3)$$



The Standard Model can appear?

- 現在のモンテカルロシミュレーションで見ているのは、宇宙の始まり(インフレーション)の始まりのようである。(後の時刻をみるためにはより大きな行列サイズが必要。)
- 十分に後の時刻では低エネルギーで標準模型が現れることが期待される。
- 超弦理論のような高次元の理論から標準模型を得る際の大きな問題 ～ カイラルフェルミオン
 - orbifolding
 - Calabi-Yau compactification with nonzero Euler number
 - intersecting D-branes

The Standard Model can appear? (cont'd)

- カイラルフェルミオンおよび標準模型粒子

in orbifold matrix model

Aoki-Iso-Suyama ('02)

in unitary matrix model

Chatzistavrakidis-Steinacker-Zoupanos ('10)

+Ginsparg-Wilson Dirac operator

Aoki ('11)

in IIB matrix model with $N=\infty$

Chatzistavrakidis-Steinacker-Zoupanos ('11)

- IIB行列模型そのものにおいて、カイラルフェルミオンおよび標準模型粒子の実現を研究
理論の構成的定義をしたい。
すなわち、有限サイズの行列から出発して、ラージ N 極限をとる。
ここでのアイデアはintersecting branesに近い。

Plan of the present talk



1. Introduction
2. Review of the IIB matrix model
3. Chiral fermions in the IIB matrix model
4. Examples of the background
5. Conclusion and discussion



Review of the IIB matrix model

IIB matrix model

Ishibashi-Kawai-Kitazawa-A.T. ('96)

$$S = -\frac{1}{g^2} \text{tr} \left(\frac{1}{4} [A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi] \right)$$

10D N=1 SYMを0次元に次元還元した形

$N \times N$ Hermitian matrices

A_μ : 10D Lorentz vector ($\mu = 0, 1, \dots, 9$)

Ψ_α : 10D Majorana-Weyl spinor ($\alpha = 1, \dots, 16$)

ラージ N 極限をとる

時空はアприオリに存在しない、行列の自由度からダイナミカルに生成される

明白な **SO(9,1)対称性**, 明白な **10D N=2 SUSY**

共変な定式化

Matrix theory と matrix string theory は光円錐の定式化

10D N=2 SUSY

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\epsilon} Q^{(1)} A_\mu = i \bar{\epsilon} \Gamma_\mu \Psi \\ \bar{\epsilon} Q^{(1)} \Psi = \frac{i}{2} [A_\mu, A_\nu] \Gamma^{\mu\nu} \epsilon \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\xi} Q^{(2)} A_\mu = 0 \\ \bar{\xi} Q^{(2)} \Psi = \xi \mathbf{1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} c_\nu P^\nu A_\mu = c_\mu \mathbf{1} \\ c_\nu P^\nu \Psi = 0 \end{array} \right.$$

10D N=1 SUSYの次元還元

固有値の並進

$$\begin{aligned} \tilde{Q}^{(1)} &= Q^{(1)} + Q^{(2)} \\ \tilde{Q}^{(2)} &= i(Q^{(1)} - Q^{(2)}) \end{aligned}$$

$$[\bar{\epsilon}_1 \tilde{Q}^{(i)}, \bar{\epsilon}_2 \tilde{Q}^{(j)}] = 2i \delta^{ij} \bar{\epsilon}_2 \Gamma_\mu \epsilon_1 P^\mu$$

10D N=2 SUSY

A_μ の固有値は座標

重力を含むことを強く示唆

world-sheet actionとの対応

type IIB superstringに対するShild型のGreen-Schwarz作用のκ対称性を固定した
ものの

$$S = \int d^2\sigma \sqrt{g} \left(\frac{1}{4} \{X_\mu(\sigma), X_\nu(\sigma)\}^2 - \frac{i}{2} \bar{\psi}(\sigma) \Gamma^\mu \{X_\mu(\sigma), \psi(\sigma)\} \right)$$

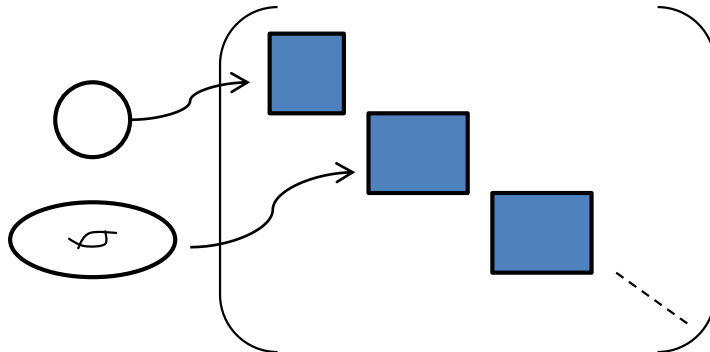
行列正則化

worldsheet上のPoisson括弧

$$\left\{ \begin{array}{l} X_\mu(\sigma) \rightarrow A_\mu \\ \psi(\sigma) \rightarrow \Psi \\ \{, \} \rightarrow -i[,] \\ \int d^2\sigma \sqrt{g} \rightarrow \text{tr} \end{array} \right.$$



IIB matrix model



2nd quantized

世界面の作用との対応

IIB型超弦理論に対する南部・後藤作用

$$S_{NG} = -T \int d^2\sigma \left(\sqrt{-\frac{1}{2}\Sigma^{\mu\nu}\Sigma_{\mu\nu}} + i\epsilon^{ab}\partial_a X^\mu (\bar{\theta}^1 \Gamma_\mu \partial_b \theta^1 + \bar{\theta}^2 \Gamma_\mu \partial_b \theta^2) + \epsilon^{ab}\bar{\theta}^1 \partial_a \theta^1 \bar{\theta}^2 \partial_b \theta^2 \right)$$

$$\Sigma^{\mu\nu} = \epsilon^{ab} \Pi_a^\mu \Pi_b^\nu \quad a = 1, 2$$

$$\Pi_a^\mu = \partial_a X^\mu - i\bar{\theta}^1 \Gamma^\mu \partial_a \theta^1 + i\bar{\theta}^2 \Gamma^\mu \partial_a \theta^2$$

10D N=2 SUSY

$$\begin{cases} \delta_{SUSY} \theta^1 = \epsilon^1 \\ \delta_{SUSY} \theta^2 = \epsilon^2 \\ \delta_{SUSY} X^\mu = i\bar{\epsilon}^1 \Gamma^\mu \theta^1 - i\bar{\epsilon}^2 \Gamma^\mu \theta^2 \end{cases}$$

κ 対称性

$$\begin{cases} \delta_\kappa \theta^1 = \alpha^1 \\ \delta_\kappa \theta^2 = \alpha^2 \\ \delta_\kappa X^\mu = i\bar{\theta}^1 \Gamma^\mu \alpha^1 - i\bar{\theta}^2 \Gamma^\mu \alpha^2 \end{cases}$$

$$\alpha^1 = (1 + \tilde{\Gamma})\kappa^1$$

$$\alpha^2 = (1 - \tilde{\Gamma})\kappa^2$$

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{2\sqrt{-\frac{1}{2}\Sigma^{\lambda\rho}\Sigma_{\lambda\rho}}} \Sigma_{\mu\nu} \Gamma^{\mu\nu}$$

$$\tilde{\Gamma}^2 = 1$$

世界面の作用との対応 つづき

κ 対称性の固定

$$\theta^1 = \theta^2 = \psi$$

$$\rightarrow \tilde{S}_{NG} = -T \int d^2\sigma \left(\sqrt{-\frac{1}{2}\sigma^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}} + 2i\epsilon^{ab}\partial_a X^\mu \bar{\psi} \Gamma_\mu \partial_b \psi \right)$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \epsilon^{ab}\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\theta^1 = \delta_{SUSY}\theta^1 + \delta_\kappa\theta^1 \\ \delta\theta^2 = \delta_{SUSY}\theta^2 + \delta_\kappa\theta^2 \\ \delta X^\mu = \delta_{SUSY}X^\mu + \delta_\kappa X^\mu \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \delta^{(1)}\psi = -\frac{1}{2\sqrt{-\frac{1}{2}\sigma^2}}\sigma_{\mu\nu}\Gamma^{\mu\nu}\epsilon \\ \delta^{(1)}X^\mu = 4i\bar{\epsilon}\Gamma^\mu\psi \\ \delta^{(2)}\psi = \xi \\ \delta^{(2)}X^\mu = 0 \end{array} \right.$$

$$\delta\theta^1 = \delta\theta^2$$

$$\kappa^1 = \frac{-\epsilon^1 + \epsilon^2}{2}$$

$$\kappa^2 = \frac{\epsilon^1 + \epsilon^2}{2}$$

$$\xi = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$$

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}$$

世界面の作用との対応 つづき

Poisson括弧

$$\{X, Y\} = \frac{1}{\sqrt{g}} \epsilon^{ab} \partial_a X \partial_b Y$$

Schild型作用

$$S_{Schild} = \int d^2\sigma \left[\sqrt{g} \alpha \left(\frac{1}{4} \{X^\mu, X^\nu\}^2 - \frac{i}{2} \bar{\psi} \Gamma^\mu \{X_\mu, \psi\} \right) + \beta \sqrt{g} \right]$$

$\sqrt{g}$ の運動方程式

$$\longrightarrow -\frac{1}{4} \alpha \frac{1}{(\sqrt{g})^2} (\epsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu)^2 + \beta = 0$$

$$\longrightarrow \sqrt{g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \sqrt{(\epsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu)^2}$$

$\tilde{S}_{NG}$ を再現

10D N=2 SUSY

$$\delta^{(1)} \psi = -\frac{1}{2} \{X_\mu, X_\nu\} \Gamma^{\mu\nu} \epsilon$$

$$\delta^{(1)} X^\mu = i \bar{\epsilon} \Gamma^\mu \psi$$

$$\delta^{(2)} \psi = \xi$$

$$\delta^{(2)} X^\mu = 0$$

世界面の作用との対応 つづき

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\sqrt{g} \mathcal{D}X \mathcal{D}\psi e^{S_{Schild}}$$

$$\delta_d \psi = \epsilon^a \partial_a \psi$$

$$\delta_d X^\mu = \epsilon^a \partial_a X^\mu$$

$$\delta_d \sqrt{g} = \partial_a (\epsilon^a \sqrt{g})$$

$$\sqrt{g} \text{ を固定} \quad \longrightarrow \quad \partial_a (\epsilon^a \sqrt{g}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \epsilon^a = \frac{1}{\sqrt{g}} \epsilon^{ab} \partial_b \rho$$

$$\delta_{apd} \psi = \{\psi, \rho\}$$

$$\delta_{apd} X^\mu = \{X^\mu, \rho\}$$

area preserving diffeomorphism

w_∞ 代数

$$\mathcal{Z} = \int dA \mathcal{D}X \mathcal{D}\psi e^{S_{Schild}}$$

$$A = \int d^2\sigma \sqrt{g}$$

世界面の作用との対応 つづき

Schild型作用の行列正則化 $\sim w_\infty$ 代数の $U(n)$ による正則化

$$\left\{ \begin{array}{l} X_\mu(\sigma) \rightarrow A_\mu \\ \psi(\sigma) \rightarrow \Psi \\ \{ , \} \rightarrow -i[,] \\ \frac{1}{2\pi} \int d^2\sigma \sqrt{g} \rightarrow \text{tr} \end{array} \right.$$

$$\int d^2\sigma \sqrt{g} \{X, Y\} = 0$$

$$\int d^2\sigma \sqrt{g} X \{Y, Z\} = \int d^2\sigma \sqrt{g} Z \{X, Y\}$$



$$\text{tr}([X, Y]) = 0$$

$$\text{tr}(X[Y, Z]) = \text{tr}(Z[X, Y])$$

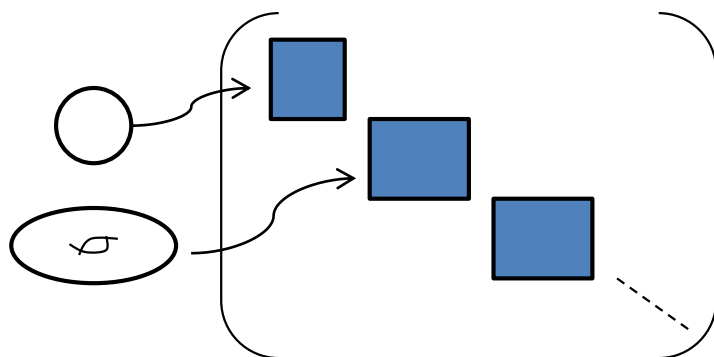
$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int dX d\psi e^{-S}$$

$$S = 2\pi\alpha \text{tr} \left(-\frac{1}{4} [A_\mu, A_\nu]^2 - \frac{1}{2} \bar{\psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \psi] \right) + 2\pi\beta \text{tr} 1$$

$$\leftarrow S = -\frac{1}{g^2} \text{tr} \left(\frac{1}{4} [A_\mu, A_\nu]^2 + \frac{1}{2} \bar{\Psi} \Gamma^\mu [A_\mu, \Psi] \right)$$

$$N \left(\begin{array}{c} n \\ n \end{array} \begin{array}{c} n \\ \blacksquare \end{array} N \right)$$

世界面の作用との対応 つづき



第2量子化された理論

w_∞ の $U(n)$ による正則化

トーラス $L \times L$

トーラス上の関数空間の基底

$$T_{pq} = \exp\left(\frac{2\pi i}{L}(px + qy)\right)$$

$$\{T_{pq}, T_{p'q'}\} = -\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 (pq' - qp') T_{p+p', q+q'}$$

$$\frac{1}{2\pi} \int dx dy T_{pq} = \frac{L^2}{2\pi} \delta_{p0} \delta_{q0}$$

$U(n)$ のリー代数の基底

$$J_{pq} = \omega^{pq/2} g^p h^q \quad (0 \leq p, q < n)$$

$$hg = \omega gh \quad \omega = e^{\frac{2\pi i}{n}}$$

$$n = 4$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^3 \end{pmatrix} \quad h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i[J_{pq}, J_{p'q'}] = -2 \sin\left(\frac{\pi}{n}(pq' - p'q)\right) J_{p+p', q+q'}$$

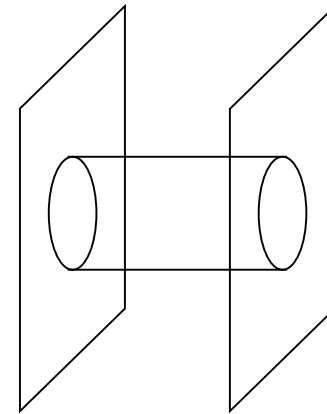
$$\text{tr} J_{pq} = n \delta_{p0} \delta_{q0}$$

$$\longrightarrow -\frac{2\pi}{n}(pq' - qp') J_{p+p', q+q'}$$

$$L^2 = 2\pi n$$

D-objectsの間の相互作用

$$A_\mu = \begin{pmatrix} x_\mu^{(1)} 1 + a_\mu^{(1)} & \\ & x_\mu^{(2)} 1 + a_\mu^{(2)} \end{pmatrix}$$



$$W = \frac{1}{(x^{(1)} - x^{(2)})^8} \left(\underbrace{-12 \text{tr}(f_{\mu\lambda}^{(1)} f_{\lambda\nu}^{(1)}) \text{tr}(f_{\mu\rho}^{(2)} f_{\rho\nu}^{(2)})}_{\text{graviton}} + \frac{3}{2} \underbrace{\text{tr}(f_{\mu\nu}^{(1)} f_{\mu\nu}^{(1)}) \text{tr}(f_{\lambda\rho}^{(2)} f_{\lambda\rho}^{(2)})}_{\text{scalar}} \right)$$

$$f_{\mu\nu}^{(i)} = i[a_\mu^{(i)}, a_\nu^{(i)}]$$

光円錐弦の場の理論

Fukuma-Kawai-Kitazawa-A.T. ('97)

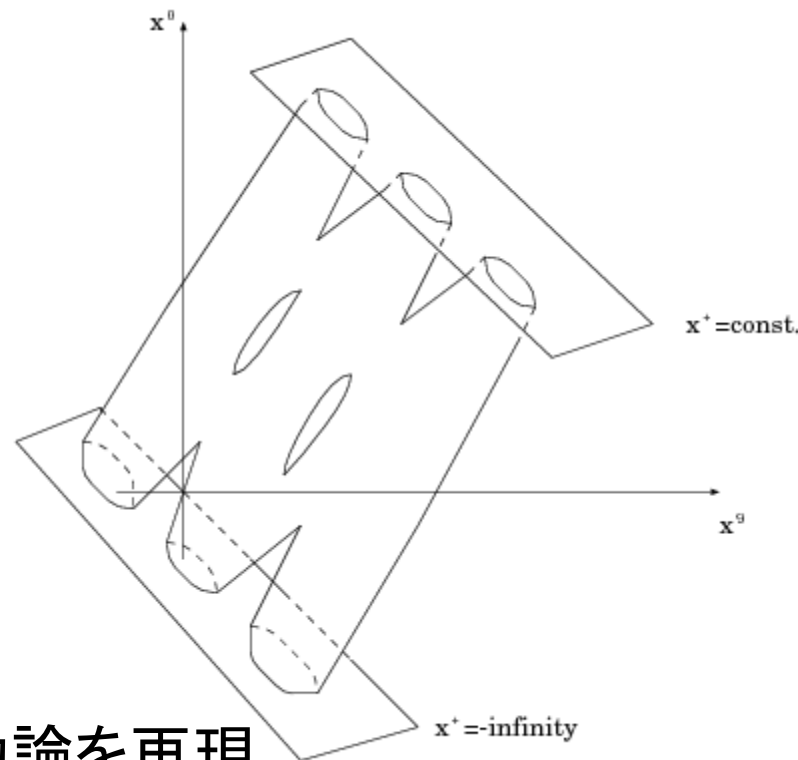
$$W[k] = \text{tr} P \exp \left[i \int d\sigma (k^\mu(\sigma) A_\mu + (\text{fermion})) \right] \sim \Psi[k(\cdot)]$$

light front上にある $W[k]$ に対する
Schwinger-Dyson 方程式



IIB型超弦理論の光円錐弦の場
の理論

IIB行列模型がIIB型超弦理論の摂動論を再現
することを意味する



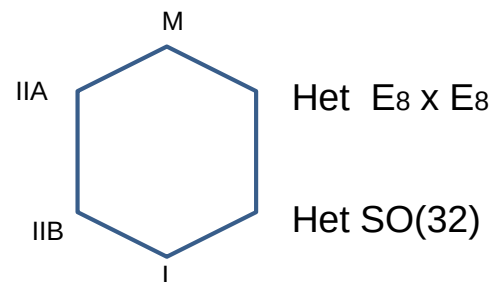
超弦理論の双対性

超弦理論における双対性

5個の超弦理論とM理論はひとつの理論の違った記述の仕方



強結合領域を扱える定式化ならどこからでも出発できる



Chiral fermions in the IIB matrix model

Late time behavior

後の時刻で期待できること

- それまでの膨張のため作用の値が大きい。
- 支配的なbackgroundが存在し、そのまわりの量子ゆらぎは小さい。
- 非常に長い時間のスケールを考えないかぎり、膨張は無視できて、backgroundは $SO(3,1)$ 対称性を持つ。

Lorentz symmetric background

最も一般的な(3+1)次元ローレンツ対称なbackground

$$A_\mu = X_\mu \otimes \textcircled{M} \quad (\mu = 0, \dots, 3) \quad \text{warp factorの行列版}$$

$$A_a = 1_{\tilde{N}} \otimes Y_a \quad (a = 4, \dots, 9)$$

$$N/\tilde{N} \times N/\tilde{N}$$

$$O_{\mu\nu} X_\nu = g[O] X_\mu g[O]^\dagger$$

$$O \in \text{SO}(3, 1)$$

$$g[O] \in \text{SU}(\tilde{N})$$

$M = 1$: direct product space-time

$M \neq 1$: warped space-time

カイラルフェルミオンを得るためには、 $M \neq 1$ であることが必要

Fermions in IIB matrix model

- フェルミオン作用 (free part)

$$S_f = \frac{1}{2} \text{Tr}(\bar{\Psi} \Gamma^M [A_M, \Psi])$$

Ψ : Majorana-Weyl, $N \times N$ エルミート

$$A_\mu = X_\mu \otimes M \quad (\mu = 0, \dots, 3)$$

$$A_a = 1_n \otimes Y_a \quad (a = 4, \dots, 9)$$

- ガンマ行列の分解

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu \otimes 1_8$$

$$\Gamma^a = \gamma_5 \otimes i\Delta^a$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = -2\eta^{\mu\nu}$$

$$\{\Delta^a, \Delta^b\} = 2\delta^{ab}$$

Eigenvalue problem for 6d Dirac operator

$$D_{6d}\Phi = \Delta^a[Y_a, \Phi] \quad \Phi = \begin{pmatrix} * & \varphi \\ \varphi^c & * \end{pmatrix}$$

charge conjugation
~ 同一視

$$Y_a = \begin{pmatrix} Y_a^{(1)} & 0 \\ 0 & Y_a^{(2)} \end{pmatrix} \quad \text{を仮定}$$

$$\Delta^a(Y_a^{(1)}\varphi - \varphi Y_a^{(2)}) = \lambda\varphi \quad \text{固有値問題} \quad \lambda : \text{実数}$$

$$\longrightarrow \Delta^a(Y_a^{(1)}(\Delta_\chi\varphi) - (\Delta_\chi\varphi)Y_a^{(2)}) = -\lambda(\Delta_\chi\varphi)$$

$$\begin{cases} \varphi_R = \frac{1 + \Delta_\chi}{2}\varphi \\ \varphi_L = \frac{1 - \Delta_\chi}{2}\varphi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \Delta^a(Y_a^{(1)}\varphi_R - \varphi_R Y_a^{(2)}) = \lambda\varphi_L \\ \Delta^a(Y_a^{(1)}\varphi_L - \varphi_L Y_a^{(2)}) = \lambda\varphi_R \end{cases}$$

ゼロモードについても、RとLの数は同じ！

しかし、 φ_R と φ_L の形は一般に違う。

KK expansion

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi^{(1,1)} & \psi^{(1,2)} \\ \psi^{(2,1)} & \psi^{(2,2)} \end{pmatrix}$$

$$\psi^{(1,2)} = \sum_n (\psi_{nR} \otimes \varphi_{nR} + \psi_{nL} \otimes \varphi_{nL})$$

$$\begin{cases} \Delta^a(Y_a^{(1)}\varphi_{nR} - \varphi_{nR}Y_a^{(2)}) = \lambda_n\varphi_{nL} \\ \Delta^a(Y_a^{(1)}\varphi_{nL} - \varphi_{nL}Y_a^{(2)}) = \lambda_n\varphi_{nR} \end{cases}$$

$$\text{tr}(\varphi_{mp}^\dagger \varphi_{nq}) = \delta_{mn}\delta_{pq} \\ (p, q = R, L)$$



$$S_f = \frac{1}{2} \text{Tr}(\bar{\Psi} \Gamma^M [A_M, \Psi])$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{m,n} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nR}) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nR}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu \psi_{nR} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger \varphi_{nR} M^{(2)})) \\ &\quad + (R \leftrightarrow L) \\ &\quad + i \sum_n \lambda_n \text{tr}(\bar{\psi}_{nR} \psi_{nL} - \bar{\psi}_{nL} \psi_{nR}) \end{aligned}$$

$$M = \begin{pmatrix} M^{(1)} & 0 \\ 0 & M^{(2)} \end{pmatrix}$$

No-go theorem

Nishimura-A.T. ('13)

$$\begin{aligned} S_f = & \sum_{m,n} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nR}) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nR}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu \psi_{nR} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger \varphi_{nR} M^{(2)})) \\ & + \sum_{m,n} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nL}) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nL}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu \psi_{nL} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger \varphi_{nL} M^{(2)})) \\ & + i \sum_n \lambda_n \text{tr}(\bar{\psi}_{nR} \psi_{nL} - \bar{\psi}_{nL} \psi_{nR}) \end{aligned}$$

➤ direct product space-time

$$M = 1$$

$$\Rightarrow S_f = \sum_n \text{tr}(\bar{\psi}_{nR} \gamma^\mu [X_\mu, \psi_{nR}] + \bar{\psi}_{nL} \gamma^\mu [X_\mu, \psi_{nL}] + i \lambda_n (\bar{\psi}_{nR} \psi_{nL} - \bar{\psi}_{nL} \psi_{nR}))$$

ベクトル的フェルミオン ➡ no-go theorem

Getting chiral fermion in warped space-time

$$\begin{aligned}
 S_f = & \sum_{m,n} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nR}) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nR}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu \psi_{nR} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger \varphi_{nR} M^{(2)})) \\
 & + \sum_{m,n} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nL}) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nL}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu \psi_{nL} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger \varphi_{nL} M^{(2)})) \\
 & + i \sum_n \lambda_n \text{tr}(\bar{\psi}_{nR} \psi_{nL} - \bar{\psi}_{nL} \psi_{nR})
 \end{aligned}$$

➤ warped space-time $M \neq 1$

$$\lambda_0 = 0 \quad M^{(1)} \varphi_{0L} = \varphi_{0L} M^{(2)} = \varphi_{0L}$$

$$S_f = \text{tr}(\bar{\psi}_{0L} \gamma^\mu [X_\mu, \psi_{0L}])$$



$$\begin{aligned}
 & + \sum_m (\text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu X_\mu \psi_{0R}) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger M^{(1)} \varphi_{0R}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu \psi_{0R} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger \varphi_{0R} M^{(2)})) + c.c. \\
 & + \sum_{m,n \neq 0} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nR}) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nR}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mR} \gamma^\mu \psi_{nR} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mR}^\dagger \varphi_{nR} M^{(2)})) \\
 & + \sum_{m,n \neq 0} (\text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu X_\mu \psi_{nL}) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger M^{(1)} \varphi_{nL}) - \text{tr}(\bar{\psi}_{mL} \gamma^\mu \psi_{nL} X_\mu) \text{tr}(\varphi_{mL}^\dagger \varphi_{nL} M^{(2)})) \\
 & + i \sum_{n \neq 0} \lambda_n \text{tr}(\bar{\psi}_{nR} \psi_{nL} - \bar{\psi}_{nL} \psi_{nR})
 \end{aligned}$$

4次元の左巻きカイラルフェルミオンを得る。



Examples of the background

Example : intersecting branes

Aoki-Nishimura-A.T.

$$Y_4 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \textcircled{L_1} & 0 \\ 0 & 1_k \otimes \textcircled{\tilde{L}_3} \end{pmatrix}$$

$$Y_5 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \textcircled{L_2} & 0 \\ 0 & \textcircled{\tilde{L}_3} \otimes 1_k \end{pmatrix}$$

$$Y_6 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \textcircled{\tilde{L}_3} & 0 \\ 0 & \textcircled{L_1} \otimes 1_k \end{pmatrix}$$

$$Y_7 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{L_2} \otimes 1_k \end{pmatrix}$$

$$Y_8 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1_k \otimes \textcircled{L_1} \end{pmatrix}$$

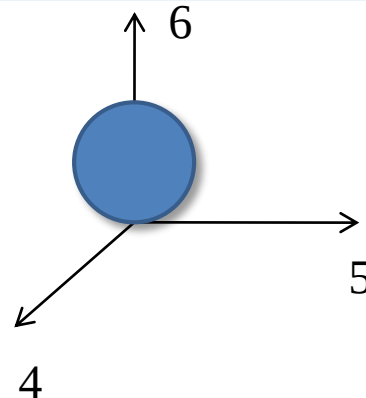
$$Y_9 = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1_k \otimes \textcircled{L_2} \end{pmatrix}$$

fuzzy spheres

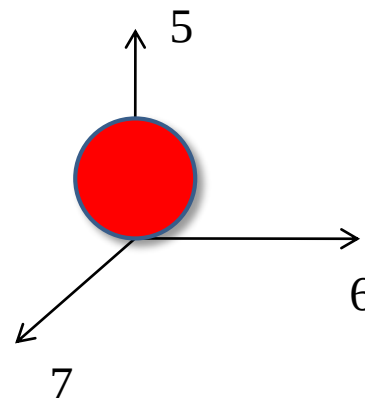
$$[L_i, L_j] = i\epsilon_{ijk}L_k$$

$$\sum_{i=1}^3 L_i^2 = r^2 1_k$$

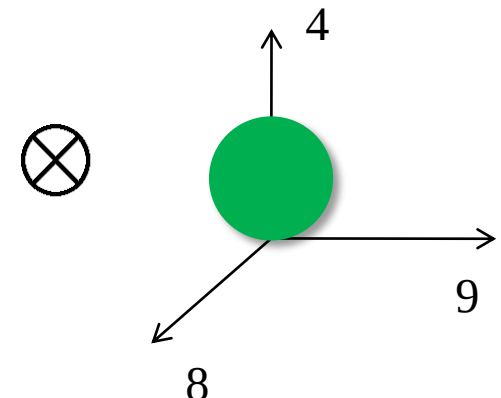
$$\tilde{L}_3 = L_3 + r 1_k$$



$S^2 \sim \text{D5-brane}$



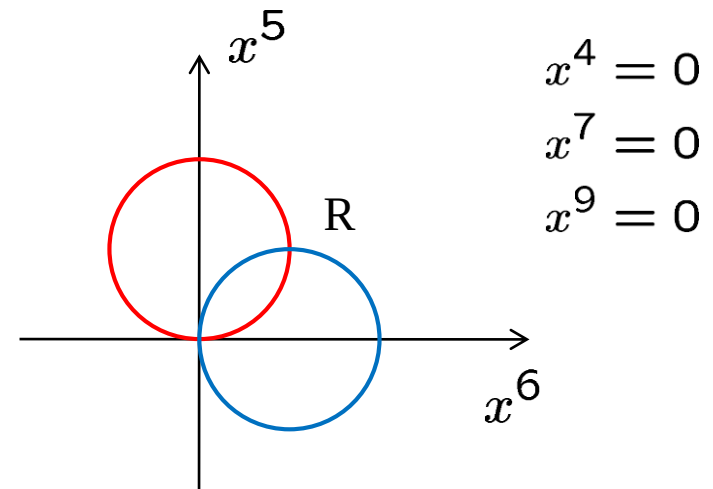
$S^2 \times S^2 \sim \text{D7-brane}$



Solving 6d Dirac equation

$$Y_a = \begin{pmatrix} Y_a^{(1)} & 0 \\ 0 & Y_a^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & \varphi \\ \varphi^c & 0 \end{pmatrix}$$

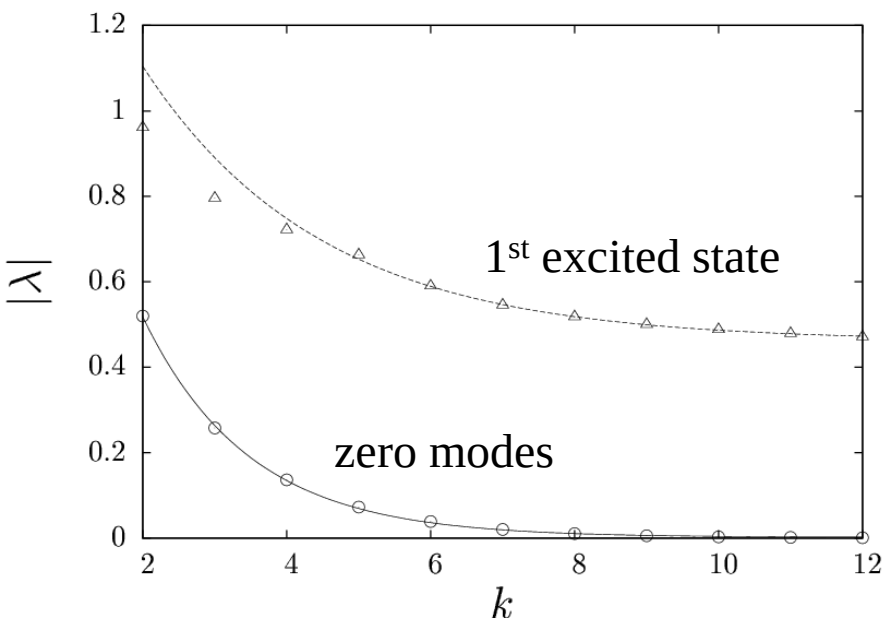


解くべき固有方程式

$$\Delta^a (Y_a^{(1)} \varphi - \varphi Y_a^{(2)}) = \lambda \varphi$$

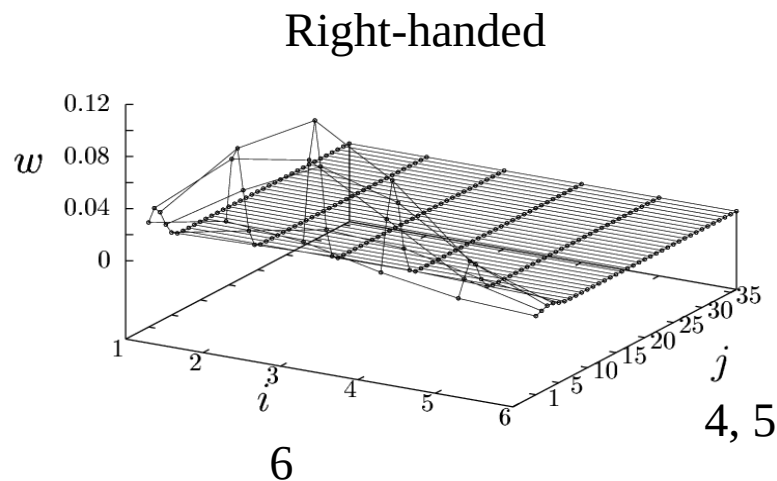
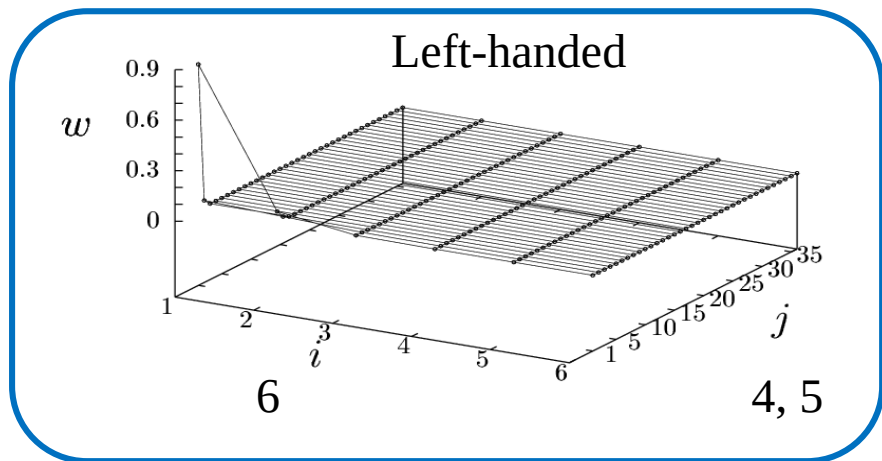
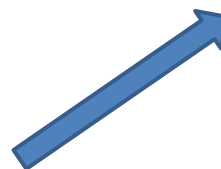
zero modes ($\lambda = 0$) が交差点に現われる ~ LとRひとつずつ

Wave functions and warp factor



$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & & \\ 0 & * & & & \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & * & * & * \\ & & 0 & * & * & * \\ & & 0 & * & * & * \end{pmatrix} \quad (k=2)$$

1世代の左巻きフェルミオンを得る。



Standard Model fermions

Cf.) Chatzistavrakidis-Steinnacker-Zoupanos ('11)

$$Y_a = \begin{pmatrix} S^2 \otimes 1_3 & q_L & u_R & d_R \\ S^2 & \ell_L & \nu_R & e_R \\ 0 & S^2 \times S^2 \otimes 1_2 & S^2 \times S^2 & S^2 \times S^2 \end{pmatrix}$$

	$S^2 \times S^2$	$S^2 \times S^2$	$S^2 \times S^2$
S^2	q_L	u_R	d_R
S^2	ℓ_L	ν_R	e_R

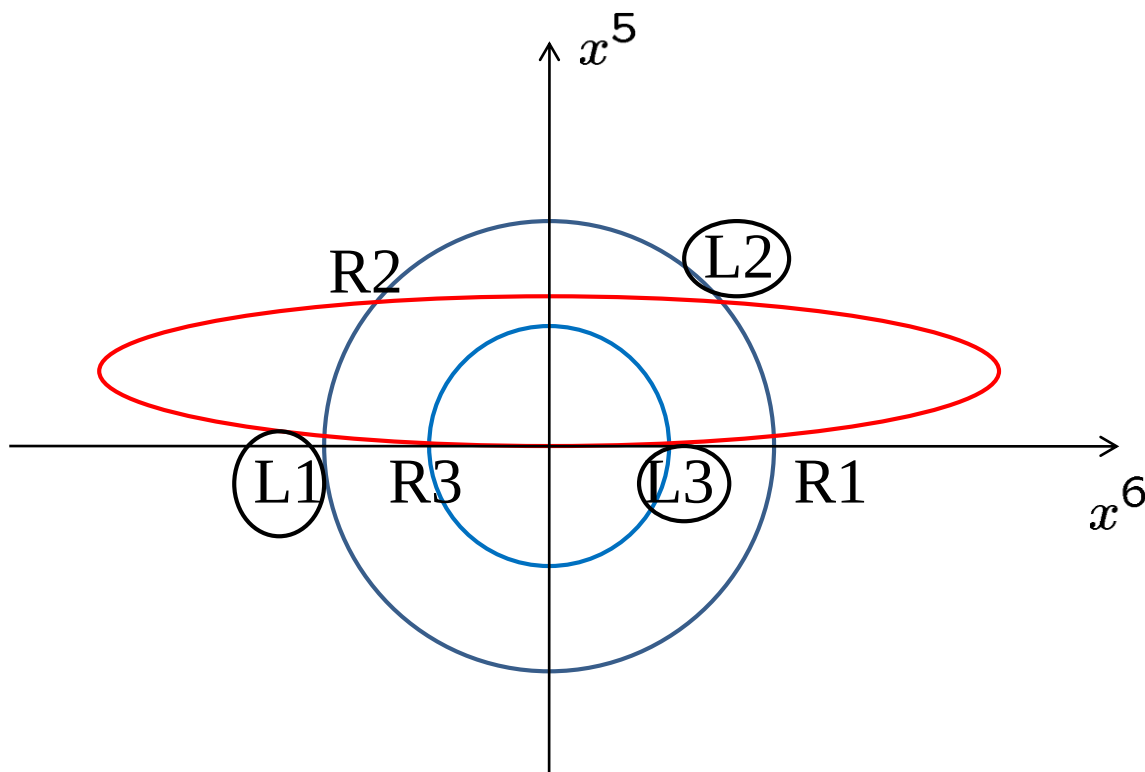
$$U(3) \times U(2) \times U(1)^3$$



$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

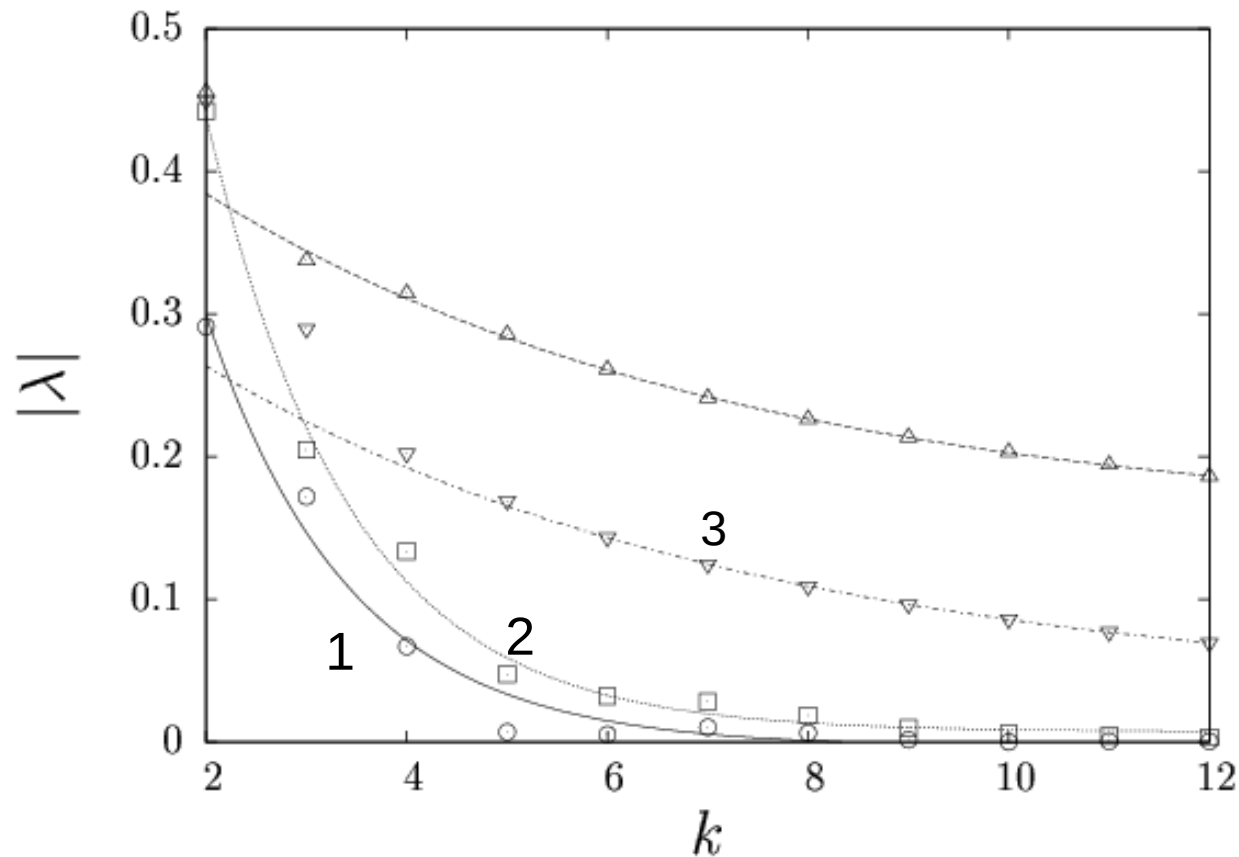
Three generations

6点で交わるように $S^2 \times S^2$ をsquashする

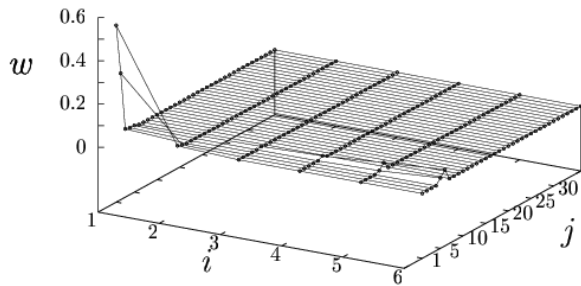


適当な $M \rightarrow$ 3世代の左巻きまたは右巻きフェルミオンを得る。
波動関数は世代間で異なる。 $\rightarrow$ 湯川結合も異なる。

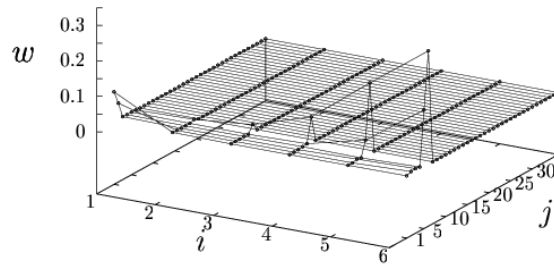
Spectrum for three generations



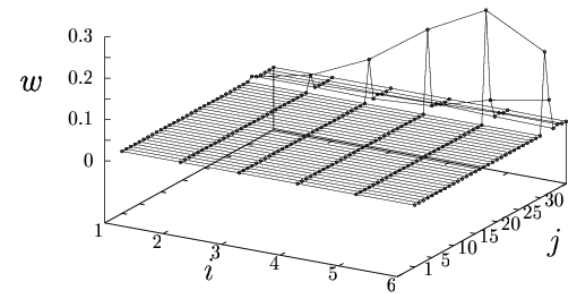
Wave functions for three generations



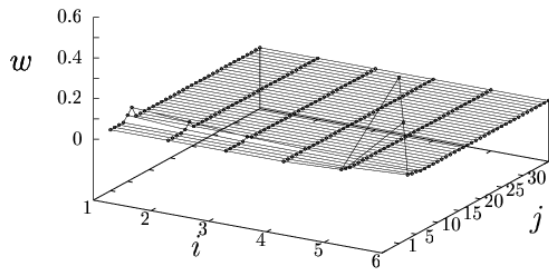
L1



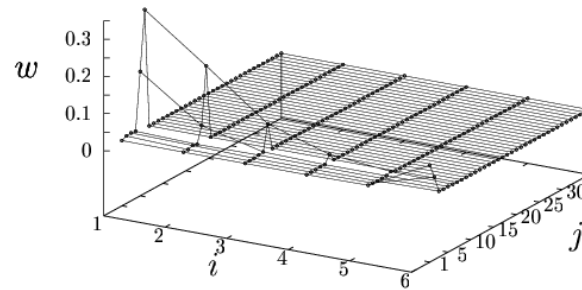
L2



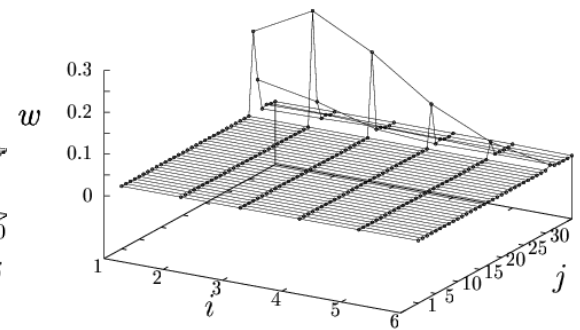
L3



R1



R2



R3

Gauge fields and Higgs fields

- fluctuations of bosons around the background

$$A_M \rightarrow A_M + a_M$$

- gauge fields

$$a_\mu = \tilde{a}_\mu \otimes b$$

Ex.) U(3) gauge field

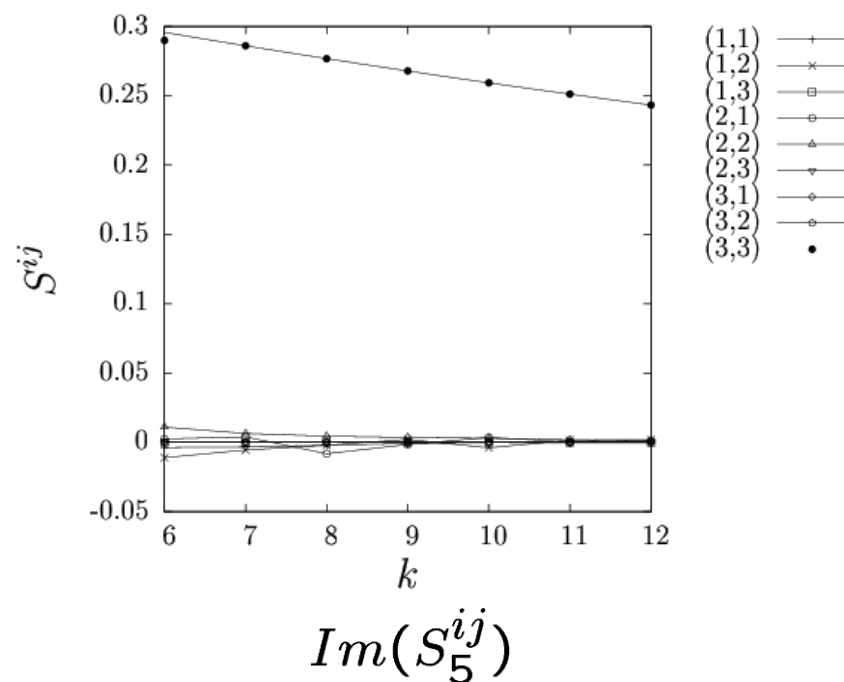
$$b = \begin{pmatrix} 1 \otimes 1_3 & \\ & 0 \end{pmatrix}$$

- Higgs fields

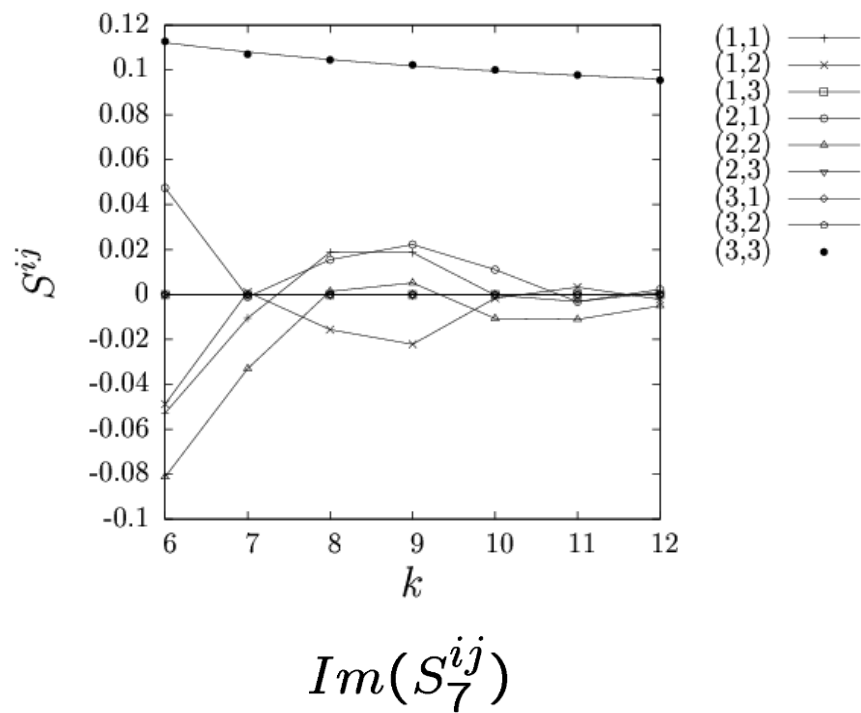
$$a_a = \tilde{a}_a \otimes b$$

$$Y_a = \begin{pmatrix} S^2 \otimes 1_3 & & \\ & S^2 & \\ & & S^2 \times S^2 \otimes 1_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_u & H_d \\ 1 \times \text{blue box} & 1 \times \text{blue box} \\ S^2 \times S^2 & S^2 \times S^2 \end{pmatrix}$$

close each other

$$S_a^{ij} = \text{tr}((\varphi_{Q_L}^{(i)})^\dagger \gamma_a \varphi_{U_R}^{(j)}) \quad \longleftarrow \quad S_f = -\frac{1}{2g^2} \text{tr}(\bar{\Psi} \Gamma^M [A_M, \Psi])$$


Yukawa couplings for up-type quarks (cont'd)



大きな top Yukawa couplingを得る。



Conclusion and discussion

Conclusion

- カイラルフェルミオンを実現するためには、warp factorの行列版を導入する必要がある。
- カイラルフェルミオンを与えるbackgroundの例を与えた。
- さらに、3世代の標準模型粒子を実現するbackgroundの例を与えた。
- 上記のbackgroundで湯川結合定数を計算し、大きなトップ湯川結合定数を得た。
- warp factorと余剰次元の構造はダイナミカルに決まるはず
→ 標準模型がユニークに導かれる可能性

Discussion

- 輻射補正により、すべてスカラー粒子は質量を獲得し、低エネルギーのスペクトラルが離脱する。

可能なシナリオ

1. top quarkへの最大の湯川結合をもつスカラーが輻射補正により、負の m^2 を獲得し、EWSBを起こして低エネルギーのスペクトラに残る。 → TeV gravity
 2. gauge-Higgs unificationより、スカラーの質量をprotect
- CKM行列とMNS行列の計算
 - 場の量子論の枠内で、行列模型にinspireされた素粒子現象論を研究する
 - 後の時刻で支配的になるbackgroundを探究する
より効率的なモンテカルロシミュレーション 並列化
くりこみ群