

素核宇融合による計算基礎物理学の進展  
- ミクロとマクロのかけ橋の構築 -

## No-Core Monte Carlo Shell Model at theHPCI Strategic Program

Takashi Abe @ CNS, Tokyo

in collaboration with

P. Maris (Iowa State), T. Otsuka (Tokyo), N. Shimizu (CNS),  
Y. Utsuno (JAEA), J.P. Vary (Iowa State)

Village of Nemu

2011/12/3(Sat.) – 5(Mon.)

## 東京大学原子核科学研究センターにおけるHPCI戦略活動 革新的ハイパフォーマンス・コンピューティング・インフラ(HPCI)の構築

次世代スーパーコンピュータ「京」を中核として、多様なユーザーニーズに応える革新的な計算環境を実現するHPCI(革新的ハイパフォーマンス・コンピューティング・インフラ)を構築するとともに、その利用を促進する。 H23年度から5年間の予定。

戦略分野及び戦略機関	<戦略分野>	<戦略機関>
分野1	予測する生命科学・医療および創薬基盤	理化学研究所
分野2	新物質・エネルギー創成	東大物性研 (分子研、東北大会材研)
分野3	防災・減災に資する地球変動予測	JAMSTEC
分野4	次世代ものづくり	東大生産研 (JAXA、JAEA)
分野5	物質と宇宙の起源と構造	筑波大 (高工ネ研、天文台)

計算基礎科学研究連携拠点(筑波大学CCS、KEK、天文台)

<http://www.jicfus.jp/field5/jp/>

拠点長 青木慎也(筑波大)

開発課題責任者

課題1 格子QCDによる物理点でのバリオン間相互作用の決定 (蔵増嘉伸)

課題2 大規模量子多体計算による核物性の解明とその応用 (大塚孝治)

課題3 超新星爆発およびブラックホール誕生過程の解明 (柴田大)

課題4 ダークマターの密度ゆらぎから生まれる第1世代天体形成 (牧野淳一郎)

計算科学技術推進体制の構築 (橋本省二)

## 「大規模量子多体計算による核物性の解明とその応用」

### 事業協力者リスト

大塚 孝治 (開発課題責任者)

清水 則孝

阿部 喬

月山 幸志郎

江幡 修一郎

吉田 亨

初田 哲男 (課題1担当者)

土井 琢身

(東大CNSに  
H23.4.1着任  
HPCI専従)

本間 道雄 (会津大)

宇都野 穰 (JAEA)

角田 直文 (東大理)

角田 佑介 (東大理)

中務 孝 (理研)

鈴木 俊夫 (日大)

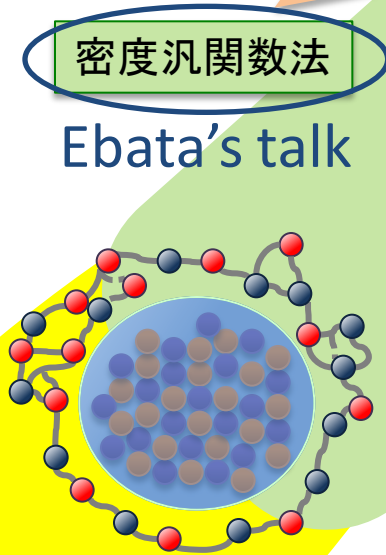
中田 仁 (千葉大)

梶野 敏貴 (天文台)

James Anderson (東大理)



モンテカルロ殻模型  
p殻核、 $^4\text{He} \sim ^{12}\text{C}$ , sd殻核  
=> 天体核反応に非常に  
重要な $^{12}\text{C}$  Hoyle stateなど  
にも多角的に挑戦



密度汎関数法

Ebata's talk

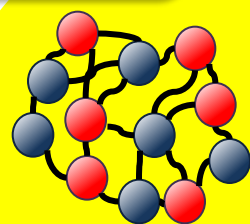
中重核の励起モードを  
系統的に計算

モンテカルロ殻模型  
Cr, Ni, Sn, Xe, Nd, ...  
=> r-process, 二重ベータ崩壊, 原子力工学, ...

中重核の  
微視的記述

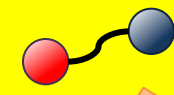
中重核殻模型計算への  
インプットを提供すると  
共に、核力に基づく核  
構造の理解を目指す。

軽い核の  
第一原理計算



有効相互作用の構築

Tsukiyama's talk



核力

殻模型計算コード開発  
アルゴリズム改良

大規模シミュレーション  
のフロンティアを開拓

This talk

# Outline of this talk

- Motivation of the ab-initio calc
- Monte Carlo Shell Model (MCSM)
- Benchmark results by the No-Core MCSM
- Summary & outlook

# Current status of ab initio approaches

- Major challenge of the nuclear structure theory

- Understand the nuclear structures from the first principle of quantum many-body theory by *ab-initio* calc w/ realistic nuclear forces

- Standard approaches: GFMC, NCSM (up to  $A \sim 12-14$ ), CC (closed shell +/- 1,2)

➔ demand for extensive computational resources

- ✓ *ab-initio*(-like) approaches (which attempt to go) beyond standard methods

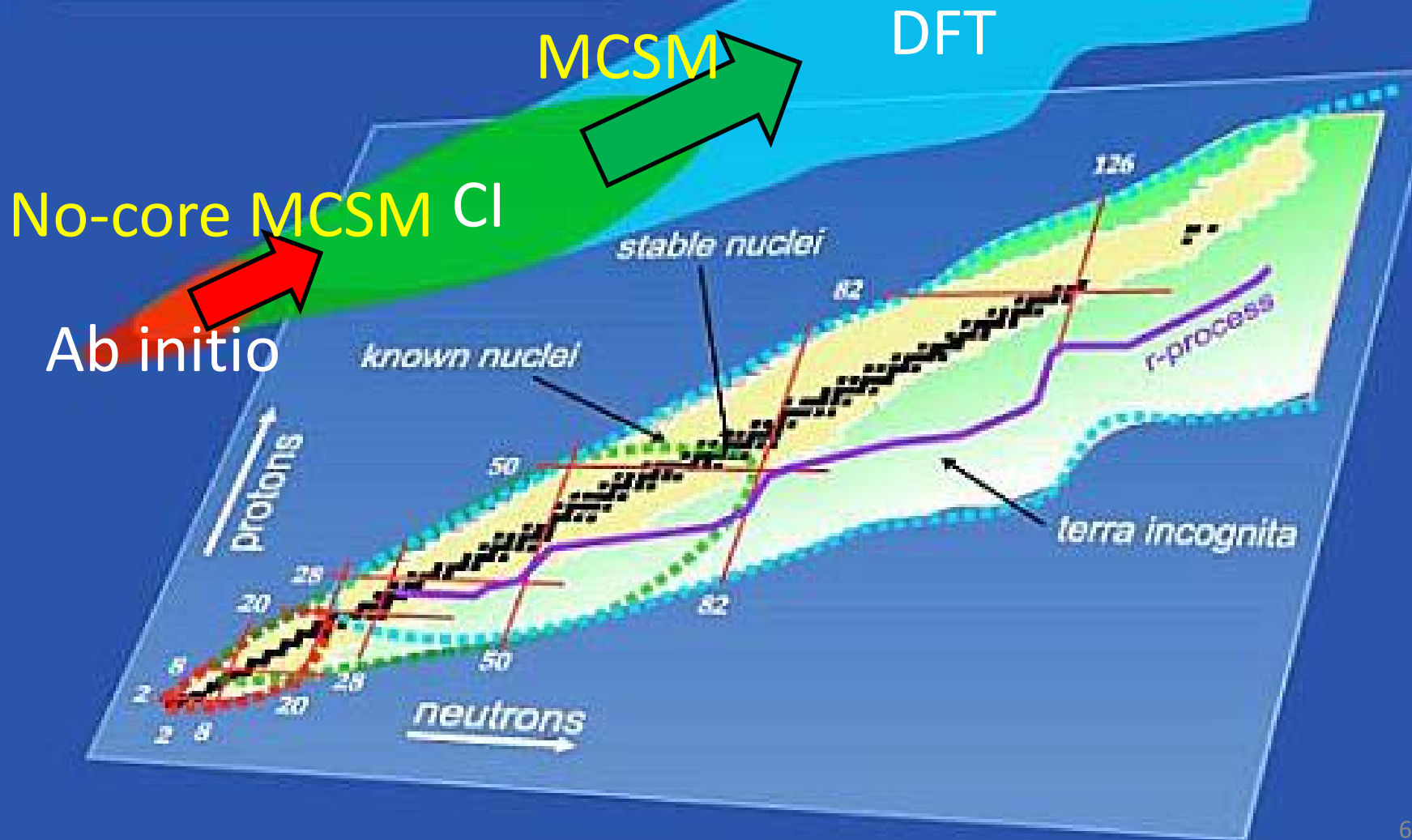
➔ Our shell-model approach: No-core Monte Carlo shell model (MCSM)

- ✓ Another approaches beyond standard NCSM:

- IT-NCSM, IT-CI: R. Roth (TU Darmstadt), P. Navratil (TRIUMF)

- Sp-NCSM: T. Dytrych, K.D. Sviratcheva, J.P. Draayer, C. Bahri, and J.P. Vary  
(Louisiana State U, Iowa State U)

# Nuclear Landscape



# Basics of the MCSM & recent developments

# Monte Carlo shell model (MCSM)

- Importance truncation

## Standard shell model

$$H = \begin{pmatrix} * & * & * & * & * & \dots \\ * & * & * & * & & \\ * & * & * & & & \\ * & * & & \ddots & & \\ * & & & & \ddots & \\ \vdots & & & & & \ddots \end{pmatrix}$$

All Slater determinants

Diagonalization

$$\begin{pmatrix} E_0 & & & & & 0 \\ & E_1 & & & & \\ & & E_2 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & \end{pmatrix}$$

$d > O(10^{10})$

## Monte Carlo shell model

$$H \sim \begin{pmatrix} * & * & \dots \\ * & \ddots & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$$

Important bases stochastically selected

Diagonalization

$$\begin{pmatrix} E'_0 & & 0 \\ & E'_1 & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix}$$

$d_{\text{MCSM}} \sim O(10-100)$



# Recent developments in MCSCM

- Acceleration of the computation of two-body matrix elements

$$\langle \phi | \hat{V} | \phi' \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i,k} \rho_{ki} \left( \sum_{j,l} v_{ijkl} \rho_{lj} \right) = \frac{1}{2} \sum_{(ki)} \rho_{(ki)} \left( \sum_{jl} v_{(ki),(lj)} \rho_{(lj)} \right)$$

Matrix product is performed w/ bundled density matrices by DGEMM subroutine in BLAS library

Y. Utsuno, N. Shimizu, T. Otsuka, and T. Abe, in preparation.

- Extrapolation method by the energy variance

$$\langle H \rangle = E_0 + E_1 \langle \Delta H^2 \rangle + E_2 \langle \Delta H^2 \rangle^2 + \dots \quad \langle \Delta H^2 \rangle = \langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2$$

$$\frac{\langle \phi | \hat{H}^2 | \psi \rangle}{\langle \phi | \psi \rangle} = \sum_{i < j, \alpha < \beta} \left( \sum_{k < l} v_{ijkl} ((1 - \rho)_{k\alpha} (1 - \rho)_{l\beta} - (1 - \rho)_{l\alpha} (1 - \rho)_{k\beta}) \right) \left( \sum_{\gamma < \delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} (\rho_{\gamma i} \rho_{\delta j} - \rho_{\delta i} \rho_{\gamma j}) \right) \\ + \text{Tr}((t + \Gamma)(1 - \rho)(t + \Gamma)\rho) + \left( \text{Tr}(\rho(t + \frac{1}{2}\Gamma)) \right)^2 \quad \Gamma_{ik} = \sum_{jl} v_{ijkl} \rho_{lj}$$

(naively) 8-fold loops -> (effectively) 6-fold loops by the factorization

# Computation of the TBMEs

- hot spot: Computation of the TBMEs

$$\frac{\langle \Phi' | V | \Phi \rangle}{\langle \Phi' | \Phi \rangle} = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} \rho_{ki} \rho_{lj} \quad \begin{array}{l} \text{(w/o projections, for simplicity)} \\ \text{c.f.) Indirect-index method} \\ \text{(list-vector method)} \end{array}$$

- non-zero ME:  $j_z(i) + j_z(j) = j_z(k) + j_z(l) \rightarrow j_z(i) - j_z(k) = -(j_z(j) - j_z(l))$

$$\sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} \rho_{ki} \rho_{lj} = \sum_{\Delta m} \left[ \sum_{a \in J_z(a) = -\Delta m} \tilde{\rho}_a \left( \sum_{b \in J_z(b) = \Delta m} \tilde{v}_{ab} \tilde{\rho}_b \right) \right]$$

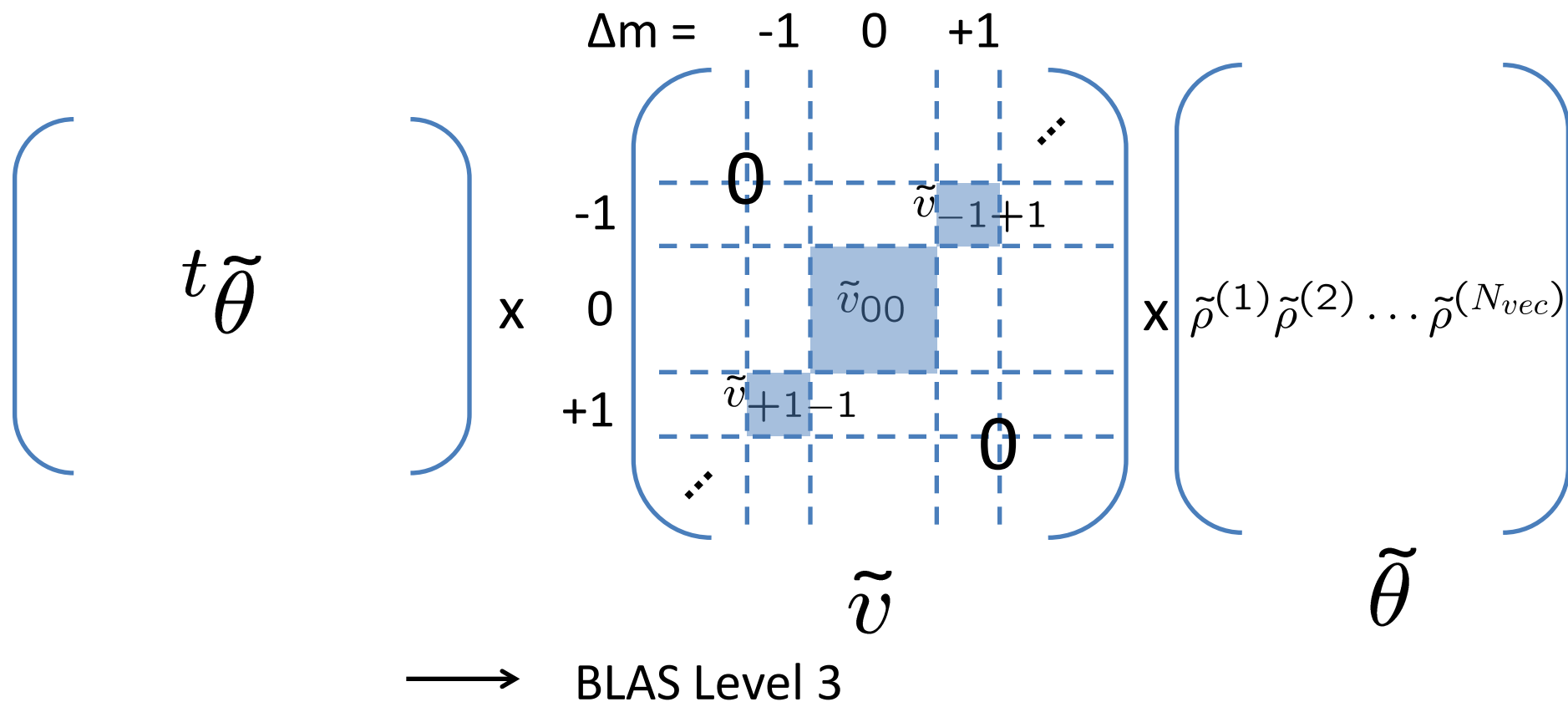
Operations: sparse matrix  $\rightarrow$  dense matrix

$$\begin{array}{ccc} \bar{v}_{ijkl} \rightarrow \tilde{v}_{ab} & \rho_{ki} \rightarrow \tilde{\rho}_a & \rho_{lj} \rightarrow \tilde{\rho}_b \\ \text{sparse} & \text{dense} & \end{array}$$

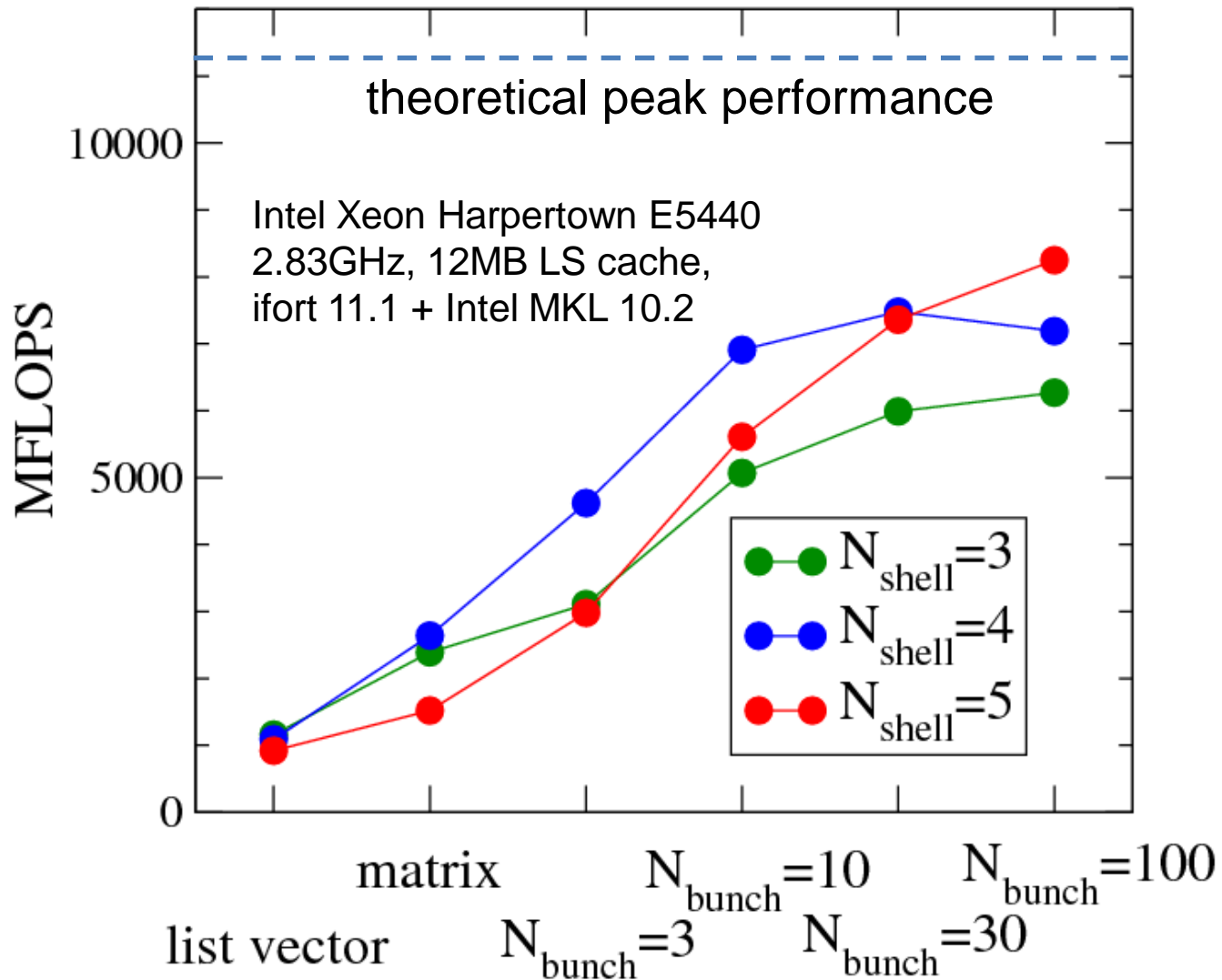
# Schematic illustration of the computation of TBMEs

- Matrix-matrix method

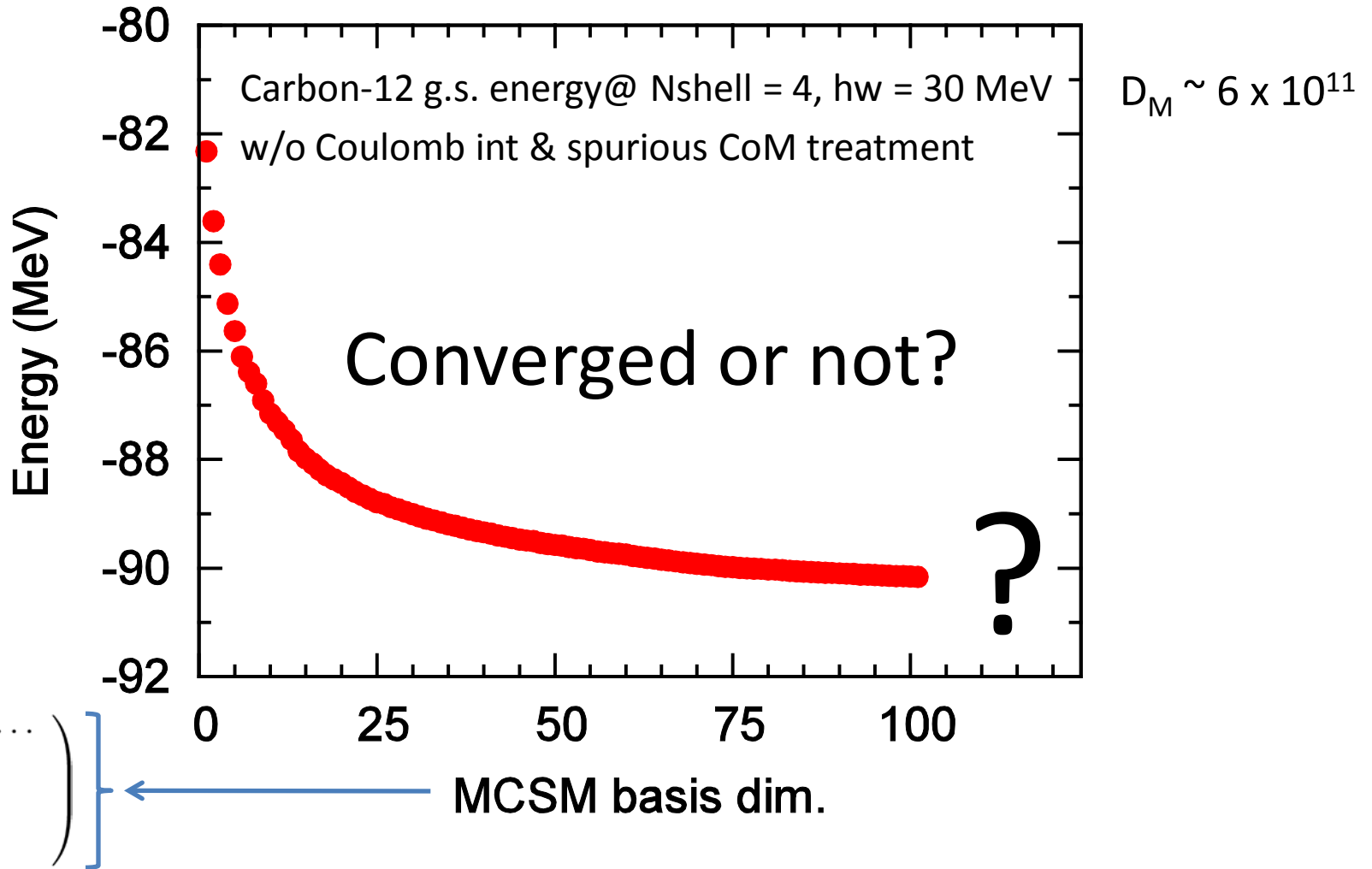
$$\sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} \rho_{ki} \rho_{lj} = \sum_{\Delta m} \left[ \sum_{a \in J_z(a) = -\Delta m} \tilde{\rho}_a \left( \sum_{b \in J_z(b) = \Delta m} \tilde{v}_{ab} \tilde{\rho}_b \right) \right]$$



# Comparison of the performance



# Energy-variance extrapolation



# Numerical effort

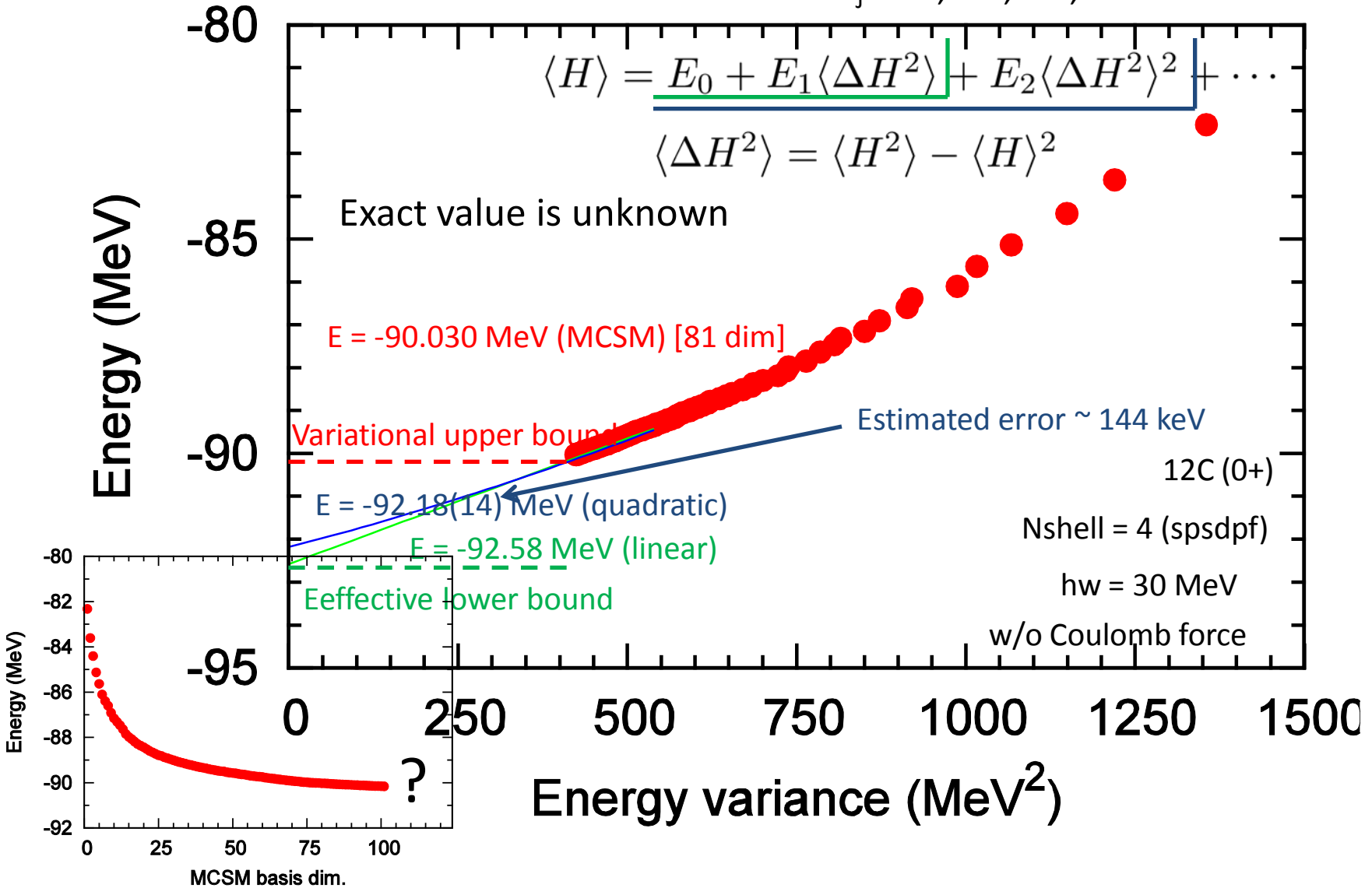
$$\begin{aligned}
 \frac{\langle \Phi' | \hat{V}^2 | \Phi \rangle}{\langle \Phi' | \Phi \rangle} &= \overset{\substack{\text{8-folded loop} \\ \sim O(N_{\text{sps}}^8)}}{\sum_{ijkl\alpha\beta\gamma\delta}} \bar{v}_{ijkl} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} \left[ \frac{1}{4} (1 - \rho)_{k\alpha} (1 - \rho)_{l\beta} \rho_{\gamma i} \rho_{\delta j} \right. \\
 &\quad \left. + \rho_{\gamma\alpha} (1 - \rho)_{l\beta} \rho_{ki} \rho_{\delta j} + \frac{1}{4} \rho_{ki} \rho_{lj} \rho_{\gamma\alpha} \rho_{\delta\beta} \right] \\
 &= \frac{1}{4} \sum_{ij\alpha\beta} \left( \sum_{kl} \bar{v}_{ijkl} (1 - \rho)_{k\alpha} (1 - \rho)_{l\beta} \right) \left( \sum_{\gamma\delta} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} \rho_{\gamma i} \rho_{\delta j} \right) \\
 &\quad + \text{Tr}(\Gamma(1 - \rho)\Gamma\rho) + \frac{1}{4} [\text{Tr}(\rho\Gamma)]^2 \\
 &\quad \overset{\substack{\text{6-folded loop} \\ \sim O(N_{\text{sps}}^6)}}{}
 \end{aligned}$$

$$\rho_{\beta\alpha} = \frac{\langle \Phi' | c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta} | \Phi \rangle}{\langle \Phi' | \Phi \rangle} \quad \Gamma_{ik} = \sum_{jl} \bar{v}_{ijkl} \rho_{lj} \quad \frac{\langle \Phi' | V | \Phi \rangle}{\langle \Phi' | \Phi \rangle} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} \rho_{\gamma\alpha} \rho_{\delta\beta}$$

$$D_M \sim 6 \times 10^{11}$$

# Extrapolation of $^{12}\text{C}$ Energy

$$D_J = 11,384,214,614 \sim 1.1 \times 10^{10}$$

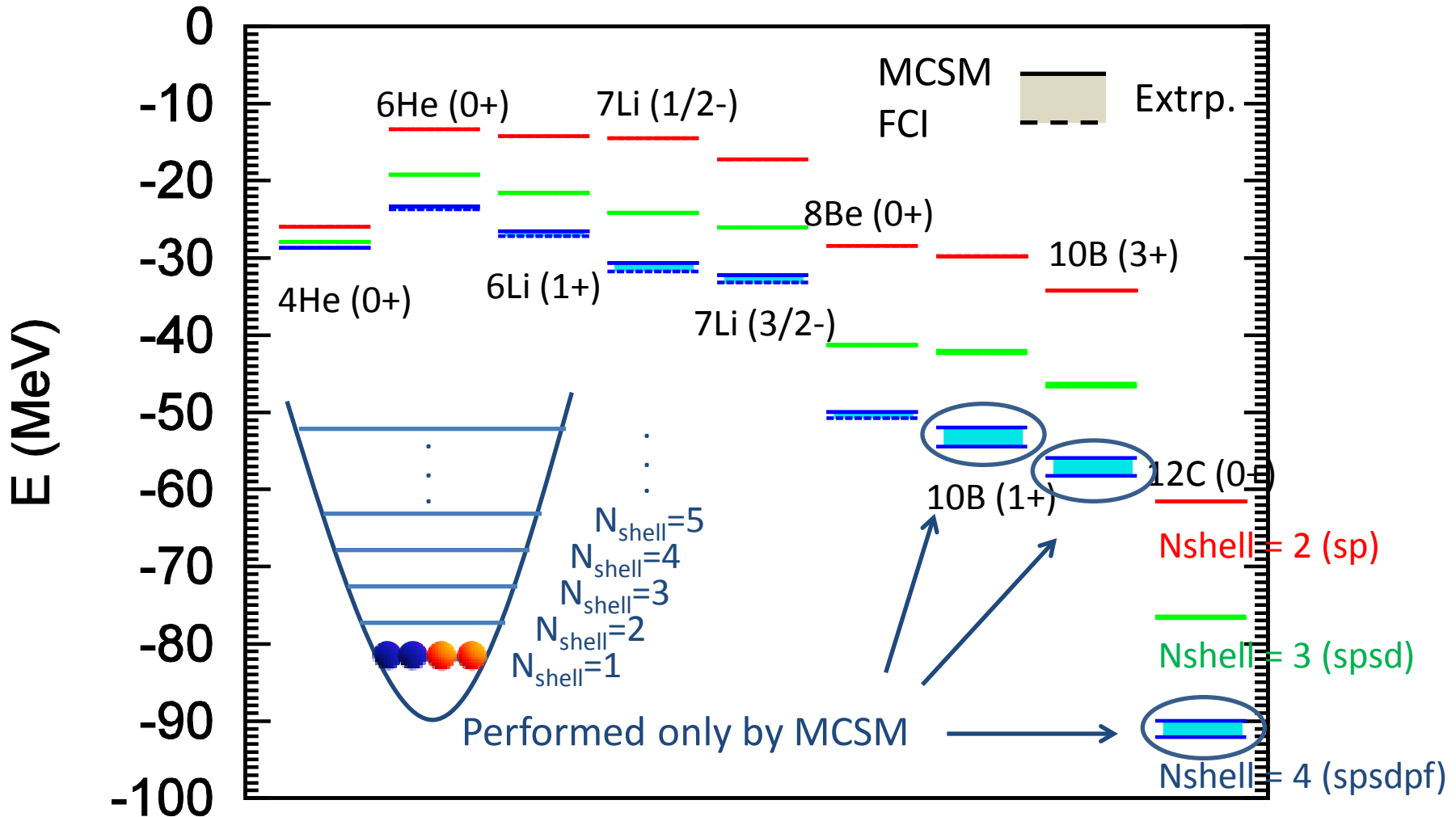


# Benchmark results

- Energy
- RMS
- Q-moment
- $\mu$ -moment



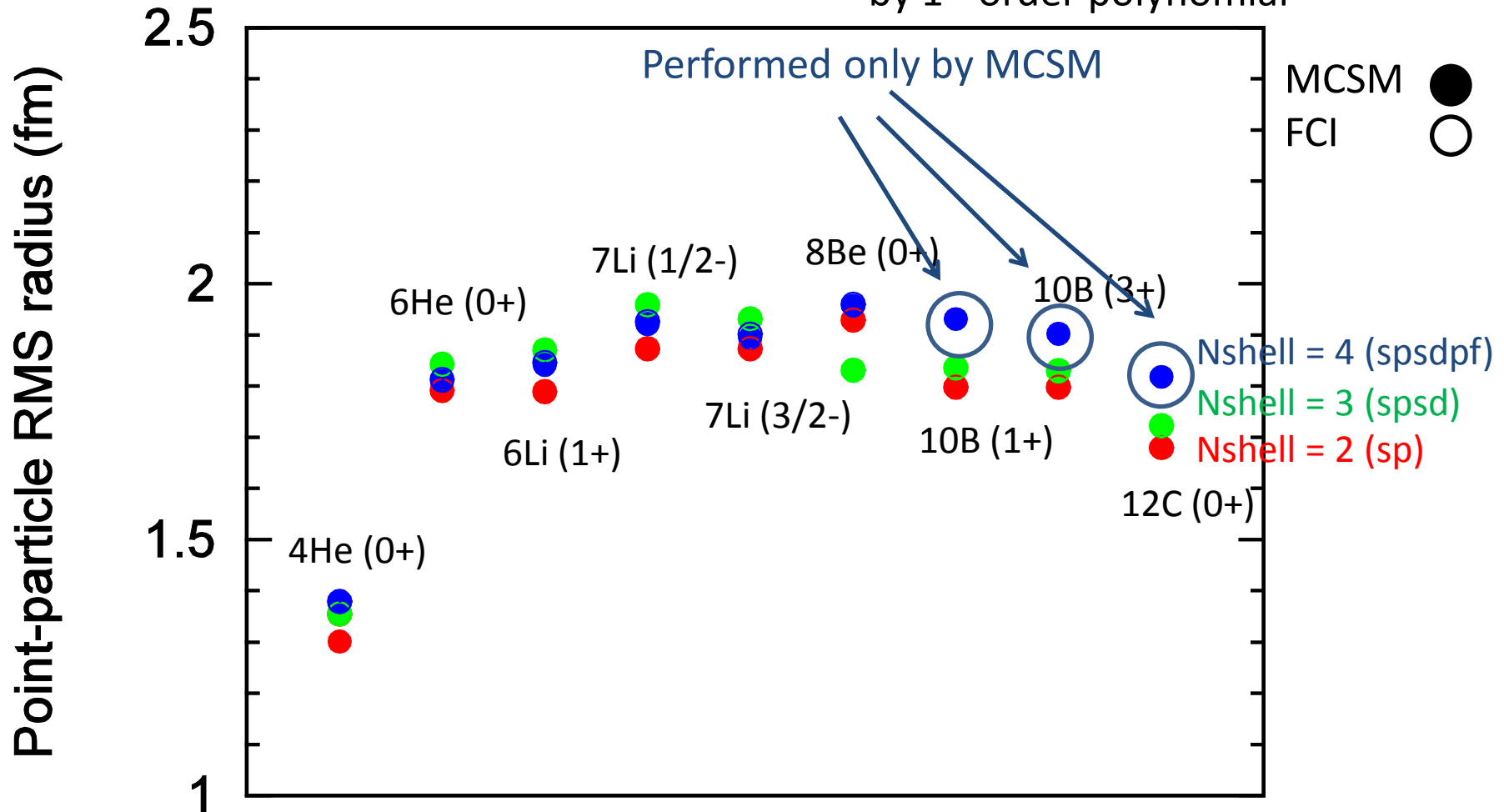
# Energies of Light Nuclei



MCSM & FCI results are consistent within the size of lines

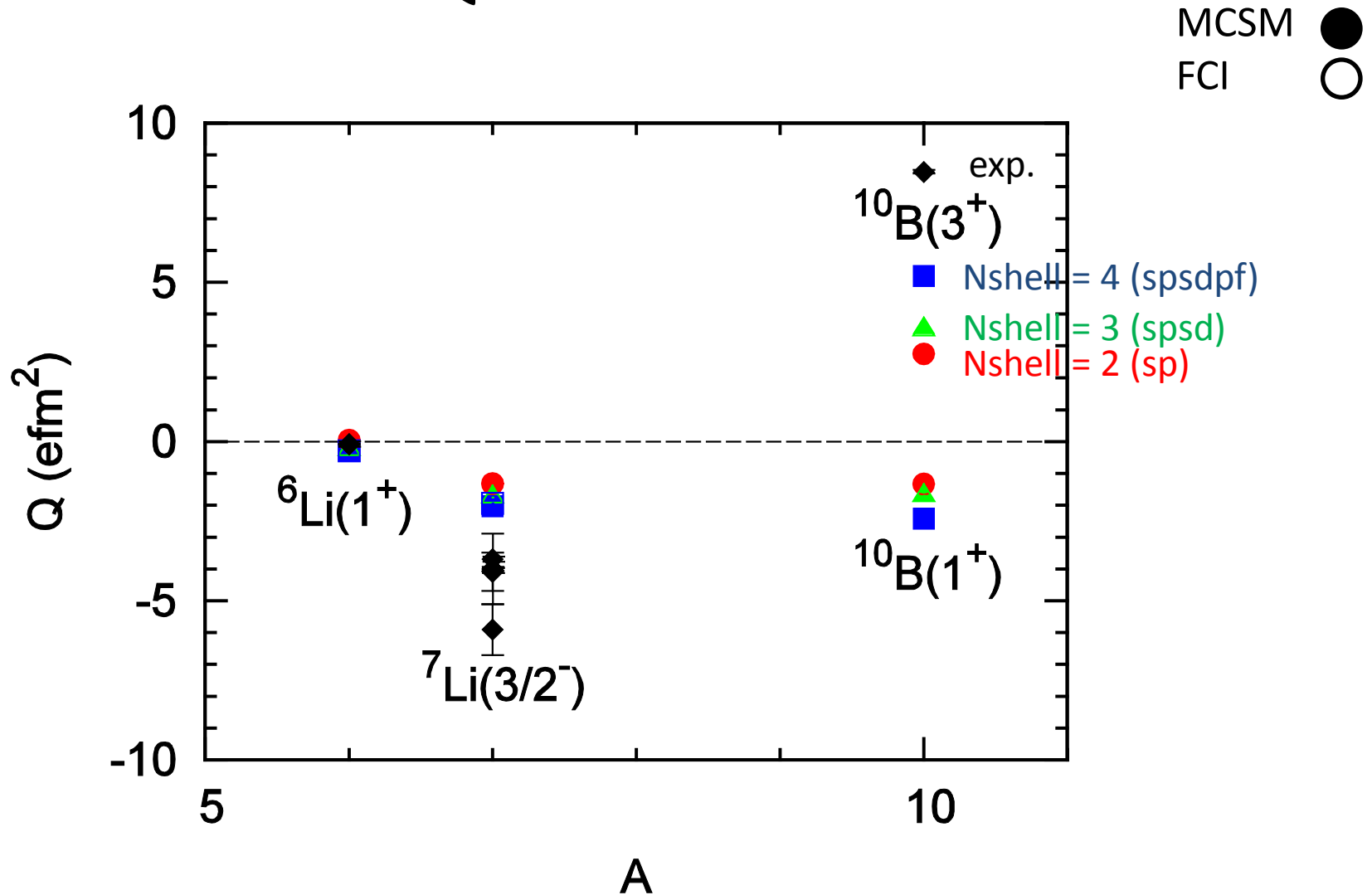
# Point-particle RMS matter Radius

w/ energy-variance extrapolation  
by 1<sup>st</sup>-order polynomial



MCSM & FCI results are consistent within the size of symbols

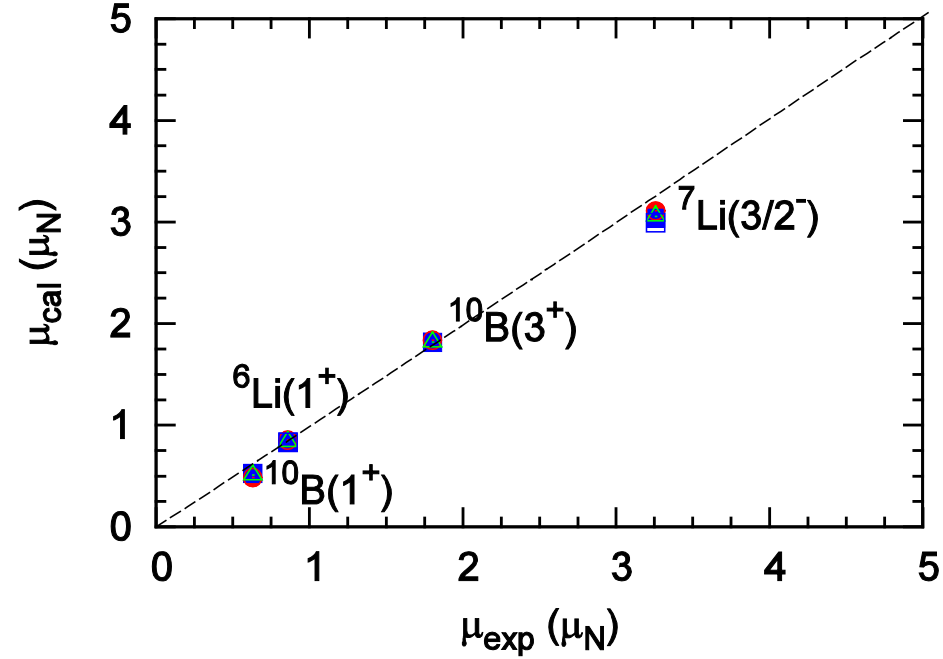
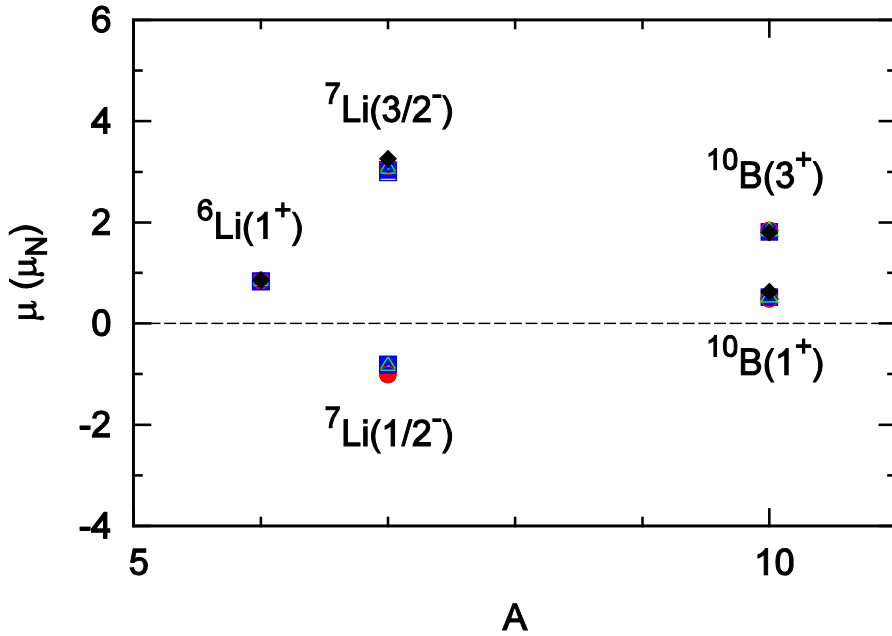
# Q moment



MCSM & FCI results are consistent within the size of symbols

# $\mu$ moment

MCSM ●  
FCI ○



MCSM & FCI results are consistent with each other, and  $\mu$  moments are well-reproduced even at small Nshell.

# Summary

- Benchmarks for the p-shell nuclei
  - MCSM & FCI results are consistent with each other.

# Outlook

- Larger model spaces ( $N_{\text{shell}} = 5, 6, \dots$ )
- ✓ Spurious CoM
- ✓ Coulomb force
- Genuine 3N force
  
- Tuning of the MCSM code on the K Computer

END