

プログラムの概要：

磁場の強い天体で通常よく行われる理想磁気流体近似や force-free 近似は一般に中性子星磁気圏では保証されません。電荷分極したプラズマが存在する中性子星磁気圏の構造を調べるには粒子法が有効です。磁気圏粒子のジャイロ運動やドリフト運動などを追いつつ、磁気圏全体にわたる大局的なシミュレーションが必要となります。このようなことができるシミュレーションコードを開発したいと思います。

助言、提案の欲しい問題：

現在は定常軸対称な磁気圏モデルに着目し、粒子法による定常解を得るためのコード開発を勧めています。粒子間の相互作用は GRAPE-DR を用いて計算し、それ以外の部分はホストコンピュータで並列化して計算を行っていますが、ホストでの計算時間を短縮し、より大規模な計算を行いたいと考えています。シミュレーション領域内において粒子の運動を追うための最適な時間刻みはおよそ中心天体の作る場によって支配されています。そこで個別時間刻み法を導入し、運動の積分を行う部分に改良を加えることで最適化し、これらを並列化します。このようなコード開発について助言をいただきたいと思います。

サポート案：

プラズマ粒子の運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

の時間積分の刻み幅は、磁場に対する粒子の旋回運動周期

$$\frac{qB}{m \gamma}$$

によって決まります。ダイポール磁気圏の磁場強度は

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{r^3} \sqrt{1 + 3\sin^2 \theta}$$

であるため、中性子星近傍では距離 r の 3 乗に反比例して時間刻み幅が小さくなり、これが計算コストが増える要因（全体のコストの 20%）となっているとのことでした。これを解消するために、以下に旋回中心近似によるプラズマ粒子の追尾方法を提案します。

粒子の旋回運動半径が系の特徴的スケールもしくは電磁場の波長 λ に比べて十分小さいとき（旋回周期が系の時間発展もしくは電磁場の時間変動 t より小さいとき）、粒子の運動は旋回中心近似で記述でき、その場合の運動方程式は以下のように記述されます。

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{R}}{dt} &= \frac{p_{\parallel}}{\gamma m_0} \frac{\mathbf{B}^*}{B_{\parallel}^*} + \frac{c\hat{\mathbf{b}}}{q\gamma B_{\parallel}^*} \times \mu \nabla B \\ \frac{dp_{\parallel}}{dt} &= -\frac{\mu \mathbf{B}^*}{\gamma B_{\parallel}^*} \cdot \nabla B\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{b}} &= \frac{\mathbf{B}}{B} \\ \mathbf{B}^* &= \mathbf{B} + \frac{cp_{\parallel}}{q} \nabla \times \hat{\mathbf{b}} \\ B_{\parallel}^* &= \hat{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{B}^* \\ \gamma &\equiv (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \\ \mu &= \frac{p_{\perp}}{2m_0 B}\end{aligned}$$

です。式（1）は旋回中心の位置の時間変化（ドリフト速度）と、磁力線に水平方向の運動方程式を表し、後者は磁力線に沿ったミラー運動を表しています。

この運動方程式で粒子の軌道を追尾する場合、時間刻み幅の制限は旋回運動周期から解放され、ドリフト運動による速度と運動距離（メッシュ幅）によって決まるため、時間ステップ幅を大きくとることが可能であると考えられます。

参考文献：

- ・ A. J. Brizard and A. A. Chan, “Nonlinear relativistic gyrokinetic Vlasov-Maxwell equations”, *Phys. Plasmas*, 6, 4548-4558, 1999.
- ・ S. Saito, Y. Miyoshi, and K. Seki, “A split in the outer radiation belt by magnetopause shadowing: Test particle simulations”, *J. Geophys. Res.*, 115, A08210, 2010.