

プログラムの概要：磁気流体コードへの非一様格子の導入

プログラムの概要：

磁気流体シミュレーションコードの空間解像度を部分的に挙げるために非一様格子を導入する

助言、提案の欲しい問題：

2013年の千葉大学の磁気流体シミュレーションサマースクールで作成したHLLD法によるMHDコードへの、非一様メッシュの導入に伴う諸問題。

使用する計算機（予定も含む）：

CfCA XC30

用いる言語：

FORTRAN,

質問など：

非一様メッシュを導入するにあたっての、数値補間法と磁場の発散の処理についてご教授願いたいです。補間は2次精度のMUSCL法を使っています。格子点を $x_m(i)$ とし、格子の中央 $x(i)=0.5*(x_m(i)+x_m(i+1))$ で物理量を定義しています。(グリッドの設定はCANS+を参考にしました。)

MUSCL補間では、 $dx(i)=x_m(i+1)-x_m(i)$, $dx_m(i)=x(i)-x(i-1)$ のように、 x , x_m の間隔をそれぞれ定義し、 $u_{i+1/2,L}=u_{i+1}+0.5*dx(i)*\min\text{mod}((u_{i+1}-u_i)/dx_m(i+1),(u_i-u_{i-1})/dx_m(i))$, $u_{i-1/2,R}=u_i-0.5*dx(i)*\min\text{mod}((u_{i+1}-u_i)/dx_m(i+1),(u_i-u_{i-1})/dx_m(i))$ のようにして補間をしています。(1次元で書きましたが実際は2次元、3次元方向へもそれぞれ補間を行っています。)

このような補間を用いて、非一様メッシュ

$dx=dx_0*(1.d_0+0.8*\cos(2*\pi*i/nx))$, $dy=dy_0*(1.d_0+0.8*\cos(2*\pi*i/ny))$ のような非一様グリッドを用いて計算をしましたが、数ダイナミカルタイムくらいでクラッシュしてしまいました。(用いたメッシュ数は $(N_x,N_y)=200\times 200$ 程度で、 $dx(i+1)/dx(i)$ の最大値は1.04程度)

そこで質問なのですが、

1. この補間方法は正しいでしょうか？

・クラッシュしにくいグリッドの設定の注意点はありますか？

2. div B クリーニングではdedner2002の方法を用いておりますが、メッシュ幅に応じて波の速度 ch を空間変化させて、より速くdiv Bを移流させることは問題無いでしょうか？

よろしく申し上げます。

回答：

1. についてですが、正しく補間できているように思います。非一様メッシュでのリミタについては、

- Berger, M., Aftosmis, M. J., & Murman, S. M. (2005). Analysis of slope limiters on irregular grids. *AIAA paper, 490*, 2005.,

を参考にさせていただきたいと思います。

グリッド幅についてですが、非一様メッシュの場合、例えば1階の空間微分は

$$\begin{aligned}df/dx &= (f(x_{i+dx1})-f(x_{i-dx2}))/((dx1+dx2) - \\ & d2f/dx2*0.5*(dx1^2-dx2^2)/(dx1+dx2) + d3f/dx3*(dx1^3+dx2^3)/(dx1+dx2)/3 \\ dx1 &= (dx_{(i+1)}+dx_i)/2 \\ dx2 &= (dx_{(i-1)}+dx_i)/2 \\ dx_i &: i \text{ 番目のセル幅}\end{aligned}$$

となり、 $(dx1^2-dx2^2)$ の程度で1次の項が残ります ($dx1=dx2$ の場合は空間2次精度)。両隣のセル幅との差の2乗程度で2次精度からずれることとなります。2階微分についても同様です。テストされている $dx(i+1)/dx(i) \sim 1.01$ 程度でしたら、空間2次精度と言ってよいのではないのでしょうか。

2. 計算がクラッシュする理由は、むしろ divB クリーニングにあるように思います。採用されている Dedner et al. [2002] の hyperbolic divergence cleaning 法では、divB エラーを散らす速さの ch は、最小メッシュサイズでの CFL 条件で決められるので、メッシュ幅が大きい領域では divB エラーの伝搬が相対的に遅くなります。お送り頂いた非一様メッシュ関数だと、最大幅/最小幅が $1.8/0.2=9$ 倍ありますので、最大幅領域ではほとんど divB エラーが散らず、その場で増え続けてしまいます。お送り頂いた図から、中心付近に divB エラーが大きく残ってしまっているのは、これは原因かもしれません。

うまく実装ができていないか確認するため、まずは、非一様メッシュでのアルヴェン波の1次元伝搬など、リミタがあまり効かない・divB エラーが出ないような問題を解いてみてはいかがでしょうか。

非一様メッシュを利用する際には、ダイナミカルに変動する領域はなるべくその変化率を小さく取り、影響の少ない境界付近で大きく取ることにより境界の影響を取り除く、などの利用方法の検討をお勧めします。