微視的反応論を用いた
実証的原子核物理学のすすめ

サマースクール「クオークから超新星爆発まで」

おがた　かずゆき

緒方　一介

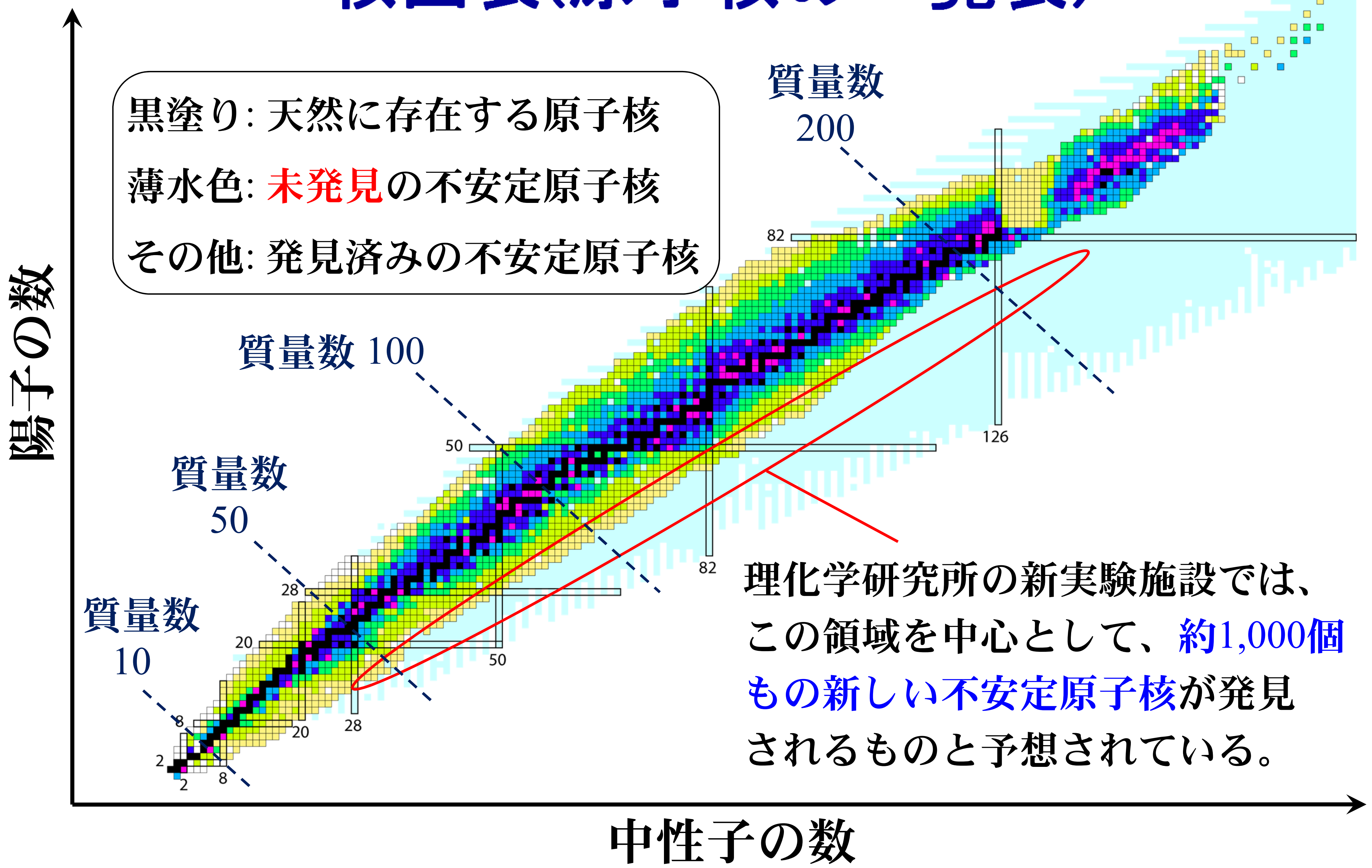
大阪大学 核物理研究センター 核物理理論研究部門
(阪大RCNP)

トークの狙い

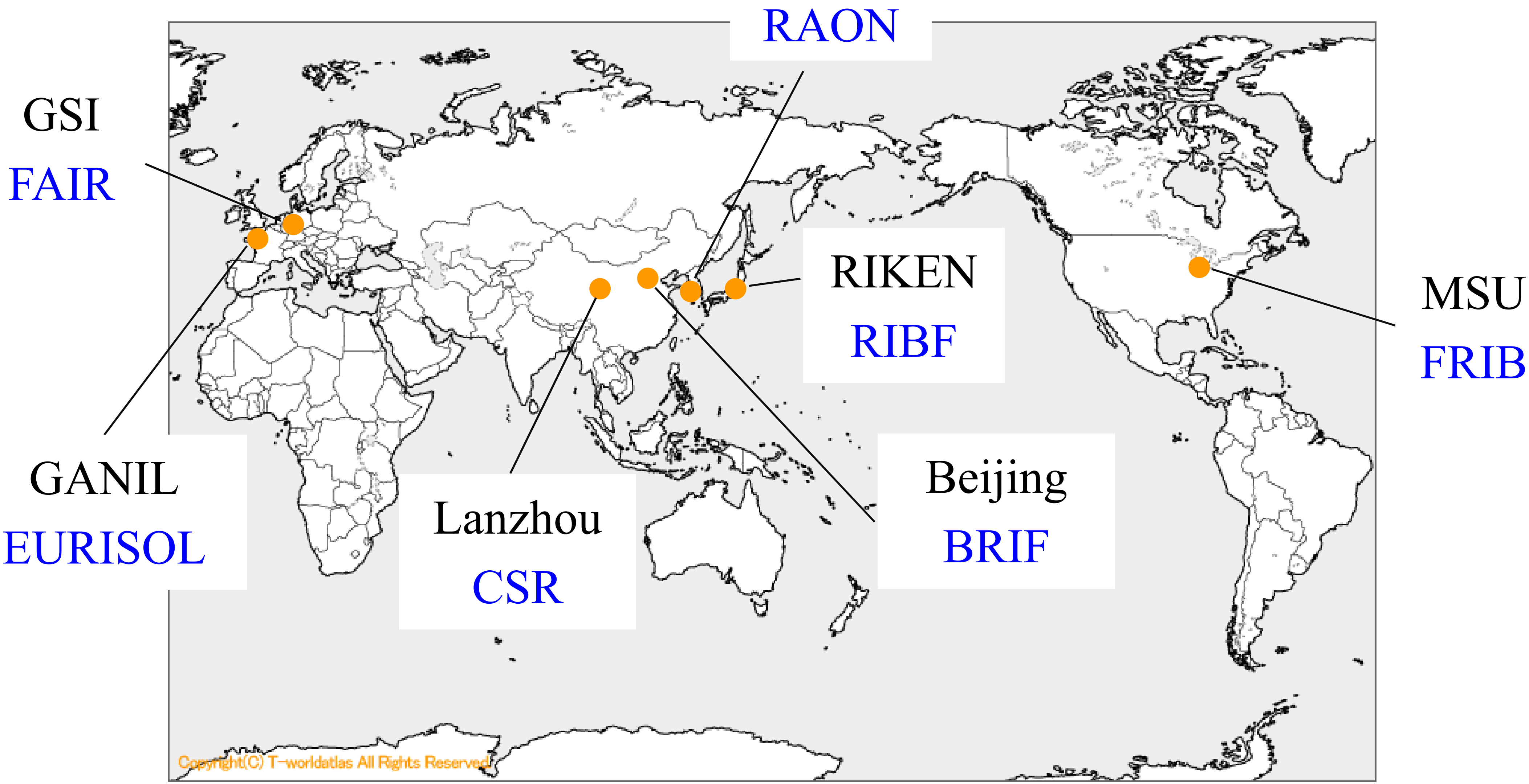
不安定原子核(不安定核)の新奇な特性を、散乱観測量の理論計算・分析によって実証することの重要性を伝える。

1. はじめに

核図表(原子核の一覧表)


黒塗り: 天然に存在する原子核
薄水色: 未発見の不安定原子核
その他: 発見済みの不安定原子核
質量数 200
質量数 100
質量数 50
質量数 10
2
8
20
28
50
82
126
陽子の数
中性子の数
理化学研究所の新実験施設では、この領域を中心として、約1,000個もの新しい不安定原子核が発見されるものと予想されている。

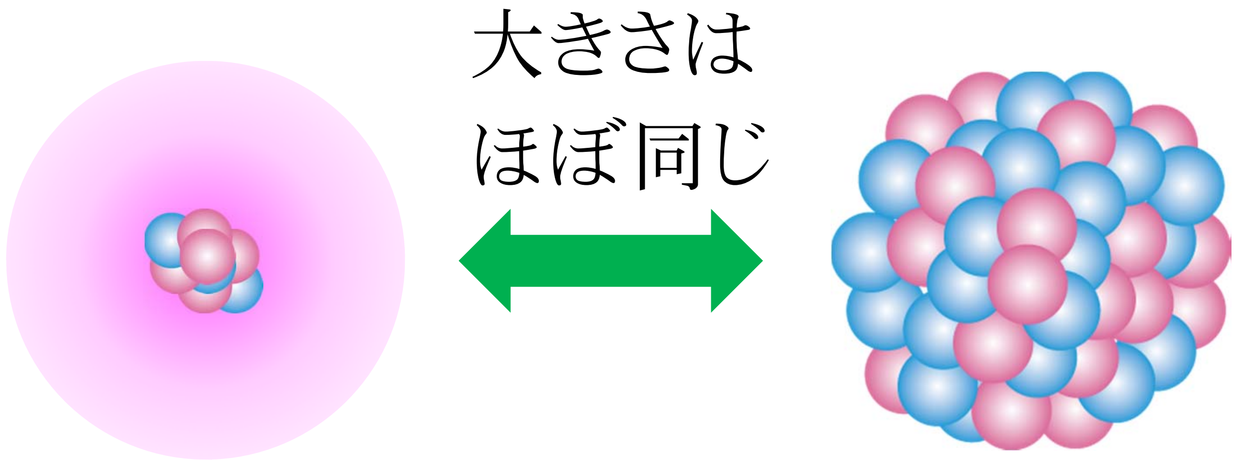
世界の先端不安定核実験施設(計画含む)



不安定核物理学は、今まさに黄金期。

不安定核の新奇性(ハロー構造)

不安定核の中には、少数(1個または2個)の中性子が、コア核のまわりに薄く、かつ異常に広く分布しているものがある。このような原子核をハロー(暈)核と呼ぶ。



^{11}Li (典型的ハロー核)　　^{208}Pb (重い核の代表)

不安定核は、安定核と全く異なる物理を内包している。

不安定核物理の将来レポート

RIBFの物理

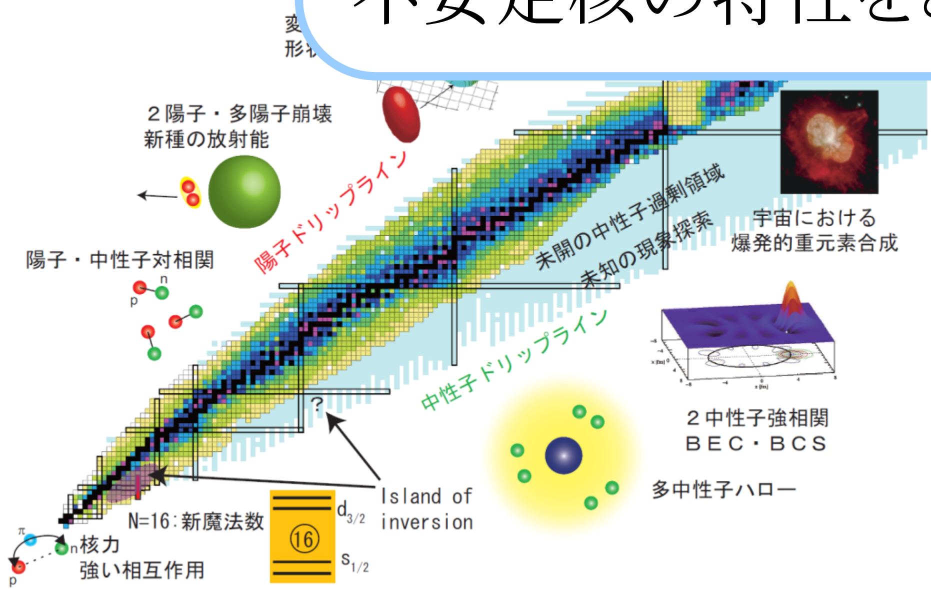
新加速器施設RIBFで展開される物理について、全国の若手・中堅理論研究者のグループ(RIBF理論研究推進会議)が纏めたレポート。

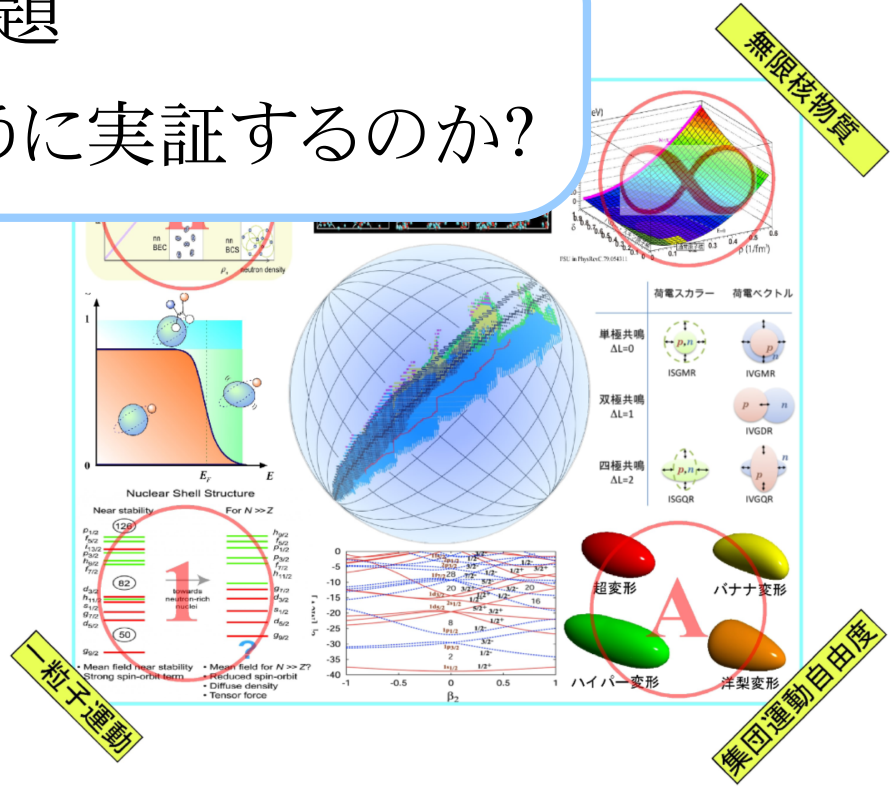
日本の核物理の将来レポート

我が国における原子核物理の今後30年にわたる展望を纏めたもの。不安定核物理以外にも、精密核物理・ハドロン物理・基礎物理・ハドロン物理等のレポートもあり。

重要な課題

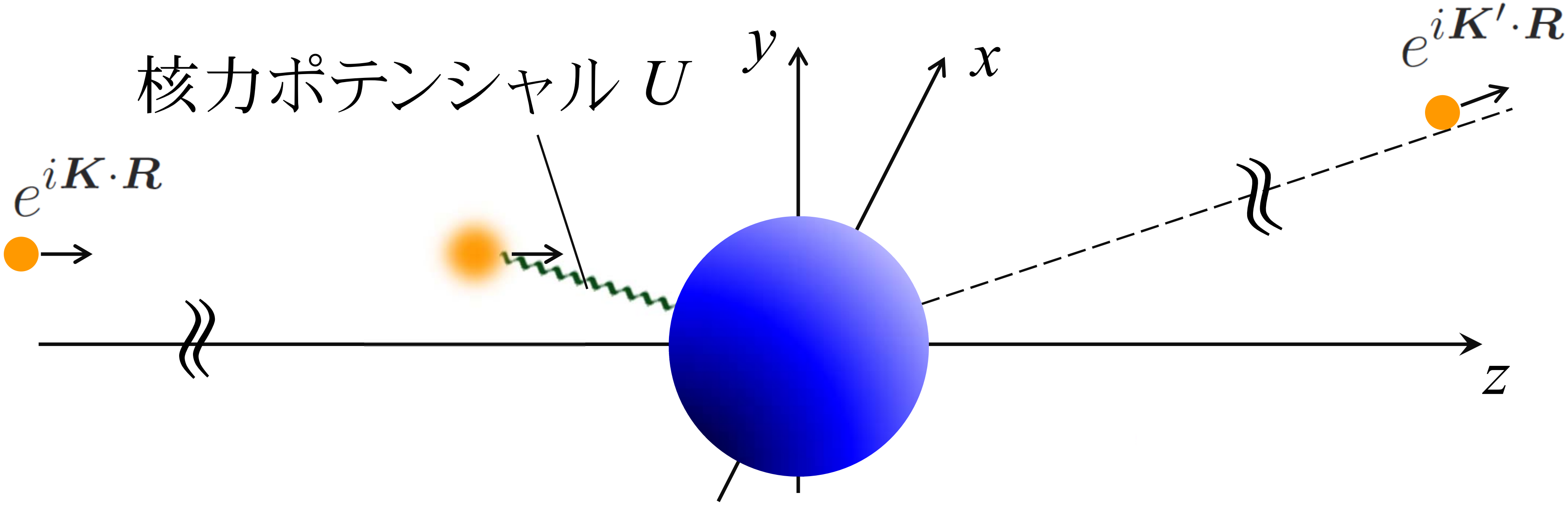
不安定核の特性をどのように実証するのか?





2. アイコナール模型と反応断面積

中性子と原子核の弾性散乱



$$e^{i\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{R}} \xrightarrow{\;\;U(r)\;\;} e^{i\boldsymbol{K}'\cdot\boldsymbol{R}}$$

遷移行列(T 行列)

$$T = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\boldsymbol{K}'\cdot\boldsymbol{R}} \middle| U \middle| \boxed{\chi(\boldsymbol{R})} \right\rangle$$

時間に依存しない
シュレディンガー
方程式の正しい解

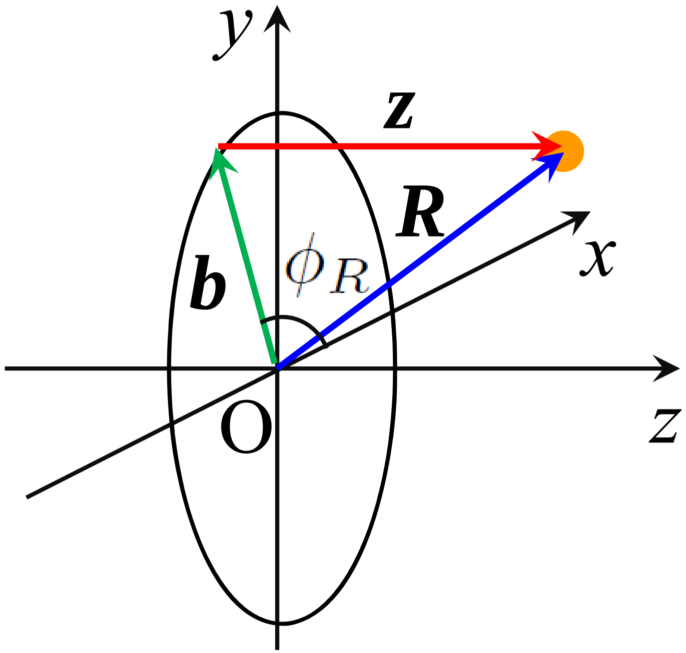
散乱問題を解こう

中性子の散乱問題を、アイコナール近似を用いて解く。

シュレディンガー方程式は、ポテンシャルを U として、

$$\left[T_{\boldsymbol{R}} + U(R) - E\right]\chi(\boldsymbol{R}) = 0$$

ただし $T_{\boldsymbol{R}}$ は運動エネルギー演算子、E は散乱のエネルギー。



左図のような座標系(円筒座標系)で反応を記述する。

$$\nabla_{\boldsymbol{R}}^2 = \frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial b}\left(b\frac{\partial}{\partial b}\right) + \frac{1}{b^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi_R^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$d\boldsymbol{R} = b\,db\,d\phi_R\,dz.$$

アイコナール近似

中性子の散乱波に、以下の関数形を仮定(ϕ_R について対称とする)。

$$\chi\left(\boldsymbol{R}\right)=\psi\left(b,z\right)\frac{1}{\left(2\pi\right)^{3/2}}\exp\left(i\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{R}\right)$$

シュレディンガー方程式に代入し、$\nabla_{\boldsymbol{R}}^{2}\psi\left(b,z\right)\approx 0$ と近似する。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_n}2iK\frac{\partial}{\partial z}+U\left(R\right)\right]\psi\left(b,z\right)=0$$

中性子の速さを $v_n=\dfrac{\hbar K}{m_n}$ とすると、

$$\frac{\partial}{\partial z}\psi\left(b,z\right)=\frac{1}{i\hbar v_n}U\left(b,z\right)\psi\left(b,z\right)$$

これが、解くべき散乱のシュレディンガー方程式。

アイコナール方程式の解

$$\frac{\partial}{\partial z}\psi\left(b,z\right)=\frac{1}{i\hbar v_n}U\left(b,z\right)\psi\left(b,z\right)$$

変数分離形の微分方程式なので、容易に解くことができる。

$$\psi\left(b,z\right)=C\exp\left[\frac{1}{i\hbar v_n}\int_{-\infty}^{z}U\left(b,z'\right)dz'\right]$$

反応の初期条件 $\lim_{z\to-\infty}\psi\left(b,z\right)=1$ (波動関数 → 平面波) → $C=1.$

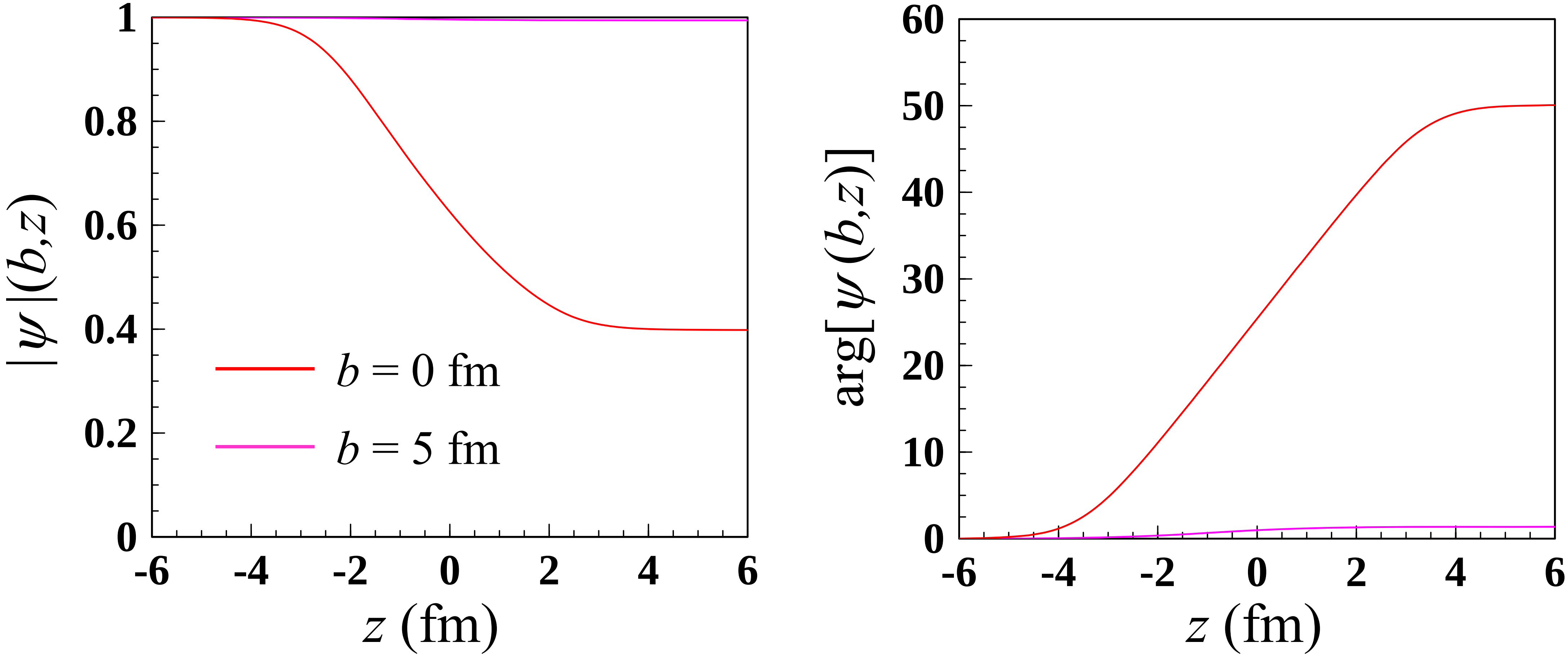
アイコナール波動関数とアイコナール S 行列

$$\chi^{\mathrm{EK}}\left(b,z\right)=\exp\left[\frac{1}{i\hbar v_n}\int_{-\infty}^{z}U\left(b,z'\right)dz'\right]\frac{1}{\left(2\pi\right)^{3/2}}\exp\left(i\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{R}\right)$$

$$S^{\mathrm{EK}}\left(b\right)=\lim_{z\to\infty}\psi\left(b,z\right)$$

アイコナール波動関数の絶対値と位相

n+^{16}O at 135 MeV, Woods-Saxon potential



- 吸収によって、振幅が減少する(虚数部 W の効果)。
- ポテンシャルに引き込まれ、波長が短くなる(実数部 V の効果)。

反応断面積の定義と流束

定義: 弾性散乱以外の反応が起きたイベント数を全て計上して求めた断面積。

反応領域に入射した粒子の数(確率の流れ)から、反応領域から出て行く粒子の数を引けば良い。

$z \to -\infty$ における波動関数の流束 $j_{\rm in}$ は、z 軸方向で、大きさは

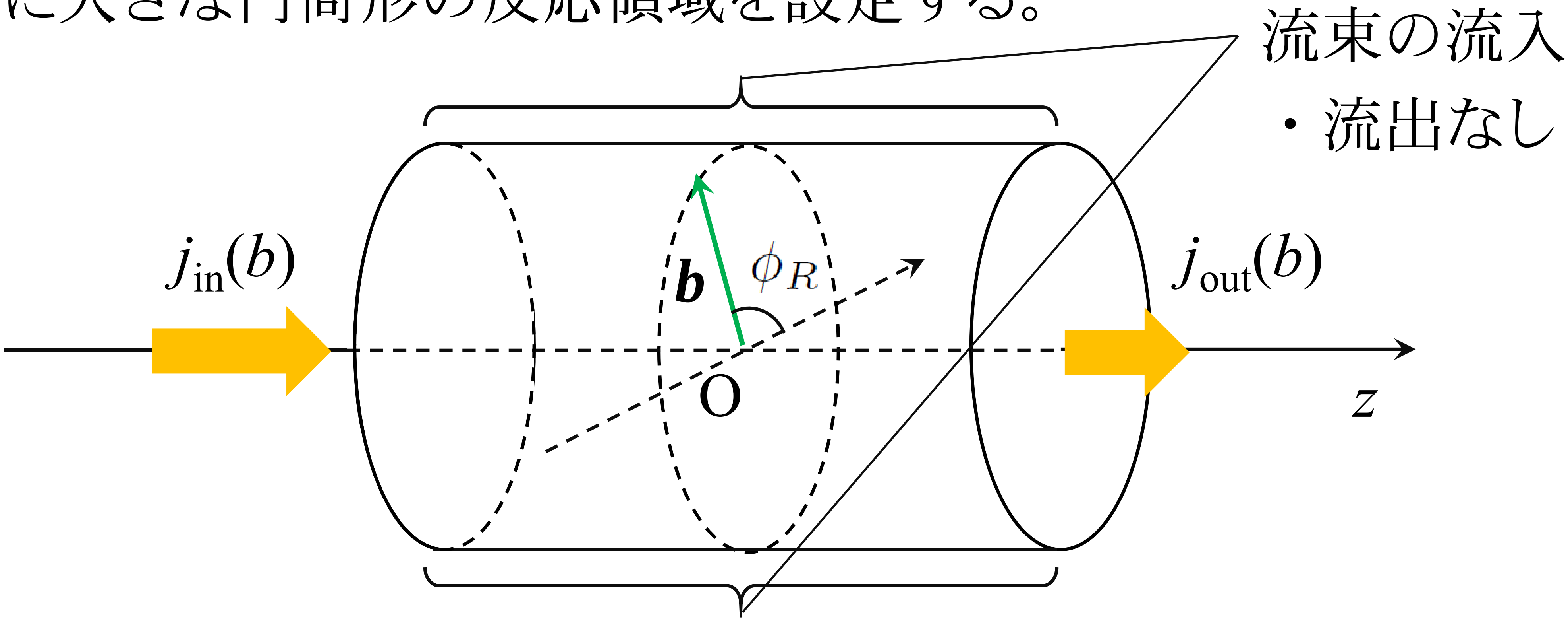
$$j_{\rm in} = \frac{\hbar 2 {\rm Im}}{2m_n i}\left[\frac{e^{-iKz}}{(2\pi)^{3/2}}\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{e^{iKz}}{(2\pi)^{3/2}}\right)\right] = \frac{\hbar K}{(2\pi)^3 m_n}.$$

$z \to \infty$ における波動関数の流束 $j_{\rm out}$ は、z 軸方向で、大きさは

$$j_{\rm out} = \frac{\hbar 2 {\rm Im}}{2m_n i}\left[\frac{\left(S^{\rm EK}(b)\right)^* e^{-iKz}}{(2\pi)^{3/2}}\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{S^{\rm EK}(b)e^{iKz}}{(2\pi)^{3/2}}\right)\right] = \frac{\hbar K}{(2\pi)^3 m_n}\left|S^{\rm EK}(b)\right|^2.$$

流束の消失

非常に大きな円筒形の反応領域を設定する。



よって、反応によって“消えた”流束の大きさは、

$$j_{\rm loss} = j_{\rm in} - j_{\rm out} = \frac{\hbar K}{(2\pi)^3 m_n}\left(1 - \left|S^{\rm EK}(b)\right|^2\right).$$

反応断面積の表式

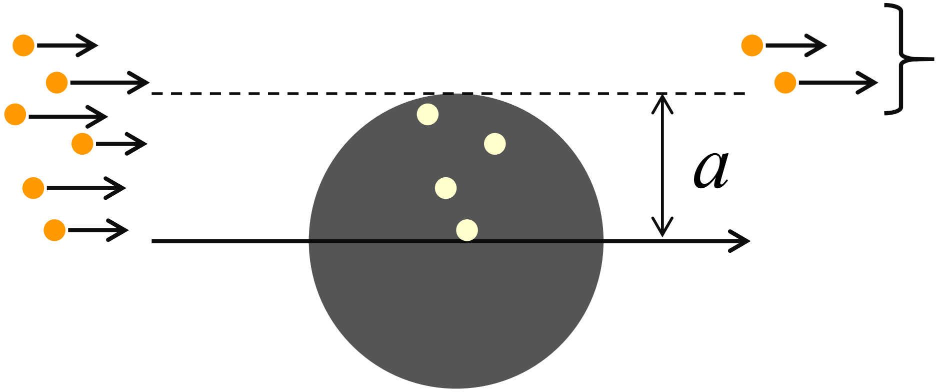
流束の消失量を、(***b*** について)反応領域全体にわたって積分し、これを入射流束で割れば、反応断面積が得られる。

$$\sigma_{\mathrm{R}}^{\mathrm{EK}} = \frac{1}{j_{\mathrm{in}}} \int j_{\mathrm{loss}}(b) b db d\phi_R = 2\pi \int \left(1 - \left|S^{\mathrm{EK}}(b)\right|^2\right) b db.$$

反応断面積をもたらすのは、ポテンシャルの虚数部による吸収の効果。

核反応における吸収とは、入射粒子(正確には反応系)が弾性散乱に寄与する状態から脱落する過程全てを指す(広義の吸収)。入射粒子が標的核と一体化する、狭義の吸収は、融合反応と呼ばれる。

反応断面積と原子核の大きさ(黒体モデル)



$$S^{\mathrm{EK}}(b) = \begin{cases} 0 & (b \leq a) \\ 1 & (b > a) \end{cases}$$

$$\sigma_{\mathrm{R}}^{\mathrm{EK}} = 2\pi \int \left(1 - \left|S^{\mathrm{EK}}(b)\right|^2\right) bdb = \boxed{\pi a^2}$$

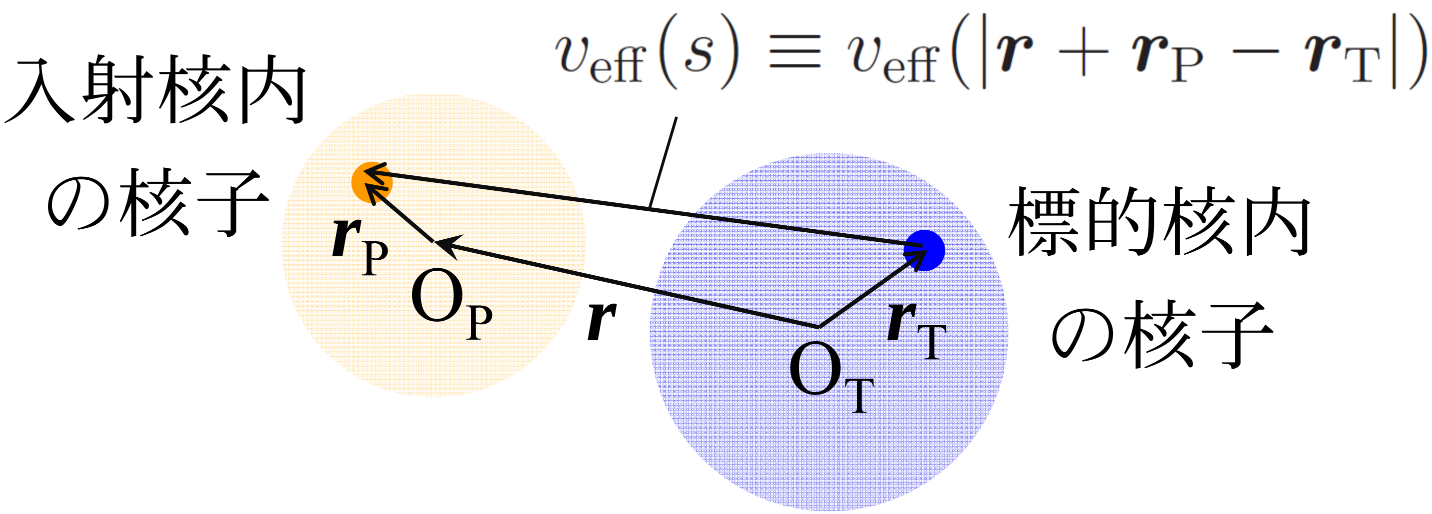
古典的断面積

黒体モデルでは、反応断面積は原子核の大きさを表す。原子核-原子核散乱の場合は、入射・標的核の半径の和がプローブされる。一般に原子核反応では吸収の効果は大きく、この想定は近似的に保持されるとして良い。

3. 原子核間相互作用の微視的導出
(微視的反応論)

2重畳み込みポテンシャル

2核子間有効相互作用の“期待値”を核間相互作用とする。



$$\boxed{U(\boldsymbol{r}) = \int v_{\rm eff}(s)\rho_{\rm P}(\boldsymbol{r}_{\rm P})\rho_{\rm T}(\boldsymbol{r}_{\rm T})d\boldsymbol{r}_{\rm P}d\boldsymbol{r}_{\rm T}}$$

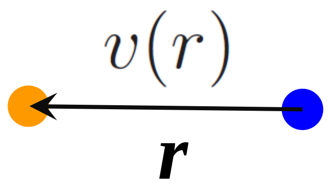
原子核の密度分布 $\rho_{\rm P}(\boldsymbol{r}_{\rm P})$, $\rho_{\rm T}(\boldsymbol{r}_{\rm T})$ は、核構造計算で求められる。

<u>2核子間有効相互作用(って何?)をどのようにして求めるか</u>が問題。

核力による2核子散乱の記述

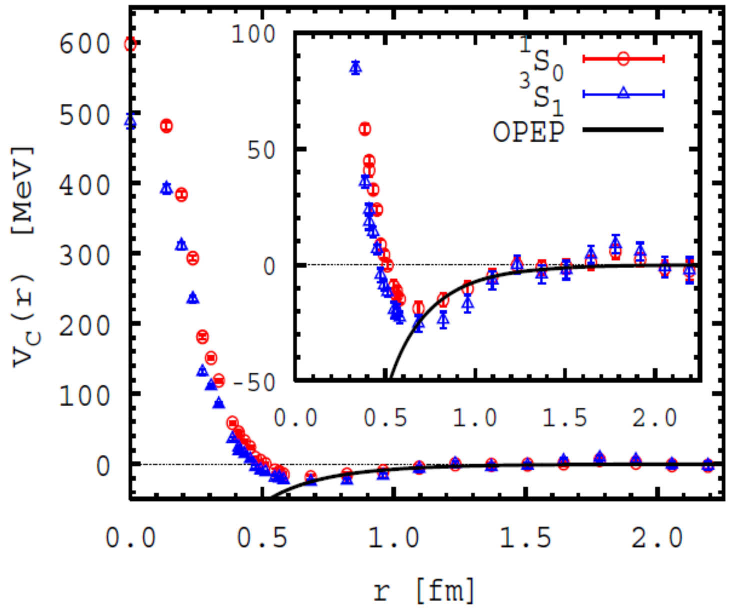
2核子間にはたらく生の核力 v は非常に良くわかっているとする。

(例えばQCDから決定した v が使える)



シュレディンガー方程式

$$\left[T_{\boldsymbol{r}} + v(r) - E\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$



N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, PRL**99**, 022001 (2007).

これを解けば、2核子間の相対波動関数 ψ が得られる。

ψ は核力の斥力芯を適切に扱えるほどに正確。

しかし、その正確さを核子多体計算で実現するのは困難。

2核子散乱を記述する有効相互作用

2核子間有効相互作用の定義

$$v(r)\psi(\boldsymbol{r}) = v_{\text{eff}}(r)e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$$

自由波(平面波)に核力が無限次作用して正確な波動関数となるプロセスを、1回の相互作用で表現したもの。

(参考)

もとのシュレディンガー方程式と等価で、散乱の境界条件を取り入れたリップマン-シュウインガー方程式

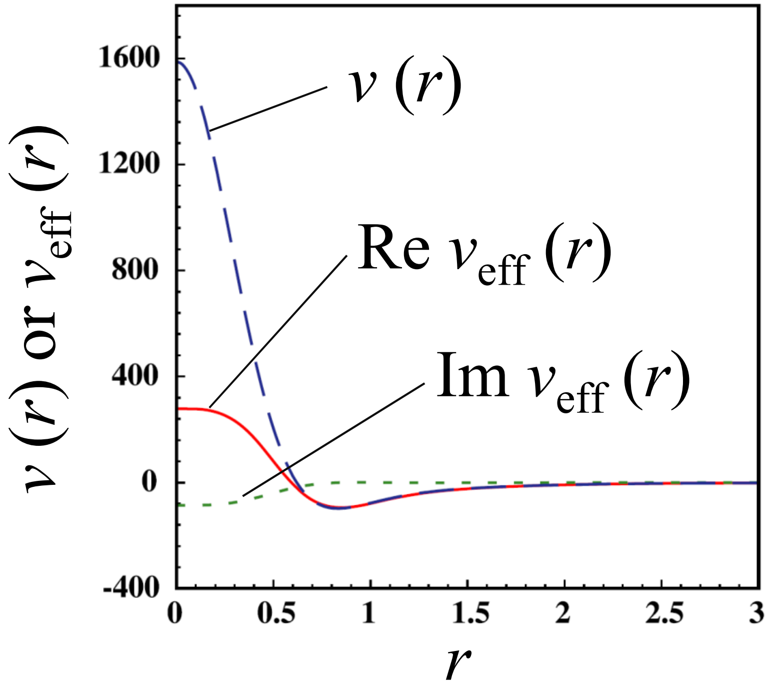
$$\begin{aligned}\psi(\boldsymbol{r}) &= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \frac{1}{E-T_{\boldsymbol{r}}+i\epsilon}v(r)\psi(\boldsymbol{r}) \\ &= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \frac{1}{E-T_{\boldsymbol{r}}+i\epsilon}v(r)\left[e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \frac{1}{E-T_{\boldsymbol{r}}+i\epsilon}v(r)\psi(\boldsymbol{r})\right] = \dots\end{aligned}$$

有効核力の性質と多体補正

- 有効相互作用は斥力芯を持たず、扱いが容易(多体計算向き)。
- エネルギーに依存する複素ポテンシャル。

生の核力と有効核力の比較例

M. Yahiro, K. Minomo, KO, M. Kawai, PTP**120**, 767 (2008).



- 原子核-原子核散乱に対応する有効相互作用の厳密計算は極めて困難であるが、g 行列理論を用いることで、原子核(有限密度系)の多体効果を近似的に取り入れる事が可能。

4. 微視的核反応論による不安定核の特性の実証(例)

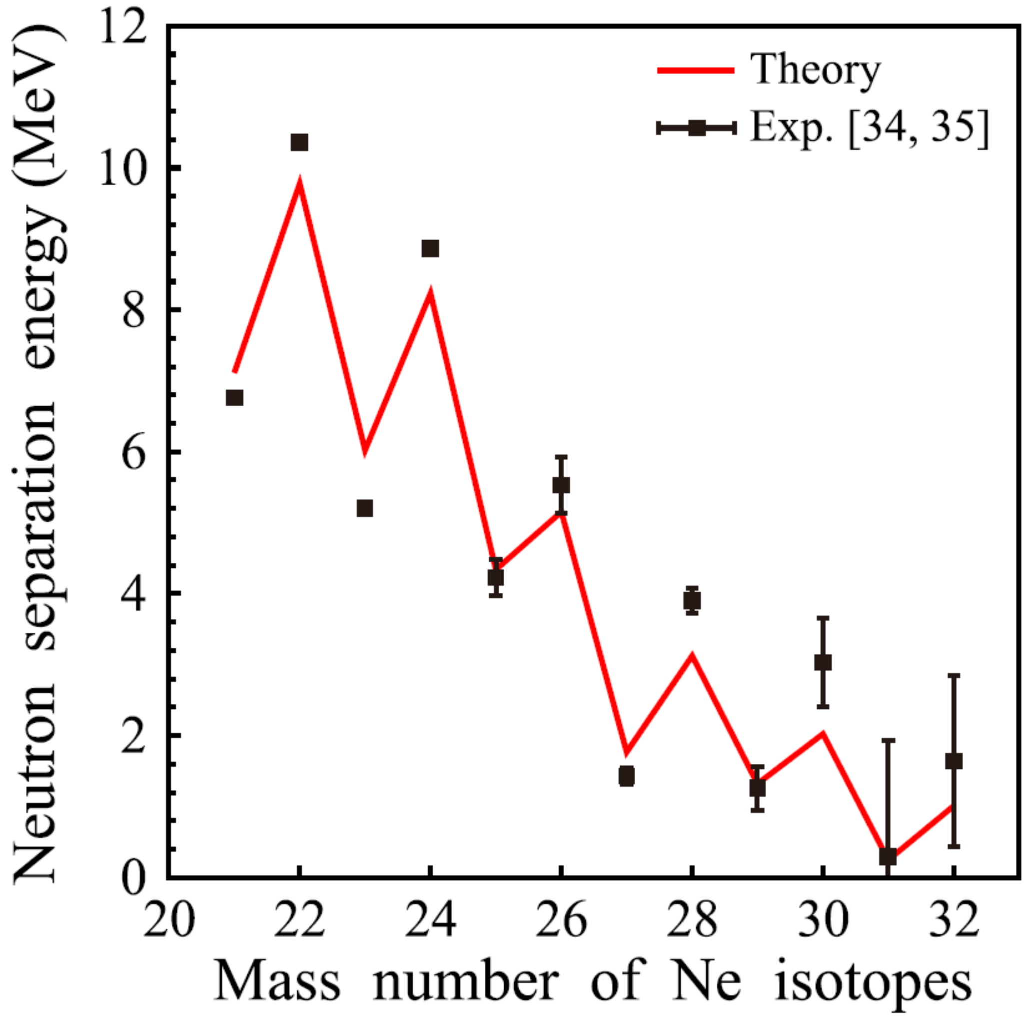
反対称化分子動力学(AMD)による逆転の島の探究

レベルの逆転!

nuclide	^{28}Ne	^{29}Ne	^{30}Ne	^{31}Ne	^{32}Ne
J^{π}	0^+	$1/2^+$	0^+	$3/2^-$	0^+
β	0.28	0.43	0.39	0.41	0.33
γ	60°	0°	0°	0°	0°

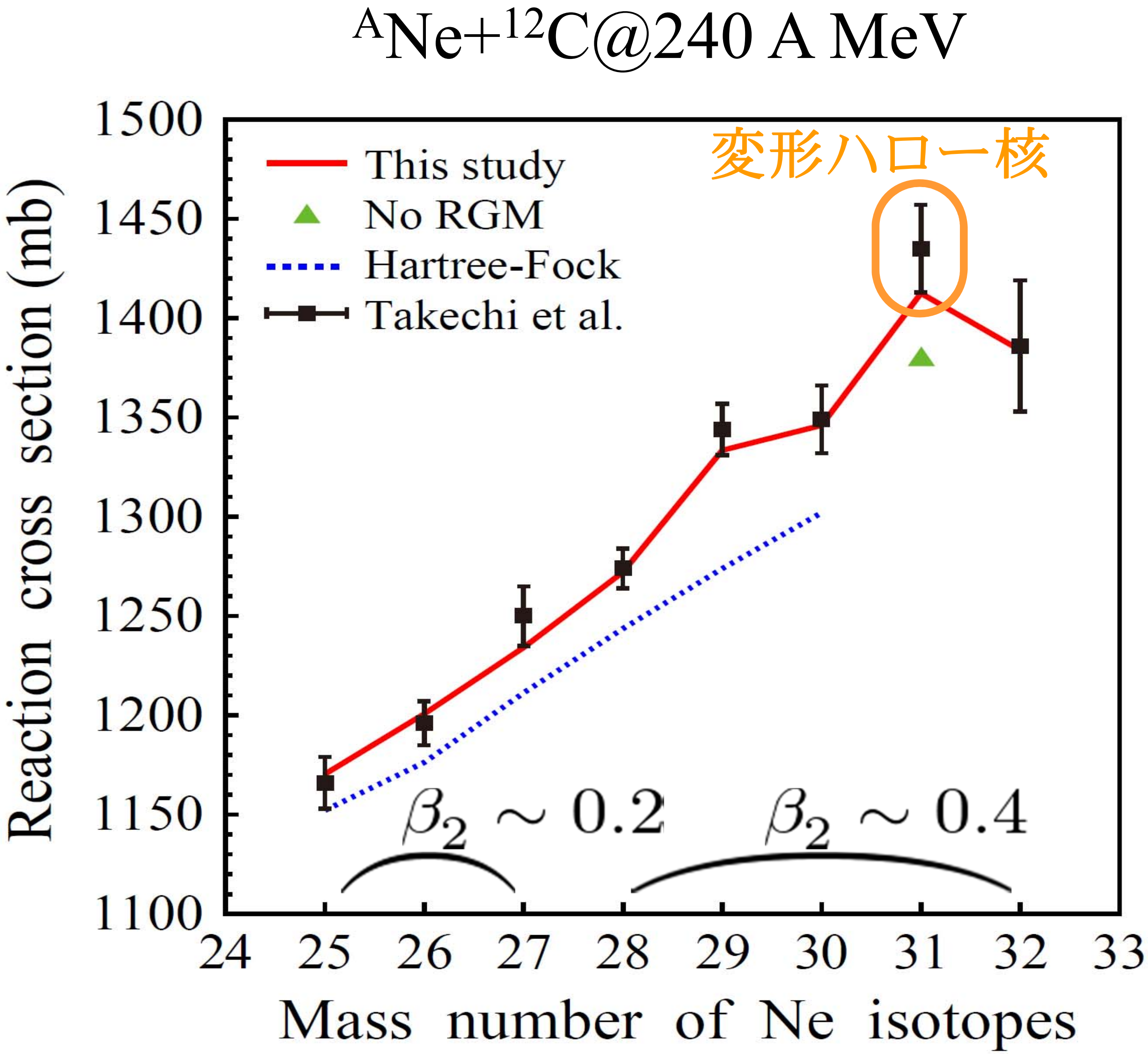
AMDの波動関数は、Ne同位体の構造の特性を非常に良く再現。

反応の物理量を予言できるか?
(微視的反応論の挑戦)



[34] B. Jurado *et al.*, PLB**649**, 43 (2007).
[35] G. Audi, *et al.*, NPA**729**, 337 (2003).

Ne同位体の変形とハロー構造の“実証”



微視的反応計算は、調整パラメータなしに反応断面積を再現(＝予言)している。

＋

構造計算で示唆された大きな変形(^{25}Ne-^{32}Ne)とハロー構造(^{31}Ne)は、反応断面積の増大という形で観測されている。

不安定核の特性を反応断面積によって実証する方法が確立。

K. Minomo, Sumi, Kimura, O, Shimizu, Yahiro,, PRL108, 052503 (2012).

5. 三位一体の原子核物理学へ
(まとめに代えて)

Triune Nuclear Physics

– qualitative (interpretation) to quantitative (prediction) –